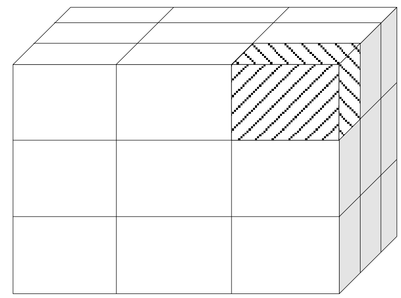
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Први колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици (13Е014ТПЕ)

Испит траје максимално 120 минута 09. 12. 2023.
Укупан број поена износи 11
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Једна коцка странице L (слика), направљена од хомогеног материјала познатих топлотних карактеристика, загрева се равномерно по запремини познатом запреминском густином снаге (q_v). Коефицијенти преласка топлоте струјањем са горње површи (α_g), доње површи (α_d) и остале четири вертикалне површи (α_z) на околни флуид температуре ϑ_f су познати. Запремина је подељена на 3^3 једнаких делова. Написати једначину по експлицитној методи коначних елемената за део коцке који је са три стране у додиру са ваздухом (шрафирана коцка на слици). Једначину написати за нестационарни топлотни процес. Усвојити да тачке које репрезентују малу коцку буду у њеном центру, због чега је потребно уважити и пренос топлоте провођењем између ове тачке и површи. Занемарити снагу преноса топлоте зрачењем. Једначину није потребно сређивати у смислу увођења Fourier-овог и Biot-овог број. (2,5п)



2. Вода у бојлеру запремине 80 литара са грејачем снаге 2 kW се загреје са 20°C на 75°C, после чега се грејач искључи и остаје трајно искључен. Колико дуго је могуће „пријатно туширање“, које настаје одмах по искључењу грејача, протоком воде 5 литра у минуту и температуре 40°C уколико је температура воде из водовода а) 15°C и б) 8°C? Снага преноса топлоте од воде ка амбијенту се током туширања може занемарити. Густина воде износи ρ_v = 1000 kg/m^3, специфични топлотни капацитет воде c_{pv} = 4200 J/(kgK), специфични топлотни капацитет металног казана c_{pk} = 474 J/(kg K), а његова тежина c_{pk} = 20 kg. Топлотни капацитет изолације се може занемарити. (3п)

3. За колико процената се смањи енергија размене топлоте зрачењем између два бесконачно велика равна зида температура ϑ_1 =500°C (коефицијент сивоће ε_1 = 0,8) и ϑ_2 =20°C (коефицијент сивоће ε_2 = 0,6), ако се између њих постави раван зид занемарљиво мале дебљине и коефицијента сивоће ε_3 = 0,2. (2,5п)

4. Једножилни кабл пресека бакра (специфична електрична проводност на 70°C $\sigma_{70,Cu}$ = 4,61·10^7 S/m, а на 90°C $\sigma_{70,Cu}$ = 4,31·10^7 S/m) S_{Cu} = 95 mm^2, са изолацијом дебљине изолације d_{iz} = 1 mm положена је у тло специфичне топлотне отпорности ρ_z = 2,5 (mK)/W. Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{PVC\ doz}$ = 70°C, умреженог полиетилена (XLPE) $\vartheta_{XLPE\ doz}$ = 90°C а температура земље удаљене од кабла ϑ_z = 10°C. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл за случај да је изолација израђена од а) PVC-а топлотне специфичне проводности λ_{PVC} = 0,16 W/(mK) и б) XLPE-а топлотне специфичне проводности λ_{XLPE} = 0,28 W/(mK). При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака ϑ_z, може узети цилиндар пречника D_{ref} = 1000 mm. (3п)

1. Задатак

Биланс снаге за посматрану коцку странице $L/3$ гласи:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \tag{1.1}$$

где су:

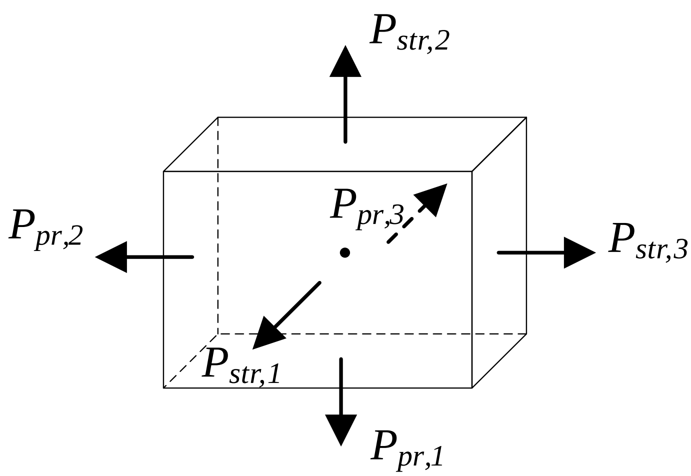
- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраној коцки,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраној коцки и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са суседним коцкама и амбијентом.

По запремини коцке енергија се генерише запреминском густином снаге q_v, па је укупна снага генерисана у посматраној коцки:

$$P_{gen} = q_v V = q_v \frac{L^3}{27} \tag{1.2}$$

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном ($p + 1$) тренутку у односу на тренутни (p):

$$P_{akum} = \rho c_p \frac{L^3}{27}\frac{d\vartheta}{dt} = \rho\, c_p \frac{L^3}{27}\frac{\vartheta^{p+1} - \vartheta^p}{\Delta t} \tag{1.3}$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са посматране коцке преноси се провођењем ка суседним коцкама (P_{prov}) и путем провођења и струјања (P_{str}) ка околини:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \tag{1.4}$$

За посматрану коцку, снага преноса топлоте провођењем се састоји од три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка коцкама испод (њена темпертура износи ϑ_1)), лево (ϑ_2) и иза (ϑ_3) посматране коцке.

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^{3} P_{pr,k} \tag{1.5}$$

$$P_{pr,1} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_1^p}{\frac{1}{\lambda}\frac{L/3}{\frac{L}{3}\frac{L}{3}}} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_1^p}{\frac{3}{\lambda L}} \tag{1.6}$$

$$P_{pr,2} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_2^p}{\frac{3}{\lambda L}} \tag{1.7}$$

$$P_{pr,3} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_3^p}{\frac{3}{\lambda L}} \tag{1.7}$$

Снага преноса топлоте ка околини се такође састоји од три члана који обухватају снаге преноса топлоте на предњој, горњој и десној страни посматране коцке. При одређивању ове снаге потребно је уважити и топлотни отпор провиђењу кроз половину посматране коцке (од центра до посматране површи).

$$P_{str} = \sum_{k=1}^{3} P_{str,k} \tag{1.8}$$

$$P_{str,1} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_f^p}{\frac{1}{\lambda}\frac{L/6}{\frac{L}{3}\frac{L}{3}} + \frac{1}{\alpha_z}\frac{1}{\frac{L}{3}\frac{L}{3}}} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_z}\frac{9}{L^2}} \tag{1.9}$$

$$P_{str,2} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_g}\frac{9}{L^2}} \tag{1.10}$$

$$P_{str,3} = \frac{\vartheta^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_z}\frac{9}{L^2}} \tag{1.11}$$

<u>2. Задатак</u>

Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C^T_{kazana} + C^T_{vode} = m_k \cdot c_{pk} + \rho_V \cdot V \cdot c_{pv} = 345{,}48\ \mathrm{kJ/K} \tag{2.1}$$

Топлотна енергија акумулирана у бојлеру и расположива за туширање, које се, по услову задатка, заврши кад температура не може да буде већа од 40°C, је

$$E_b = C^T\left(\vartheta_{poc} - \vartheta_{kr}\right) \tag{2.2}$$

где је ϑ_{poc} = 75°C и ϑ_{kr} = $\vartheta_{potrš}$ = 40°C.

Енергија која се троши током туширања је

$$E_{tuš} = \int_{t=0}^{\mathrm{t}_{tuš}} \rho_v c_{pv} Q_v\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right) dt = \rho_v Q_v c_{pv}\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right)\int_{t=0}^{\mathrm{t}_{tuš}} dt = \rho_v Q_v c_{pv}\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right)\mathrm{t}_{tuš} \tag{2.3}$$

Максимално је за туширање могуће искористити енергију одређену изразом (2.2), па важи

$$C^T\left(\vartheta_{poc} - \vartheta_{potrš}\right) = \rho_v Q_v c_{pv}\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right)\mathrm{t}_{tuš} \tag{2.4}$$

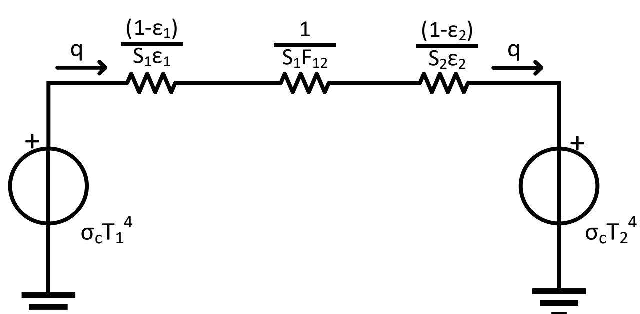
Време „пријатног“ туширања једнако је

$$\mathrm{t}_{tuš} = \frac{C^T\left(\vartheta_{poc} - \vartheta_{potrš}\right)}{\rho_v Q_v c_{pv}\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right)} \tag{2.5}$$

Заменом бројних вредности добија се а) $t_{tuš}$ = 23 min и б) $t_{tuš}$ = 18 min.

<u>3. Задатак</u>

За случај две паралелне велике површи на температурама ϑ_1 и ϑ_2 могуће је формирати радијациону шему са два чвора.

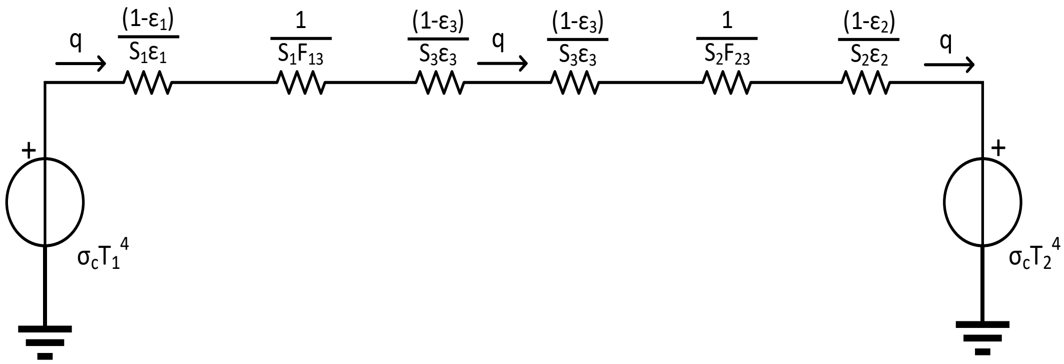


Слика 3.1

На основу приказане радијационе шеме се лако долази до израза за снагу којом се енергија размењује између две велике паралелне површи, при чему се претпоставља да су им површине једнаке (S) и да је фактор виђења између њих 1.

$$q_a=\frac{\sigma_c T_1^4-\sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1}+\frac{1}{F_{12}S_1}+\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}}=\frac{\sigma_c((\vartheta_1+273{,}15)^4-(\vartheta_2+273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1}-1+\frac{1}{F_{12}}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}=\frac{\sigma_c((\vartheta_1+273{,}15)^4-(\vartheta_2+273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1} \tag{3.1}$$

У случају постојања екрана (површ 3) између две велике паралелне површи могуће је формирати једну радијациону шему приказану на слици 3.2. У екрану нема ни извора ни понора енергије, односно енергија која долази од површи 1 ка површи 3 одлази од површи 3 ка површи 2 (претпоставка да је површ 1 топлија од површи 2).



Слика 3.2

Сада се лако може написати израз за снагу размене енергије зрачењем између две велике паралелне површи:

$$q_b=\frac{\sigma_c T_1^4-\sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1}+\frac{1}{F_{13}S_1}+\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3}+\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3}+\frac{1}{F_{23}S_2}+\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}}=\frac{\sigma_c((\vartheta_1+273{,}15)^4-(\vartheta_2+273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1}-1+\frac{1}{F_{13}}+\frac{1}{\varepsilon_3}-1+\frac{1}{\varepsilon_3}-1+\frac{1}{F_{23}}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1} \tag{3.2}$$

$$q_b=\frac{\sigma_c((\vartheta_1+273{,}15)^4-(\vartheta_2+273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}+2\left(\frac{1}{\varepsilon_3}-1\right)} \tag{3.3}$$

Дакле, важи:

$$\frac{q_b}{q_a}=\frac{\dfrac{\sigma_c((\vartheta_1+273{,}15)^4-(\vartheta_2+273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}+2\left(\frac{1}{\varepsilon_3}-1\right)}}{\dfrac{\sigma_c((\vartheta_1+273{,}15)^4-(\vartheta_2+273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}}=\frac{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}+2\left(\frac{1}{\varepsilon_3}-1\right)}=0{,}1756 \tag{3.4}$$

односно, енергија која се размењује зрачењем се смањи за 82,44%.

<u>4. Задатак</u>

Укупна топлотна отпорност је:

$$R_l^T=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\lambda_i}\cdot ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right)+\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\lambda_z}\cdot ln\left(\frac{D_{ref}}{D_s}\right) \tag{4.1}$$

Пречници проводника и проводника са изолацијом једнаки су:

$$D_u=\sqrt{\frac{4S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 95}{\pi}}=10{,}998mm\approx 11mm \tag{4.2}$$

$$D_s=D_u+2\delta_{iz}=11mm+2mm=13mm \tag{4.3}$$

Па је топлотна отпорност:

- Изолација од PVC-a:

$$R_l^T=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot 0{,}16\,\frac{W}{m\cdot K}}\cdot ln\left(\frac{13mm}{11mm}\right)+\frac{2{,}5\,\frac{m\cdot K}{W}}{2\cdot\pi}\cdot ln\left(\frac{1000mm}{13mm}\right)=1{,}89\,\frac{Km}{W} \tag{4.4}$$

- Изолација од XLPE-a:

$$R_l^T=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot 0{,}28\,\frac{W}{m\cdot K}}\cdot ln\left(\frac{13mm}{11mm}\right)+\frac{2{,}5\,\frac{m\cdot K}{W}}{2\cdot\pi}\cdot ln\left(\frac{1000mm}{13mm}\right)=1{,}82\,\frac{Km}{W} \tag{4.5}$$

Електрична отпорност проводника једнака је:

$$R_{Cu,70°C} = \frac{1}{\sigma_{70,Cu} \cdot S} = \frac{1}{46{,}1 \cdot 95} = 2{,}28 \cdot 10^{-4} \Omega m \tag{4.6}$$

$$R_{Cu,90°C} = \frac{1}{\sigma_{90,Cu} \cdot S} = \frac{1}{43{,}1 \cdot 95} = 2{,}44 \cdot 10^{-4} \Omega m \tag{4.7}$$

Једначина енергетског биланса гласи:

$$R_{Cu} I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_z}{R_l^T} \tag{4.7}$$

Одавде добијамо израз за дозвољену струју:

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_z}{R_{Cu} R_l^T}} \tag{4.8}$$

- Изолација од PVC-a:

$$I = \sqrt{\frac{70 - 10}{2{,}28 \cdot 10^{-4} \Omega m \cdot 1{,}89 \frac{K}{W}}} = 372{,}9\ A \tag{4.9}$$

- Изолација од XLPE-a:

$$I = \sqrt{\frac{90 - 10}{2{,}44 \cdot 10^{-4} \Omega m \cdot 1{,}82 \frac{K}{W}}} = 423{,}9\ A \tag{4.10}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Други колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици (13Е014ТПЕ)

Максимално трајање 120 минута 28. 12. 2023.
Укупан број поена износи 11
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Једна полупроводничка компонента за коју је дозвољена температура места на коме се генеришу губици $\vartheta_{PP\,doz}$ = 150°C и топлотни отпор између места генерисања топлоте и кућишта ослоњеног на хладњак $R_{th,\,pp}$ = 0,4 K/W се хлади помоћу хладњака са 10 ребара, дужине сваког ребра L = 100 mm и попречног пресека облика правоугаоника a x b = 50 mm x 10 mm. Коефицијент преласка топлоте са површи ребра на ваздух износи α = 8 W/m^{2}K. Топлотна проводност материјала од кога је сачињено ребро износи λ = 237 W/mK. Између тела које се хлади и ребра постоји контактна отпорност $R_{th,c}$ = 0,1 K/W. Одредити максималну снагу губитака при којој, за температуру амбијента од ϑ_a = 25°C, ће температура полупроводника бити испод дозвољене. При постављању граничног услова на базису ребра који се хлади сматрати да је снага која се преноси са ваздуха једнака нули. Сматрати да је снага одвођења топлоте са основе хладњака, као и површина између ребара занемарљиво мала. Колико би износила температура на месту генерисања губитака у случају ϑ_a = 45°C, и α = 30 W/m^{2}K, остварено помоћу вентилатора? (3п)

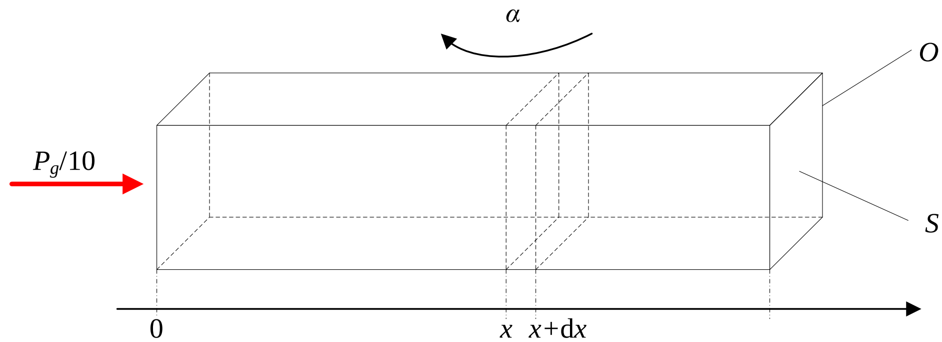
2. Један трансформатор са ODAF хлађењем се хлади помоћу 4 компактна хладњака чија је укупна номинална снага хлађења 30% већа од снаге укупних губитака у трансформатору. Познато је да су номинални губици услед струје оптерећења R = 5 пута већи од номиналних губитака у магнетном колу. Сматра се да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun} = 85°C и ϑ_{hun} = 78,9°C, температуре хладног и топлог ваздуха: ϑ_{hvn} = 40°C и ϑ_{tvn} = 60,8°C, номинална снага P_{hn} = 220kW. Колико ће износити релативно оптерећење при коме се достиже номинална температура најтоплије тачке (98°C) ако је температура амбијента 20°C, а коефицијент проласка топлоте услед тренутне запрљаности хладњака мањи за 20% од вредности при потпуно чистом хладњаку. Познате су вредности разлике средње температуре намотаја и средње температуре уља (g_n = 17 K) и фактора најтоплије тачке (H = 1,3). Усвојити следеће апроксимације: однос разлике средње температуре намотаја и средње температуре уља и његове номиналне вредности (g/g_n) је сразмеран квадрату релативног оптерећења, протоци уља и ваздуха једнаки као за номиналне услове, параметри уља и ваздуха су исти као за номиналне услове. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру.(3п)

3. Објаснити принцип континуалног мерења средње температуре намотаја (спреге Y) напонске стране трансформатора која је током огледа загревања кратко спојена. Нацртати и шему филтера који се користе при мерењу једносмерне мерне струје и напона. (2,5п)

4. Једножилни кабл пресека бакра S_{Cu} = 95 mm^2 (c_{Cu} = 385 J/(kg°C), ρ_{Cu} = 8933 kg/m^3) са PVC изолацијом дебљине изолације δ_{iz} = 1 mm (λ_{PVC} = 0,16 W/(m K)) положен је у тло специфичне топлотне отпорности ρ_z=2,5 (m K)/W. Занемарити топлотни капацитет тла. При израчунавању укупног топлотног отпора сматрати да се за "удаљену референтну површ ", на којој је температура једнака ϑ_z=20°C, може узети цилиндар ваљка пречника D_{ref}=1000 mm. Одредити временску константу промене температуре бакра током прелазног процеса који настаје услед промене струје кроз кабл. Промена струје је таква да се може занемарити промена електричне проводности бакра услед промене температуре. (2,5п)

1. Задатак

Хладњак се састоји од 10 једнаких ребара, а пошто је снага одвођења топлоте струјањем са основе хладњака и са површина између ребара занемарљиво мала, комплетна снага губитака одводи се са површине ребара. Свако од десет ребара (једно од њих приказано је на слици 1.1) одводи по $P_g/10$. Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра, дужине dx, на растојању x од тела на које је ребро ослоњено (слика 1.1) гласи:



Слика 1.1

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \tag{1.1}$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), а d$q_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине dx. Зависност снаге провођења од координате x гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \tag{1.2}$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати x, једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \tag{1.3}$$

Израз (1.3) важи за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{1.4}$$

Уврштавањем у једначину (1.1) израза за диференцијал функције (1.3) и снаге преноса топлоте струјањем (1.4), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{1.5}$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{1.6}$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент преласка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a \tag{1.7}$$

где је m параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \tag{1.8}$$

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалне једначине се одређују на основу граничних услова за базисе на почетку и крају ребра за хлађење.

1. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра на координати $x = 0$:

$$-\lambda \cdot S \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0} = \frac{P_g}{10} \tag{1.9}$$

2. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L$), који је у додиру са расхладним флуидом, температуре ϑ_a. По услову задатка, он гласи:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=L} = 0 \tag{1.10}$$

На основу израза (1.7), (1.9) и (1.10) може се написати:

$$-\lambda \cdot S \cdot (C_1 m - C_2 m) = \frac{P_g}{10} \tag{1.11}$$

$$C_1 m e^{mL} - C_2 m e^{-mL} = 0 \tag{1.12}$$

Из једначине (1.12) добија се

$$C_2 = C_1 e^{2mL} \tag{1.13}$$

Заменом (1.13) у (1.11) добија се

$$-\lambda \cdot S \cdot m \cdot (C_1 - C_1 e^{2mL}) = \frac{P_g}{10} \tag{1.14}$$

$$C_1 = \frac{P_g}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} \tag{1.15}$$

$$C_2 = \frac{P_g e^{2mL}}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} \tag{1.16}$$

Израз који описује расподелу температуре дуж ребра у устаљеном стању:

$$\vartheta(x) = \frac{P_g}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} e^{mx} + \frac{P_g e^{2mL}}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} e^{-mx} + \vartheta_a \tag{1.16}$$

Температура базиса ребра на координати $x = 0$ је због усвојене претпоставке са почетка задатка једнака температури основе хладњака:

$$\vartheta_o = \vartheta(x=0) = \frac{P_g}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \frac{P_g e^{2mL}}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a = \frac{P_g(e^{2mL} + 1)}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a \tag{1.17}$$

Температура на месту генерисања топлоте у полупроводничкој компоненти једнака је:

$$\vartheta_p = \vartheta_o + P_g R_{th,c} + P_g R_{th,pp} = \frac{P_g(e^{2mL} + 1)}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a + P_g\left(R_{th,pp} + R_{th,c}\right) \tag{1.18}$$

Из услова задатка да ова температура треба да буде мања од $\vartheta_{PP\ doz}$ = 150°C, долази се до неједнакости

$$\frac{P_g(e^{2mL} + 1)}{10\lambda S m(e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a + P_g\left(R_{th,pp} + R_{th,c}\right) \leq \vartheta_{PP\ doz} \tag{1.19}$$

а одатле

$$P_g \leq \frac{\left(\vartheta_{PP\ doz} - \vartheta_a - P_g\left(R_{th,pp} + R_{th,c}\right)\right) 10\lambda S m(e^{2mL} - 1)}{e^{2mL} + 1} = 79{,}6W \tag{1.19}$$

Температура на месту генерисања у случају повећане температуре амбијента (ϑ_a = 45°C) и побољшаног хлађења (α = 30 W/m^{2}K) добија се решавањем једнакости (1.18), полазећи од познате вредности снаге P_g = 79,6 W, и износи ϑ_{PP} = 109,1°C

<u>2. Задатак</u>

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_{p,n} S(\vartheta_{tizl,n} - \vartheta_{hizl,n} - \vartheta_{tul,n} + \vartheta_{hul,n})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{tizl,n} - \vartheta_{hizl,n}}{\vartheta_{tul,n} - \vartheta_{hul,n}}\right)} = \frac{K_{p,n} S(\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})}{\ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}}\right)} \tag{2.1}$$

Применом израза (2.1) на номиналне податке хладњака се добија:

$$\Delta\vartheta_{izl,n} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 18{,}1°\mathrm{C} \tag{2.2}$$

$$\Delta\vartheta_{ul,n} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 45°\mathrm{C} \tag{2.3}$$

Заменом ових вредности у израз (2.1), уз $P_{hn} = 220kW$ добија се да је:

$$K_{p,n} S = \frac{P_{hn} \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})} = 7448{,}52 \frac{W}{°\mathrm{C}} \tag{2.4}$$

За уље и воду можемо написати следећа два израза:

$$P_{hn} = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \tag{2.5}$$

$$P_{hn} = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \tag{2.6}$$

Одавде добијамо да:

$$\rho_u Q_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}} = 36065{,}57 \frac{W}{°\mathrm{C}} \tag{2.7}$$

$$\rho_v Q_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}} = 10576{,}92 \frac{W}{°\mathrm{C}} \tag{2.8}$$

Пошто постоје четири хладњака, укупна расхладна снага је $P_{hn,uk} = 4 \cdot P_{hn} = 880$. Номинална снага хладњака је за 30% већа од номиналне снаге губитака, па важи $P_{g,n} = P_{hn,uk} / 1{,}3 = 676{,}92$ kW. Номиналне вредности губитака услед протицања струје и у магнетском колу су једнаке:

$$P_{Cu,n} = \frac{R}{R+1} \cdot P_{g,n} = \frac{5}{6} \cdot P_{g,n} = 564{,}1\ kW \tag{2.9}$$

$$P_{Fe,n} = \frac{1}{R+1} \cdot P_{g,n} = \frac{1}{6} \cdot P_{g,n} = 112{,}82\ kW \tag{2.10}$$

У посматраном радном режиму, при температури амбијента од 20℃, релативно струјно оптерећење трансформатора је β. По тексту задатка важи:

$$\frac{g}{g_n} = \beta^2 \tag{2.11}$$

Одавде се добија:

$$g = \beta^2 \cdot g_n \tag{2.12}$$

Температура најтоплије тачке се рачуна као:

$$\vartheta_{hs} = \vartheta_a + \theta_{gu} + H \cdot \beta^2 \cdot g_n = \vartheta_{tu} + H \cdot \beta^2 \cdot g_n \tag{2.13}$$

$$\vartheta_{tu} = \vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n \tag{2.14}$$

У посматраном режиму укупна снага губитака једнака је:

$$P_g = P_{Cu} + P_{Fe} = \beta^2 \cdot P_{Cu,n} + P_{Fe,n} = (5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n} \tag{2.15}$$

па је расхладна снага једног хладњака:

$$P_h = \frac{P_g}{4} = \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1)}{4} \cdot P_{Fe,n} \tag{2.16}$$

Сада, за ову снагу хлађења могу се написати изрази аналогни изразима (2.1), (2.5) и (2.6):

$$P_h = \frac{K_p S(\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}}\right)} \tag{2.17}$$

$$P_h = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \tag{2.18}$$

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{2.19}$$

где је $K_p S = 0{,}8 \cdot K_{p,n} S = 5958{,}81$ W/℃. Температура хладног ваздуха једнака је амбијенталној ($\vartheta_{hv} = 20$°C), па се на основу израза (2.19) добија да је:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} \tag{2.20}$$

Из једначине (2.18) се добија:

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} \tag{2.21}$$

Уврштавањем израза (2.14) и (2.16) у (2.21) добија се:

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_u Q_u c_{pu}} \tag{2.22}$$

Заменом израза (2.14), (2.16), (2.20) и (2.22) у (2.17) долази се до:

$$\begin{aligned} &\frac{(5 \cdot \beta^2 + 1)}{4} \cdot P_{Fe,n} \cdot \ln\left(\frac{\vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_u Q_u c_{pu}} - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_v Q_v c_{pv}} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n - \vartheta_{hv}}\right) \\ &= K_p S\left(\vartheta_{hs} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_u Q_u c_{pu}} - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_v Q_v c_{pv}} - \vartheta_{hv} - \vartheta_{hs} + H \cdot \beta^2 \cdot g_n + \vartheta_{hv}\right) \end{aligned} \tag{2.23}$$

$$\begin{aligned} &\frac{(5 \cdot \beta^2 + 1)}{4} \cdot P_{Fe,n} \cdot \ln\left(\frac{\vartheta_{hs} - \vartheta_{hv} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_u Q_u c_{pu}} - \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_v Q_v c_{pv}}}{\vartheta_{hs} - \vartheta_{hv} - H \cdot \beta^2 \cdot g_n}\right) \\ &= -K_p S\left(\frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_u Q_u c_{pu}} + \frac{(5 \cdot \beta^2 + 1) \cdot P_{Fe,n}}{4 \rho_v Q_v c_{pv}}\right) \end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\ln\left(\frac{\vartheta_{hs}-\vartheta_{hv}-H\cdot\beta^2\cdot g_n-\dfrac{(5\cdot\beta^2+1)\cdot P_{Fe,n}}{4\rho_u Q_u c_{pu}}-\dfrac{(5\cdot\beta^2+1)\cdot P_{Fe,n}}{4\rho_v Q_v c_{pv}}}{\vartheta_{hs}-\vartheta_{hv}-H\cdot\beta^2\cdot g_n}\right)=-K_p S(\frac{1}{\rho_u Q_u c_{pu}}+\frac{1}{\rho_v Q_v c_{pv}}) \tag{2.25}$$

$$\ln\left(\frac{78-22{,}1\cdot\beta^2-0{,}782\cdot(5\cdot\beta^2+1)-2{,}667\cdot(5\cdot\beta^2+1)}{78-22{,}1\cdot\beta^2}\right)=-5958{,}81\cdot(0{,}000122) \tag{2.26}$$

$$\ln\left(1-\frac{17{,}244\cdot\beta^2+3{,}449}{78-22{,}1\cdot\beta^2}\right)+0{,}729=0 \tag{2.27}$$

Решавањем ове једначине по β^2 добија се β^2 = 1,2873, односно β = 1,13.

3. Задатак

Часови предавања од 22 до 24 (линк), одељак 7.5.2.Слика 3.1

4. Задатак

Пречник бакарног проводника износи

$$D_u=\sqrt{\frac{4S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 95}{\pi}}=10.998\approx 11\ mm, \tag{4.1}$$

па је спољашњи пречник једножилног кабла:

$$D_s=D_u+2\delta_{iz}=11+2=13mm \tag{4.2}$$

Укупни подужни топлотни отпор преласку топлоте износи

$$R_l^T=R_{prov,PVC}^T+R_{prov,tlo}^T=\frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}}ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right)+\frac{\rho_z}{2\pi}ln\left(\frac{D_{ref}}{D_s}\right)=1{,}8941\ Km/W \tag{4.3}$$

Укупни подужни топлотни капацитет износи

$$C_l^T=\rho_{Cu}\,c_{Cu}\,S_{Cu}=328{,}91\,J/(Km) \tag{4.3}$$

Временска константа

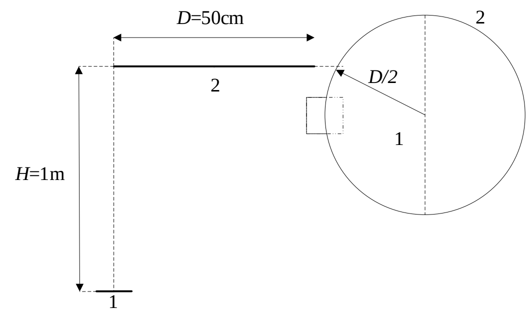
$$\tau=R_l^T\,C_l^T=10{,}38\,min \tag{4.3}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

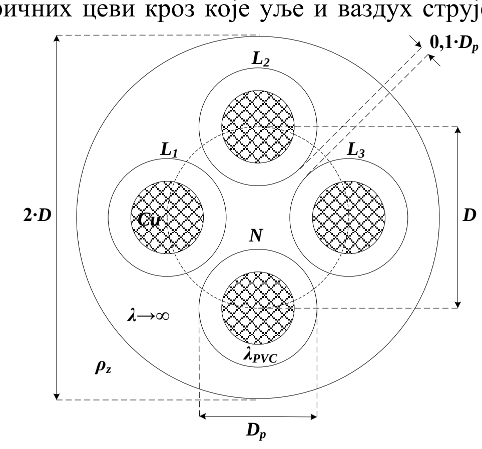
Испит траје максимално 180 минута 11. 01. 2024.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић



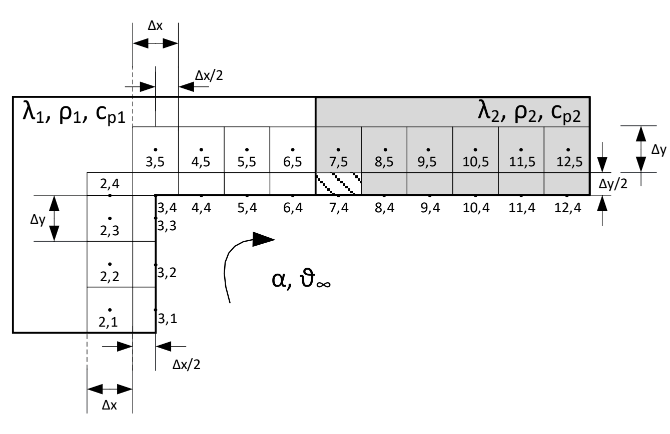
1. Написати израз у форми двоструког интеграла помоћу ког се одређује вредност фактора виђења површи (2) са елементарне површи (1), приказаних на слици (дати су погледи са стране и одозго). Површ 2 је круг пречника 50 cm. Потребно је да израз под интегралом садржи само познате димензије, као и променљиве по којима се интеграли (r и φ) (2п)

2. Приказати дијаграм промене температуре у трансформатору - уља у намотајима, уља у радијатору и намотаја, укључујући и најтоплију тачку намотаја. Приказ дати за трансформатор са два намотаја различитих висина (почетак намотаја се налази на истој висини), различитих губитака и протока уља (различити су и вертикални градијенти температура) у сваком од њих, различитих градијената температуре намотај – уље у намотају и различитих фактора најтоплије тачке. До мешања уља из намотаја долази на координати висине вишег намотаја. (2п)

3. За један трансформатор са ODAF хлађењем одабран је компактан хладњак чија је номинална снага 30% већа од снаге укупних губитака у трансформатору. Сматра се да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{tun} = 102°C$ и $\vartheta_{hun} = 95{,}9°C$, температуре хладног и топлог ваздуха: $\vartheta_{hvn} = 40°C$ и $\vartheta_{tvn} = 64{,}55°C$, номинална снага $P_{hn} = 210$ kW, проток уља $Q_{un} = 68$ m^3/h и проток ваздуха $Q_{vn} = 28{,}29$ m^3/s. Колико износи процентуално смањење укупног коефицијента преноса топлоте услед запрљања хладњака у тренутку у току експлоатације у коме је температура уља на уласку у хладњак, при оптерећењу при коме је снага губитака једнака номиналној и при температури амбијента 20°C, једнака номиналној? Проток ваздуха је једнак номиналном. Проток уља је 20% већи од номиналног. Параметри уља и ваздуха су исти као за номиналне услове. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру. (2,5п)



4. Један трофазни четворожилни кабл пресека бакра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu} = 56\cdot10^6$ S/m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20} = 4{,}29\cdot10^{-3}$°C^{-1}) $S_{Cu} = 95$ mm^2, са PVC изолацијом дебљине изолације $\delta_{iz} = 1$ mm (топлотне специфичне проводности $\lambda_{PVC} = 0{,}16$ W/(mK)) положен је у тло специфичне топлотне отпорности ρ_z=2,5 (mK)/W. Центри бакарних проводника налазе се на кругу пречника D. Проводници су заливени материјалом добре топлотне проводности тако да је спољашњи пречник кабла једнак 2D (слика). Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{doz} = 70°C$, а температура земље удаљене од кабла $\vartheta_z = 20°C$. Одредити максимално дозвољену вредност струје која протиче кроз проводнике кабла који напаја симетрично трофазно оптерећење. При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака $\vartheta_z = 20°C$, може узети цилиндар пречника $D_{ref} = 1000$ mm. Занемарити скин ефекат и ефекат близине. (2,5п)



5. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (7,4) (шрафирана површина). При постављању израза који обухвата и временску промењљивост температуре, користити имплицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2, специфични топлотни

капацитети су c_{p1} и c_{p2}, густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α. Димензије и положај елемента су приказани на слици. Пренос топлоте зрачењем занемарити. (2п)

1. Задатак

Фактор виђења између површи (1) и (2) одређује се по формули:

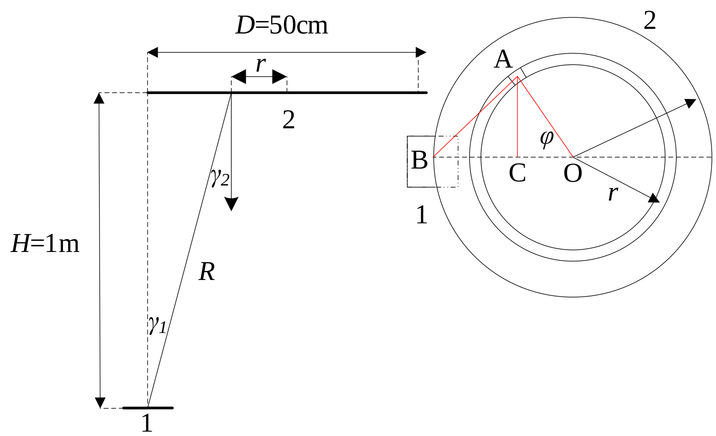
$$F_{12} = \frac{1}{S_1}\int_{S_1}\int_{S_2}\frac{\cos\gamma_1\cos\gamma_2}{R^2\,\pi}dS_1dS_2 \tag{1.1}$$

Обзиром да се површ (1) може сматрати елементарном (углови γ_1 и γ_2 и растојање R са слике 1.1 су приближно константни за све тачке површи S_1), израз (1.1) се трансформише у

$$F_{12} = \int_{S_2}\frac{\cos\gamma_1\cos\gamma_2}{R^2\,\pi}dS_2 \tag{1.2}$$

Углови γ_1 и γ_2 су углови са паралелним крацима, па важи $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, одакле произилази

$$F_{12} = \int_{S_2}\frac{\cos^2\gamma}{R^2\,\pi}dS_2 \tag{1.3}$$



Слика 1.1

Површ (2) се може поделити осом симетрије (ова оса пролази кроз тачке B и O) тако да се интеграли по једном полукругу (у наставку текста интеграција ће се вршити по горњој симетричној половини круга:

$$F_{12} = 2\int_{S_2/2}\frac{\cos^2\gamma}{R^2\,\pi}dS_2 \tag{1.4}$$

За угао γ важи

$$\cos\gamma = \frac{H}{R} \tag{1.5}$$

Потег R се може одредити као

$$R^2 = H^2 + AB^2 \tag{1.6}$$

При чему се дужина дужи AB може одредити из троугла OAB

$$OA = r \tag{1.7}$$

$$AC = r\sin\varphi \tag{1.8}$$

$$OC = r\cos\varphi \tag{1.9}$$

$$BC = \frac{D}{2} - OC = \frac{D}{2} - r\cos\varphi \tag{1.10}$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = (r\sin\varphi)^2 + \left(\frac{D}{2} - r\cos\varphi\right)^2 \tag{1.11}$$

$$AB^2 = r^2 - Dr\cos\varphi + \frac{D^2}{4} \tag{1.12}$$

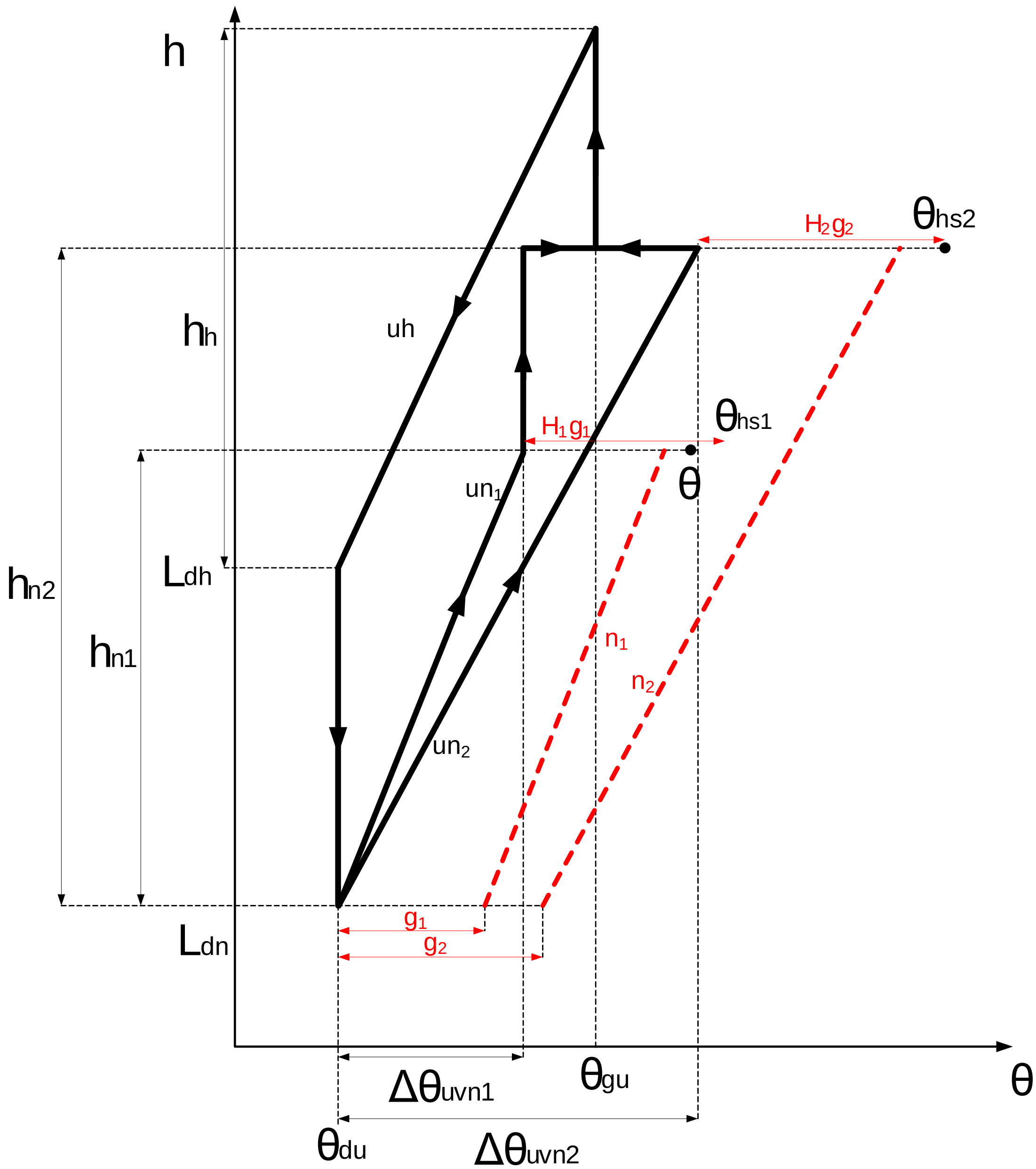
$$R^2 = H^2 + r^2 - Dr\cos\varphi + \frac{D^2}{4} \tag{1.13}$$

Заменом (1.5) и (1.13) у (1.4) добија се

$$F_{12} = 2\int_{r=0}^{D/2}\int_{\varphi=0}^{\pi} \frac{H^2}{\left(H^2 + r^2 - Dr\cos\varphi + \frac{D^2}{4}\right)^2 \pi} r d\varphi dr \tag{1.14}$$

<u>2. Задатак</u>

На слици 2.1, црним и црвеним линијама, приказан је дијаграм промене температуре у трансформатору за неке претпостављене вредности протока уља кроз намотаје (протоци су такви да се разликују порасти температура уља у намотајима).



Слика 2.1

<u>3. Задатак</u>

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_p S(\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl} - \vartheta_{tul} + \vartheta_{hul})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl}}{\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}}\right)} = \frac{K_p S(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)} \tag{3.1}$$

За номиналне податке хладњака важи:

$$\Delta\vartheta_{izl} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 31{,}35\text{°C} \tag{3.2}$$

$$\Delta\vartheta_{ul} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 62\text{°C} \tag{3.3}$$

Заменом ових вредности у израз (3.1), уз P_{hn} = 210 kW добија се да је:

$$K_pS = \frac{P_{hn} \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 4{,}672\,\frac{kW}{°C} \tag{3.4}$$

За ваздух и уље можемо написати следеће изразе:

$$P_{hn} = \rho_v Q_{vn} c_{pv}(\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \tag{3.5}$$

$$P_{hn} = \rho_u Q_{un} c_{pu}(\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \tag{3.6}$$

Одавде добијамо да је:

Како је номинална снага хладњака за 30% већа од номиналне снаге губитака имамо да је $P_h = P_{hn}/1{,}3 = 161{,}54$ kW. Проток

$$\rho_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{Q_{vn}(\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn})} = 0{,}3024\,\frac{kWs}{m^3°C} \tag{3.7}$$

$$\rho_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{Q_{un}(\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun})} = 1822{,}57\,\frac{kWs}{m^3°C} \tag{3.8}$$

ваздуха једнак је номиналном $Q_v = Q_{vn}$, док је температура опала на $\vartheta_{hv} = 20°C$. Сада, за ову снагу хлађења и овај проток можемо написати израз аналоган изразу (5.5):

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{3.9}$$

На основу израза (3.9) долазимо до:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = 38{,}88°C \tag{3.10}$$

Проток уља повећао се за 20% на $Q_v = 1{,}2 \cdot Q_{vn} = 81{,}6$ m³/h, док је температура уља на уласку у хладњак остала иста $\vartheta_{tu} = \vartheta_{tun} = 102°C$. И за уље се сада може написати израз аналоган изразу (3.10):

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} = 98{,}09°C \tag{3.11}$$

За стварну снагу хлађења можемо написати израз аналоган изразу (3.1):

$$P_h = \frac{K_p^z S(\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}}\right)} \tag{3.12}$$

Из претходног израза се добија

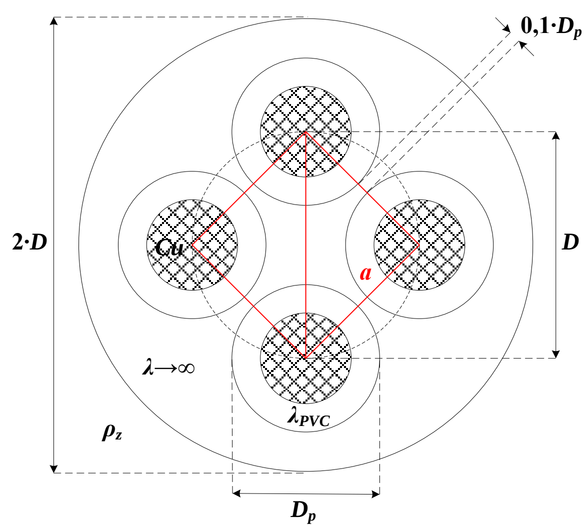
$$K_p^z S = \frac{P_h \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 2{,}308\,\frac{kW}{°C}, \tag{3.13}$$

односно

$$\frac{K_p^z S}{K_p\, S} = \frac{K_p^z}{K_p} = \frac{2{,}308}{4{,}672} = 0{,}494 \tag{3.14}$$

Дакле, услед запрљања дошло је до смањења укупног коефицијента преноса топлоте за 50,6%.

4. Задатак



Слика 4.1

Пречник бакарног проводника износи

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10{,}998 \approx 11\ mm, \tag{4.1}$$

па је спољашњи пречник једне жиле кабла:

$$D_p = D_u + 2\delta_{iz} = 11 + 2 = 13\ mm \tag{4.2}$$

Спајањем центара проводника добија се квадрат станице a (слика 4.1):

$$a = 2 \cdot \frac{D_p}{2} + 0{,}1 \cdot D_p = 1{,}1 \cdot D_p = 14{,}3\ mm \tag{4.3}$$

Дијагонала овог квадрата једнака је пречнику круга на којем се налазе центи проводника:

$$D = a\sqrt{2} = 1{,}1 \cdot \sqrt{2} \cdot D_p = 20{,}22\ mm \tag{4.4}$$

У граничном случају, при дозвољеној једносмерној струји, температура бакарног проводника једнака је 70°C, па вредност подужне електричне отпорности бакра износи:

$$R_{Cu}^{70°C} = \frac{1}{\sigma \cdot S}\big(1 + \alpha(70°C - 20°C)\big) = \frac{1}{56 \cdot 95}(1 + 4{,}29 \cdot 10^{-3} \cdot 50) = 2{,}28 \cdot 10^{-4}\Omega m \tag{4.5}$$

У стационарном топлотном стању сва топлота која настаје као последица Џулових губитака у бакарном проводнику одводи се, преко PVC изолације, ка околном материјалу добре топлотне проводности (температуре ϑ). Ово стање описује се следећом једначином:

$$R_{Cu}^{70°C} \cdot I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{PVC}^T} \tag{4.6}$$

Одакле се долази до:

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{Cu}^{70°C} \cdot R_{PVC}^T}} \tag{4.7}$$

Вредност подужне топлотне отпорности изолације проводника износи:

$$R_{PVC}^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} ln\left(\frac{D_p}{D_u}\right) = 0{,}166\ Km/W \tag{4.8}$$

Топлота генерисана Џуловим губицима у три оптерећена проводника ($3 \cdot R_{Cu}^{70°C} \cdot I^2$) одводи се са површине материјала добре топлотне проводности (цилиндар пречника $2D$) провођењем у околно тло:

$$3 \cdot R_{Cu}^{70°C} \cdot I^2 = \frac{\vartheta - \vartheta_z}{R_z^T} \tag{4.9}$$

где је:

$$R_z^T = \frac{\rho_z}{2\pi} ln\left(\frac{D_{ref}}{2D}\right) = 1{,}276\ Km/W \tag{4.10}$$

Комбиновањем израза (4.6) и (4.9) добија се:

$$3 \cdot \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{PVC}^T} = \frac{\vartheta - \vartheta_z}{R_z^T} \tag{4.11}$$

Решавањем једначине (4.11) добија се температура ϑ:

$$\vartheta = \frac{3\vartheta_{doz} + \vartheta_z \frac{R_{PVC}^T}{R_z^T}}{3 + \frac{R_{PVC}^T}{R_z^T}} = 67{,}92°C \tag{4.12}$$

Сада се из израза (4.7) добија тражена вредност струје:

$$I = \sqrt{\frac{70 - 67{,}92}{2{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}166}} = 234{,}29\ A \tag{4.13}$$

5. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (7,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \tag{5.1}$$

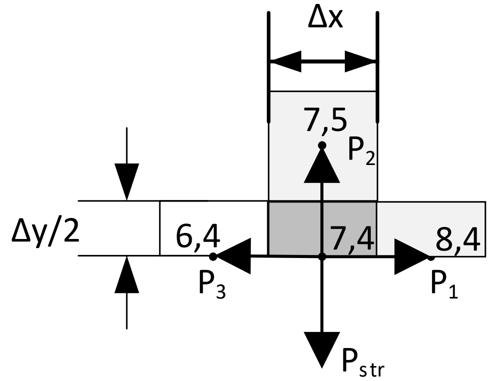
где су:

- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По имплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у тренутном (p) тренутку у односу на претходни тренутак (*p-1*):

$$P_{akum} = \rho_2\, c_{p2} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{7,4}}{dt} = \rho_2\, c_{p2} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{7,4}^{p-1}}{\Delta t} \tag{5.2}$$



Слика 5.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем и струјањем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \tag{5.3}$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (8,4), (7,5) и (6,4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^{3} P_k \tag{5.4}$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{8,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{L \, \Delta y/2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{8,4}^{p}}{\frac{2}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{5.5}$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{7,5}^{p}}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta y}{L \Delta x}} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{7,5}^{p}}{\frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta y}{\Delta x}} \tag{5.6}$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{6,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x/2}{L \, \Delta y/2} + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x/2}{L \, \Delta y/2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{6,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1 L} \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{5.7}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L \Delta x}} = \alpha L \Delta x \left(\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}\right) \tag{5.8}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици (13Е014ТПЕ)

Испит траје максимално 180 минута 01. 02. 2024.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

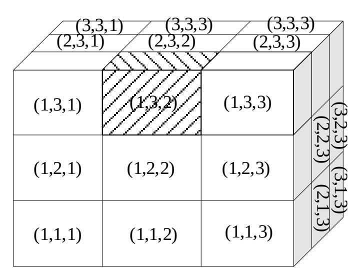
1. Један трансформатор са ODAF хлађењем се хлади компактним хладњаком. Може се сматрати да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{tun} = 85°\mathrm{C}$ и $\vartheta_{hun} = 78{,}9°\mathrm{C}$, температуре хладног и топлог ваздуха: $\vartheta_{hvn} = 40°\mathrm{C}$ и $\vartheta_{tvn} = 60{,}8°\mathrm{C}$. Одредити номиналну снагу хладњака, изражену као умножак номиналних губитака у трансформатору, која ће обезбеди довољно ниску температуру уља тако да порасти температура при номиналном оптерећењу трансформатора при температури амбијента 20℃, не пређу дозвољене вредности: најтоплије тачке θ_{hs}=78 K и горњег уља θ_{gu}=55 K. Познате су вредности разлике средње температуре намотаја и средње температуре уља (g_n = 17 K) и фактора најтоплије тачке (H = 1,3). Сматрати да је коефицијент преласка топлоте хладњака једнак ономе који се има при номиналним условима рада хладњака. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру. (2,5п)

2. Вода у бојлеру запремине 80 литара са грејачем снаге 2 kW се загреје са 20°C на 75°C, после чега се грејач искључи и остаје трајно искључен. Колико дуго је могуће „пријатно туширање“, које настаје одмах по искључењу грејача, протоком воде 5 литра у минуту и температуре 40°C уколико је температура воде из водовода а) 15℃ и б) 8℃? Снага преноса топлоте од воде ка амбијенту се током туширања може занемарити. Густина воде износи $\rho_v = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$, специфични топлотни капацитет воде $c_{pv} = 4200$ J/(kgK), специфични топлотни капацитет металног казана $c_{pk} = 474$ J/(kg K), а његова тежина $c_{pk} = 20$ kg. Топлотни капацитет изолације се може занемарити. (2,5п)

3. За које вредности фактора оптерећења (факторе испуне) се у Техничким препорукама Електродистрибуције дају табличне вредности дозвољене вредности струје за различите попречне пресеке каблова? На који начин се коригују ове вредности у случају да је оптерећење кабла константно у времену? (2п)

4. Посматра се проводника од бакра површине попречног пресека 95 $\mathrm{mm^2}$ и максималне дозвољене температуре изолације 180°C. Кратак спој на проводнику настаје при номиналном оптерећењу (температура 100°C). Познате су карактеристике бакра: $c_{Cu} = 385$ J/(kg°C), $\rho_{Cu} = 8933\ \mathrm{kg/m^3}$, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu} = 56\cdot10^6$ S/m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20} = 4{,}29\cdot10^{-3}\,°\mathrm{C}^{-1}$. Одредити температуру изолације проводника која се достиже у тренутку искључења кратког споја у случају: а) да је заштита реаговала након 1s при струји од I_{ks1} = 9600 A; б) да је заштита реаговала након 1,2s при струји од I_{ks2} = 7600 A. При прорачуну сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски. При прорачуну снаге генерисања топлоте узети у обзир температурну промену електричне проводности; може се сматрати да струја током кратког споја има константну вредност. (2п)

5. Једна коцка странице L (слика), направљена од хомогеног материјала познатих топлотних карактеристика, загрева се равномерно по запремини познатом запреминском густином снаге (q_v). Коефицијенти преласка топлоте струјањем са горње површи (α_g), доње површи (α_d) и остале четири вертикалне површи (α_z) на околни флуид температуре ϑ_f су познати. Запремина је подељена на 3^3 једнаких делова. Написати једначину по имплицитној методи коначних елемената за шрафирани део коцке (на координати (1,3,2)). Једначину написати за нестационарни топлотни процес. Усвојити да тачке које репрезентују малу коцку буду у њеном центру, због чега је потребно уважити и пренос топлоте провођењем између ове тачке и површи. Занемарити снагу преноса топлоте зрачењем. Једначину није потребно сређивати у смислу увођења Fourier-овог и Biot-овог број. (2п)



1. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_{p,n}S(\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})}{\ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}}\right)} \tag{1.1}$$

Применом израза (1.1) на номиналне податке хладњака се добија:

$$\Delta\vartheta_{izl,n} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 18{,}1℃ \tag{1.2}$$

$$\Delta\vartheta_{ul,n} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 45℃ \tag{3.3}$$

Заменом ових вредности у израз (1.1), добија се да је:

$$K_{p,n}S = \frac{P_{hn}\cdot\ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})} = 0{,}03386\cdot P_{hn} \tag{1.4}$$

За уље и воду можемо написати следећа два израза:

$$P_{hn} = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \tag{1.5}$$

$$P_{hn} = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \tag{1.6}$$

Одавде добијамо:

$$\rho_u Q_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}} = 0{,}16393\cdot P_{hn} \tag{1.7}$$

$$\rho_v Q_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}} = 0{,}04808\cdot P_{hn} \tag{3.8}$$

При температури амбијенталног ваздуха од 20℃ и номиналном оптерећењу трансформатора расхладна снага хладњака једнака је номиналној снази губитака у трансформатору $P_h = P_{gub}$. Сада, за ову снагу хлађења могу се написати изрази аналогни изразима (1.1), (1.5) и (1.6):

$$P_h = \frac{K_p S(\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}}\right)} \tag{1.9}$$

$$P_h = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \tag{1.10}$$

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{1.11}$$

где је $K_pS = K_{p,n}S = 0{,}03386\cdot P_{hn}$. Температура хладног ваздуха једнака је амбијенталној ($\vartheta_{hv} = 20℃$), па се на основу израза (1.11) добија да је:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_{gub}}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = \frac{P_{gub}}{0{,}04808\cdot P_{hn}} + 20℃ = \frac{20{,}8℃}{x} + 20℃ \tag{1.12}$$

где је x тражени умножак снаге номиналних губитака ($P_{hn} = x\cdot P_{gub}$).

Температуру горњег уља трансформатора тј. температура уља на уласку у хладњак могуће је одредити на основу услова да пораст температуре најтоплије тачке не сме прећи $\theta_{hs} = 78$ K и горњег уља $\theta_{gu} = 55$ K:

$$\vartheta_{tu} = min\left(\theta_{hs} - g_n\cdot H, \theta_{gu}\right) + 20℃ = 75℃ \tag{1.13}$$

Из једначине (1.10) се добија:

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_{gub}}{\rho_u Q_u c_{pu}} = 75℃ - \frac{P_{gub}}{0{,}16393\cdot P_{hn}} = 75℃ - \frac{6{,}1℃}{x} \tag{1.14}$$

Заменом израза (1.12) и (1.14) у (1.9) добија се:

$$\ln\left(\frac{75℃ - \frac{6{,}1℃}{x} - \frac{20{,}8℃}{x} - 20℃}{75 - 20}\right) = \frac{0{,}03386\cdot P_{hn}}{P_{gub}}(75℃ - \frac{6{,}1℃}{x} - \frac{20{,}8℃}{x} - 20℃ - 75℃ + 20℃) \tag{1.15}$$

$$\ln\left(\frac{55℃ - \frac{26{,}9℃}{x}}{55℃}\right) = 0{,}03386\cdot x\cdot(-\frac{26{,}9℃}{x}) \tag{1.16}$$

$$\ln\left(1 - \frac{26{,}9}{55\cdot x}\right) = -0{,}91083 \tag{1.17}$$

$$1 - \frac{26{,}9}{55\cdot x} = e^{-0{,}91083} \tag{1.18}$$

$$x = \frac{26{,}9}{55\cdot(1 - e^{-0{,}91083})} = 0{,}818 \tag{1.19}$$

Дакле, потребно је да номинална снага хладњака буде 18.2% мања од номиналне снаге губитака у трансформатору.

2. Задатак

Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C^T_{kazana} + C^T_{vode} = m_k \cdot c_{pk} + \rho_V \cdot V \cdot c_{pv} = 345{,}48\ \mathrm{kJ/K} \tag{2.1}$$

Топлотна енергија акумулирана у бојлеру и расположива за туширање, које се, по услову задатка, заврши кад температура не може да буде већа од 40°C, је

$$E_b = C^T\left(\vartheta_{poc} - \vartheta_{kr}\right) \tag{2.2}$$

где је ϑ_{poc} = 75°C и $\vartheta_{kr} = \vartheta_{potrš}$ = 40°C.

Енергија која се троши током туширања је

$$E_{tuš} = \int_{t=0}^{t_{tuš}} \rho_v c_{pv} Q_v\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right) dt = \rho_v Q_v c_{pv}\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right) \int_{t=0}^{t_{tuš}} dt = \rho_v Q_v c_{pv}\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right) t_{tuš} \tag{2.3}$$

Максимално је за туширање могуће искористити енергију одређену изразом (2.2), па важи

$$C^T\left(\vartheta_{poc} - \vartheta_{potrš}\right) = \rho_v Q_v c_{pv}\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right) t_{tuš} \tag{2.4}$$

Време „пријатног“ туширања једнако је

$$t_{tuš} = \frac{C^T\left(\vartheta_{poc} - \vartheta_{potrš}\right)}{\rho_v Q_v c_{pv}\left(\vartheta_{potrš} - \vartheta_{vod}\right)} \tag{2.5}$$

Заменом бројних вредности добија се а) $t_{tuš}$ = 23 min и б) $t_{tuš}$ = 18 min.

3. Задатак

Материјали са предавања „Часови 25 до 27“, страна 2.

4. Задатак

Пошто се термички процес по настанку кратког споја сматра адијабатским, занемарује се снага којом се топлота размењује са околином у току кратког споја и сматра да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности тј. стварно загревање проводника у току кратког споја је мало мање од тако израчунатог.

Снага којом се топлотна енергија акумулира у бакру једнака је снази којом се топлота генерише услед Џулових губитака.

$$P_{gen} = P_{akum} \tag{4.1}$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом

$$P_{gen} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}}\left(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20℃\,)\right)\frac{I_{ks}^2}{S_{Cu}} \tag{4.2}$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом

$$P_{akum} = C^T_{Cu}\frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} \tag{4.3}$$

Подужни топлотни капацитет проводника је једнак

$$C^T_{Cu} = \rho_{Cu} S_{Cu} c_{pCu} = 326{,}724\,\frac{J}{mK} \tag{4.4}$$

Из претходник израза се добија диференцијална једначина која описује промену температуре бакарног проводника. То је уједно и температура најтоплијих тачака изолације (унутрашња површ изолације, уз сам проводник).

$$C^T_{Cu}\frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}}\left(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20℃\,)\right)\frac{I_{ks}^2}{S_{Cu}} \tag{4.5}$$

$$\frac{d\vartheta_{Cu}}{\left(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20℃C)\right)} = \frac{1}{C^T_{Cu}\sigma_{Cu20}S_{Cu}} I_{ks}^2 dt \tag{4.6}$$

Решавањем диференцијалне једначине добија се температура проводника у тренутку прекида струје кратког споја (ϑ_p):

$$\int_{\vartheta_{Cu}=100^0\mathrm{C}}^{\vartheta_p} \frac{d\vartheta_{Cu}}{\left(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20)\right)} = \int_{t=0}^{t_{ks}} \frac{1}{C^T_{Cu}\sigma_{Cu20}S_{Cu}} I_{ks}^2 dt = \frac{1}{C^T_{Cu}\sigma_{Cu20}S_{Cu}} I_{ks}^2 t_{ks} \tag{4.7}$$

$$\frac{1}{\alpha_{Cu20}}\ln\frac{1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_p - 20℃)}{1 + \alpha_{Cu20}(100℃\ - 20℃)} = \frac{I_{ks}^2 t_{ks}}{C^T_{Cu}\sigma_{Cu20}S_{Cu}} \tag{4.8}$$

$$\ln\frac{1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_p - 20℃)}{1 + \alpha_{Cu20}(100℃\ - 20℃)} = \frac{\alpha_{Cu20} I_{ks}^2 t_{ks}}{C^T_{Cu}\sigma_{Cu20}S_{Cu}} \tag{4.9}$$

$$\frac{1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_p - 20℃)}{1 + \alpha_{Cu20}(100℃\ - 20℃)} = e^{\frac{\alpha_{Cu20} I_{ks}^2 t_{ks}}{C^T_{Cu}\sigma_{Cu20}S_{Cu}}} \tag{4.10}$$

$$1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_p - 20℃) = (1 + \alpha_{Cu20} \cdot 80℃)e^{\frac{\alpha_{Cu20} I_{ks}^2 t_{ks}}{C^T_{Cu}\sigma_{Cu20}S_{Cu}}} \tag{4.11}$$

$$\vartheta_p = 20℃ + \frac{(1 + \alpha_{Cu20} \cdot 80℃)e^{\frac{\alpha_{Cu20} I_{ks}^2 t_{ks}}{C^T_{Cu}\sigma_{Cu20}S_{Cu}}} - 1}{\alpha_{Cu20}} \tag{4.12}$$

Заменом бројних вредности добијају се тражене температуре проводника:

$$\vartheta_{p1} = 179{,}97℃ \tag{4.13}$$

$$\vartheta_{p2} = 158{,}42℃ \tag{4.14}$$

<u>5. Задатак</u>

Биланс снаге за посматрану коцку странице *L*/3 гласи:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \tag{5.1}$$

где су:

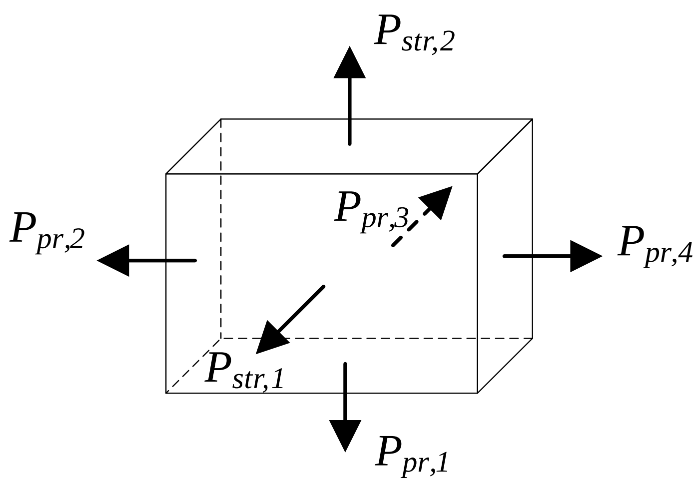
- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраној коцки,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраној коцки и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са суседним коцкама и амбијентом.

По запремини коцке енергија се генерише запреминском густином снаге q_v, па је укупна снага генерисана у посматраној коцки:

$$P_{gen} = q_v V = q_v \frac{L^3}{27} \tag{5.2}$$

По имплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у текућем (*p*) тренутку у односу на претходни (*p* - 1):

$$P_{akum} = \rho c_p \frac{L^3}{27}\frac{d\vartheta}{dt} = \rho\, c_p \frac{L^3}{27}\frac{{\vartheta_{1,3,2}}^{p} - {\vartheta_{1,3,2}}^{p-1}}{\Delta t} \tag{5.3}$$



Слика 5.1

Топлотна енергија се са посматране коцке преноси провођењем ка суседним коцкама (P_{prov}) и провођењем и струјањем (P_{str}) ка околини:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \tag{5.4}$$

За посматрану коцку, снага преноса топлоте провођењем састоји се од четири члана који обухватају снаге преноса топлоте ка коцкама испод (њена темпертура износи $\vartheta_{1,2,2}$)), лево ($\vartheta_{1,3,1}$), иза ($\vartheta_{2,3,2}$) и десно ($\vartheta_{1,3,3}$) од посматране коцке.

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^{4} P_{pr,k} \tag{5.5}$$

$$P_{pr,1} = \frac{{\vartheta_{1,3,2}}^{p} - {\vartheta_{1,2,2}}^{p}}{\frac{1}{\lambda}\frac{L/3}{\frac{L}{3}\frac{L}{3}}} = \frac{{\vartheta_{1,3,2}}^{p} - \vartheta_{1,2,2}^{p}}{\frac{3}{\lambda L}} \tag{5.6}$$

$$P_{pr,2} = \frac{{\vartheta_{1,3,2}}^{p} - \vartheta_{1,3,1}^{p}}{\frac{3}{\lambda L}} \tag{5.7}$$

$$P_{pr,3} = \frac{{\vartheta_{1,3,2}}^{p} - \vartheta_{2,3,2}^{p}}{\frac{3}{\lambda L}} \tag{5.7}$$

$$P_{pr,4} = \frac{{\vartheta_{1,3,2}}^p - \vartheta_{1,3,3}^p}{\frac{3}{\lambda L}} \tag{5.8}$$

Снага преноса топлоте ка околини се састоји од два члана који обухватају снаге преноса топлоте на предњој и горњој страни посматране коцке. При одређивању ове снаге потребно је уважити и топлотни отпор провиђењу кроз половину посматране коцке (од центра до посматране површи).

$$P_{str} = \sum_{k=1}^{2} P_{str,k} \tag{5.9}$$

$$P_{str,1} = \frac{{\vartheta_{1,3,2}}^p - \vartheta_f^p}{\frac{1}{\lambda}\frac{L/6}{\frac{L}{3}\frac{L}{3}} + \frac{1}{\alpha_z}\frac{1}{\frac{L}{3}\frac{L}{3}}} = \frac{{\vartheta_{1,3,2}}^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_z}\frac{9}{L^2}} \tag{5.10}$$

$$P_{str,2} = \frac{{\vartheta_{1,3,2}}^p - \vartheta_f^p}{\frac{3}{2\lambda L} + \frac{1}{\alpha_g}\frac{9}{L^2}} \tag{5.11}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици (13Е014ТПЕ)

Испит траје максимално 180 минута 01. 07. 2024.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

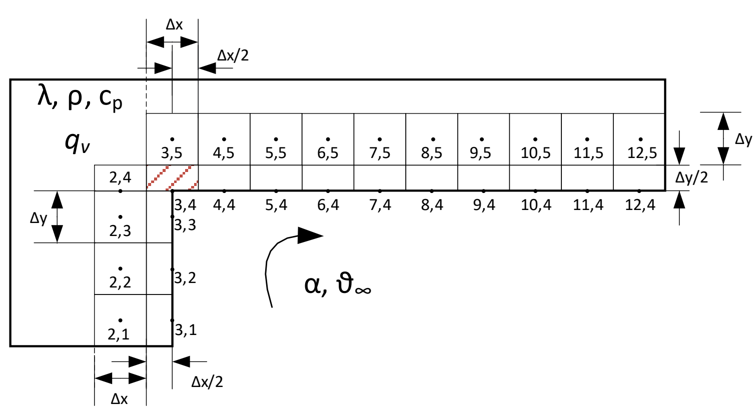
1. За колико процената се смањи енергија размене топлоте зрачењем између два бесконачно велика равна зида температура ϑ_1 =500°C (коефицијент сивоће ε_1 = 0,8) и ϑ_2 =20°C (коефицијент сивоће ε_2 = 0,6), ако се између њих постави раван зид занемарљиво мале дебљине и коефицијента сивоће ε_3 = 0,2. (2п)

2. Термоакумулациона (ТА) пећ, инсталиране снаге P_n = 5 kW, користи се за загревање једне просторије. Пећ ради у циклусима од 24 часа. Грејач се укључује на почетку циклуса (0:00h), а искључује се након што пораст температуре изотермичког језгра пећи (шамотно језгро и грејач) достигне θ_{max} = 700 K и остаје искључен до поноћи (24:00h). Снага којом се енергија троши, издувавањем ваздуха из пећи, је константна током целог циклуса и износи P_z = 1,2 kW. Колико времена ће грејач бити укључен током једног дана? Познате су вредности топлотног капацитета изотермичког језгра пећи C^T = 1,6·10^5 J/K и топлотног отпора преносу топлоте од изотермичког језгра до амбијента R^T = 3,5 K/W. Сматрати да пећ ради у квазистационарном режиму, тако да је температура изотермичког језгра на почетку и на крају циклуса (у поноћ претходног и текућег дана) једнака. (2п)

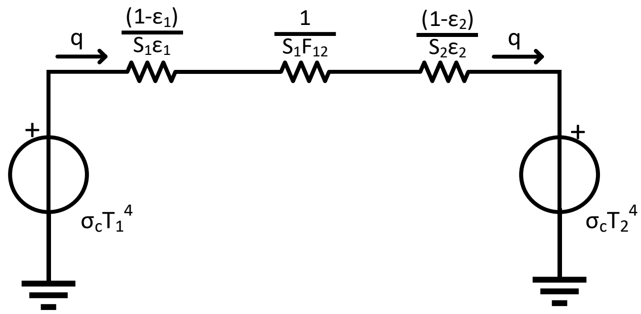
3. Ребро за хлађење је ослоњено на површ температуре 65,09°C. Између тела које се хлади и ребра постоји контактна отпорност $R_{th,c}$ = 1 K/W. Дужина ребра износи L = 100 mm, а његов попречни пресек је облика правоугаоника a x b = 50 mm x 10 mm. Коефицијент преласка топлоте са површи ребра на ваздух температуре ϑ_a = 30°C износи α = 8 W/m^{2}K. Топлотна проводност материјала од кога је сачињено ребро износи λ = 237 W/mK. Написати три једначине са три непознате (две интеграционе константе и снага одвођења топлоте са површи температуре 65,09°C) чијим се решавањем добија вредност из којих се може израчунати снага одвођења топлоте ребром за хлађење. При постављању граничног услова на базису ребра који се хлади сматрати да је снага која се преноси ка ваздуху једнака нули. (2п)

4. Приказати дијаграм промене температуре у трансформатору - уља у намотајима, уља у радијатору и намотаја, укључујући и најтоплију тачку намотаја. Приказ дати за трансформатор са два намотаја за који се разликују: висина (почетак намотаја се налази на истој висини), губици, протоци уља, вертикални градијенти температура уља у намотајима, градијенти температуре намотај – уље у намотају и фактори најтоплије тачке. До мешања уља из намотаја долази на координати висине вишег намотаја. На слици квалитативно приказати промене које настају уколико би проток уља кроз један намотај (Q_1) за ΔQ био већи, а кроз други намотај (Q_2) за ΔQ мањи од претпостављеног. Сматрати да се при промени протока за ΔQ не мењају температура уља на уласку у намотаје, температура помешаног уља (температура у термометарском џепу), губици у намотајима и фактор најтоплије тачке. Сматрати да је разлика средње температуре намотаја и уља у намотају g обрнуто пропорционална протоку кроз намотај степенованом на 0.8 ($Q^{0.8}$). (2п)

5. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине приказан шрафираном површи, репрезентован тачком (3,4). При постављању израза који обухвата и временску промењљивост температуре, користити имплицитну методу. По запремини постоји генерисања топлоте. Запреминском густином q_v. Топлотна проводност материјала је λ, специфични топлотни капацитет је c_p, густина ρ и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α. При писању једначина занемарити размену топлоте зрачењем. (2п)



1. Задатак
За случај две паралелне велике површи на температурама ϑ_1 и ϑ_2 могуће је формирати радијациону шему са два чвора.

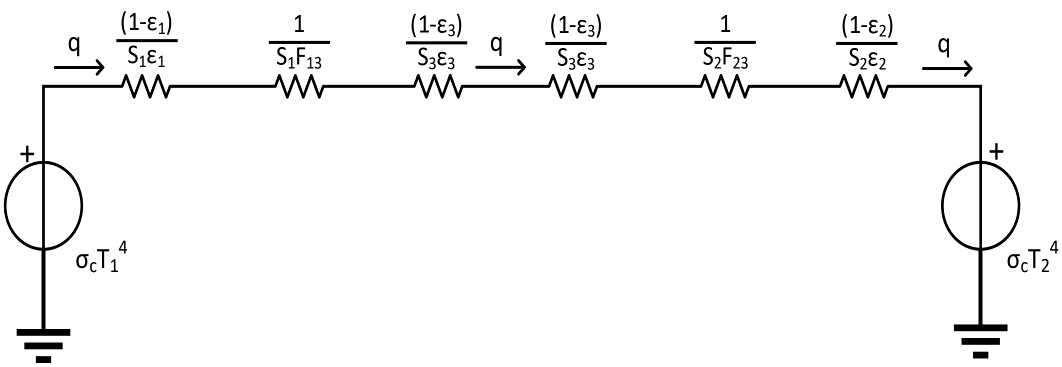


Слика 1.1

На основу приказане радијационе шеме се лако долази до израза за снагу којом се енергија размењује између две велике паралелне површи, при чему се претпоставља да су им површине једнаке (S) и да је фактор виђења између њих 1.

$$q_a = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{12} S_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{\sigma_c((\vartheta_1 + 273{,}15)^4 - (\vartheta_2 + 273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{F_{12}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{\sigma_c((\vartheta_1 + 273{,}15)^4 - (\vartheta_2 + 273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \tag{1.1}$$

У случају постојања екрана (површ 3) између две велике паралелне површи могуће је формирати једну радијациону шему приказану на слици 1.2. У екрану нема ни извора ни понора енергије, односно енергија која долази од површи 1 ка површи 3 одлази од површи 3 ка површи 2 (претпоставка да је површ 1 топлија од површи 2).



Слика 1.2

Сада се лако може написати израз за снагу размене енергије зрачењем између две велике паралелне површи:

$$q_b = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{13} S_1} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3} + \frac{1}{F_{23} S_2} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{\sigma_c((\vartheta_1 + 273{,}15)^4 - (\vartheta_2 + 273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{F_{13}} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 + \frac{1}{F_{23}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \tag{1.2}$$

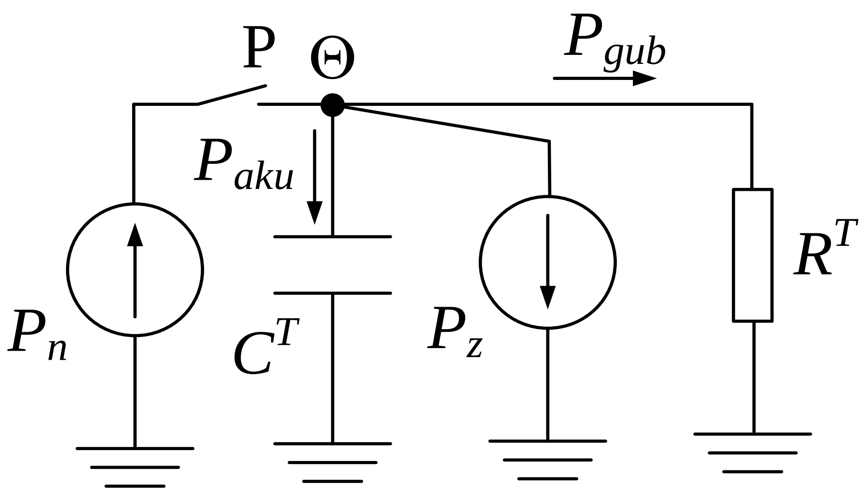
$$q_b = \frac{\sigma_c((\vartheta_1 + 273{,}15)^4 - (\vartheta_2 + 273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)} \tag{1.3}$$

Дакле, важи:

$$\frac{q_b}{q_a} = \frac{\dfrac{\sigma_c((\vartheta_1 + 273{,}15)^4 - (\vartheta_2 + 273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)}}{\dfrac{\sigma_c((\vartheta_1 + 273{,}15)^4 - (\vartheta_2 + 273{,}15)^4)S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}} = \frac{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)} = 0{,}1756 \tag{1.4}$$

односно, енергија која се размењује зрачењем се смањи за 82,44%.

2. Задатак
Топлотна шема која описује процес загревања пећи приказана је на слици 2.1.



Слика 2.1.

Прекидач P је затворен током периода загревања пећи, док је у остатку циклуса отворен.

На почетку циклуса (0:00h) пораст температуре изотермичког језгра је θ_x, у том тренутку грејач се укључује и остаје укључен x сати. У тренутку искључења грејача пораст температуре изотермичког језгра је θ_{max} = 700 K. Након тог тренутка, до краја посматраног циклуса (24 – x сати), температура језгра опада тако да је на крају циклуса (24:00 h) пораст температуре поново једнак θ_x.

Једначина биланса снага за топлотну шему на слици 2.1. гласи:

$$P_n = P_{akum} + P_z + P_{gub} \tag{2.1}$$

где је

$$P_{akum} = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} \tag{2.2}$$

$$P_{gub} = \frac{\theta}{R^T} \tag{2.3}$$

Заменом (2.2) и (2.3) у (2.1) и једноставним трансформисањем добијеног израза добија се диференцијална једначина која описује промену температуре изотермичког језгра:

$$P_n - P_z = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R^T} \tag{2.4}$$

$$P_g = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R^T} \tag{2.5}$$

$$P_g R^T = R^T C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta \tag{2.6}$$

где је P_g = 5000 – 1200 = 3800 W када је прекидач P затворен, а P_g = – 1200 W када је отворен. Решење диференцијалне једначине (2.6) гласи

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{2.7}$$

где је $\tau = R^T C^T$ = 156,56h, а $\theta_\infty = P_g R^T$ тј. у случају када је прекидач P затворен θ_∞^1 = 13300 K, а у случају када је отворен θ_∞^2 = -4200 K (НАПОМЕНА: ове вредности имају чисто математички карактер и нису физички утемељене).

Температура на крају првог периода дана, када је грејач укључен тј. прекидач P на слици 2.1 затворен, одређује се из следећег израза:

$$\theta_{max} = \theta_x \cdot e^{-\frac{x}{\tau}} + \theta_\infty^1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{x}{\tau}}\right) \tag{2.8}$$

а на крају другог периода тј. на крају дана

$$\theta_x = \theta_{max} \cdot e^{-\frac{(24-x)}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{(24-x)}{\tau}}\right) \tag{2.9}$$

Заменом израза (2.9) у (2.8) добија се

$$\theta_{max} = \left(\theta_{max} \cdot e^{-\frac{(24-x)}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{(24-x)}{\tau}}\right)\right) \cdot e^{-\frac{x}{\tau}} + \theta_\infty^1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{x}{\tau}}\right) \tag{2.10}$$

$$\theta_{max} = \theta_{max} \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{x}{\tau}} - \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^1 - \theta_\infty^1 \cdot e^{-\frac{x}{\tau}} \tag{2.11}$$

$$\theta_{max} - \theta_{max} \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} - \theta_\infty^1 = (\theta_\infty^2 - \theta_\infty^1) \cdot e^{-\frac{x}{\tau}} \tag{2.12}$$

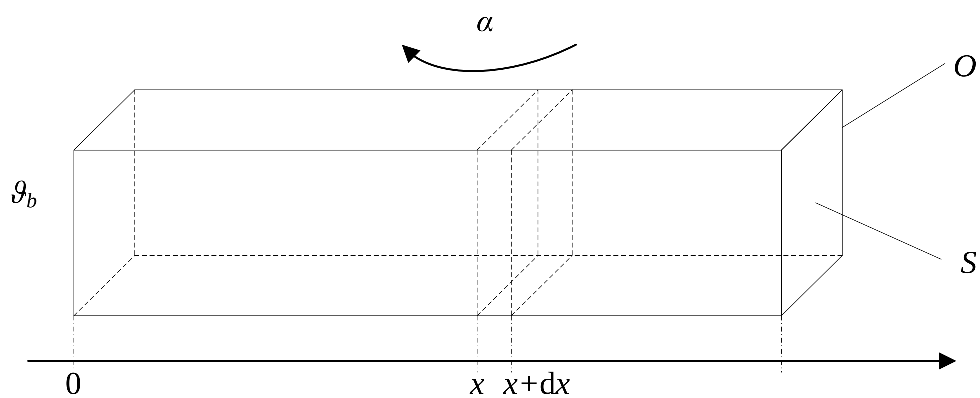
$$e^{-\frac{x}{\tau}} = \frac{\theta_{max} - \theta_{max} \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} - \theta_\infty^1}{\theta_\infty^2 - \theta_\infty^1} \tag{2.13}$$

$$x = -\tau \cdot \ln \frac{\theta_{max} - \theta_{max} \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} - \theta_\infty^1}{\theta_\infty^2 - \theta_\infty^1} \tag{2.14}$$

Из израза (2.14) добија се тражено време рада грејача које износи 6,36h.

3. Задатак

Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра, дужине dx, на растојању x од тела на које је ребро ослоњено (слика 3.1) гласи:



Слика 3.1

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \tag{3.1}$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), а d$q_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине dx. Зависност снаге провођења од координате x гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \tag{3.2}$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати x, једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \tag{3.3}$$

Израз (3.3) важи за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{3.4}$$

Уврштавањем у једначину (3.1) израза за диференцијал функције (3.3) и снаге преноса топлоте струјањем (3.4), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{3.5}$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{3.6}$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент преласка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a \tag{3.7}$$

где је m параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \tag{3.8}$$

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалне једначине се одређују на основу граничних услова за базисе на почетку и крају ребра за хлађење.

1. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра на координати $x = 0$. Између базиса ребра и тела које се хлади постоји контактна топлотна отпорност тј. постоји пад температуре од ϑ_b до базиса ребра:

$$\frac{\vartheta_b - \vartheta(x=0)}{R_{th,c}} = q_{uk} \tag{3.9}$$

$$\vartheta(x=0) = \vartheta_b - R_{pp}\, q_{uk} \tag{3.10}$$

2. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L$), који је у додиру са расхладним флуидом, температуре ϑ_a. По услову задатка, он гласи:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=L} = 0 \tag{3.11}$$

Постоји следећа веза између снаге хлађења тела и извода температуре ребра на координати $x = 0$:

$$q_{uk} = q(x=0) = -\lambda ab\, \frac{d\vartheta}{dx}(x=0) \tag{3.12}$$

Из (3.10), (3.11) и (3.12), примењујући (3.7) долази се до система од три једначине са три непознате C_1. C_2 и q_{uk}:

$$C_1 + C_2 + \vartheta_a = \vartheta_b - R_{pp}\, q_{uk} \tag{3.13}$$

$$C_1 m e^{mL} - C_2 m e^{-mL} = 0 \tag{3.14}$$

$$q_{uk} = -\lambda ab\, (C_1 m - C_2 m) \tag{3.15}$$

<u>4. Задатак</u>

На слици 4.1, црним и црвеним линијама, приказан је дијаграм промене температуре у трансформатору за неке претпостављене вредности протока уља кроз намотаје (протоци су такви да се разликују порасти температура уља у намотајима). Према услову задатка, при разматрању ефекта промене протока (вредност једног протока (нпр. кроз први намотај) се повећава за ΔQ, а другог смањује за ΔQ), сматра се да се температура помешаног уља (температура у термометарском џепу) и температура уља на уласку у намотаје не мењају. Ове температуре су на дијаграму (слика 4.1) приказане као зелене тачке. Такође, по услову задатка, задржавају се и вредности фактора најтоплије тачке.

Градијент уља по висини сваког од намотаја пропорционалан је са снагом губитака (по услову задатка снага губитака је иста у оба случаја), а обрнуто пропорционалан протоку, па важи (за случај повећања протока кроз први и смањења протока кроз други намотај):

$$\frac{\Delta\theta'_{uvn1}}{\Delta\theta_{uvn1}} = \frac{Q_1}{Q'_1} = \frac{Q_1}{Q_1 + \Delta Q} < 1 \tag{4.1}$$

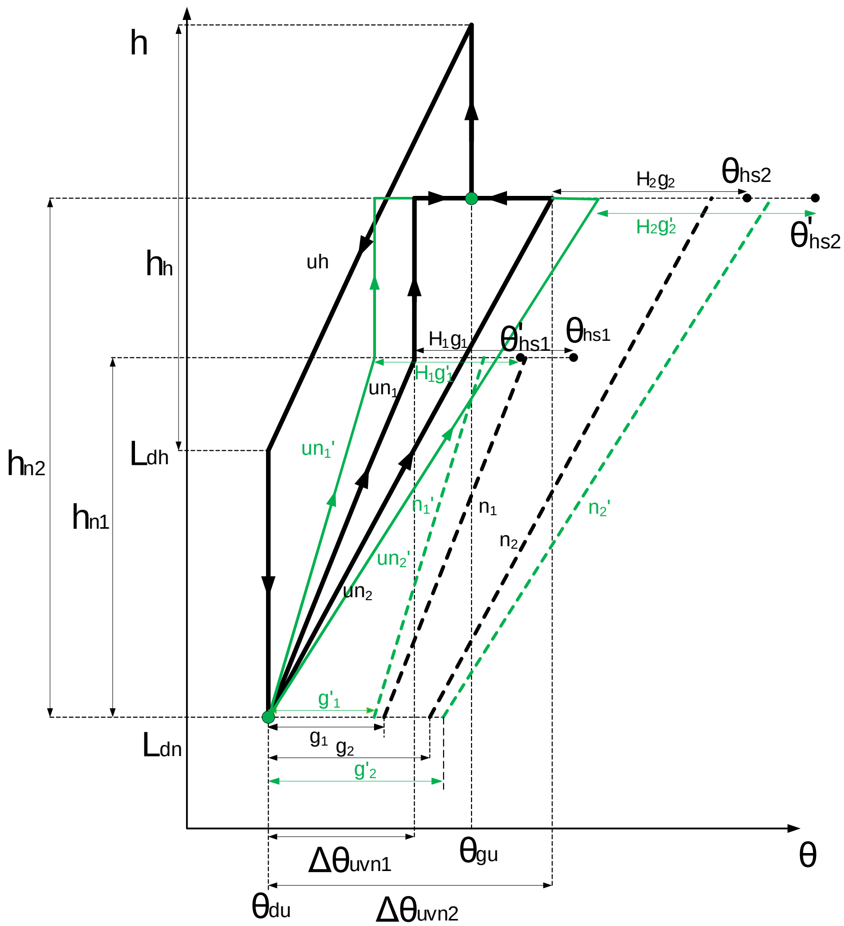
$$\frac{\Delta\theta'_{uvn2}}{\Delta\theta_{uvn2}} = \frac{Q_2}{Q'_2} = \frac{Q_2}{Q_2 - \Delta Q} > 1 \tag{4.2}$$

По услову задатка

$$g'_1 = g_1 \left(\frac{Q'_1}{Q_1}\right)^{-0.8} = g_1 \left(\frac{Q_1}{Q_1 + \Delta Q}\right)^{0.8} < g_1 \tag{4.3}$$

$$g'_2 = g_2 \left(\frac{Q'_2}{Q_2}\right)^{-0.8} = g_2 \left(\frac{Q_2}{Q_2 - \Delta Q}\right)^{0.8} > g_2 \tag{4.4}$$

Промене које настају због промене протока приказане су на дијаграму зеленим линијама. При конструкцији је уважен услов за фактор најтоплије тачке из текста задатка: $H_1' = H_1$, $H_2' = H_2$.



Слика 4.1

5. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент (3,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \tag{5.1}$$

где су:

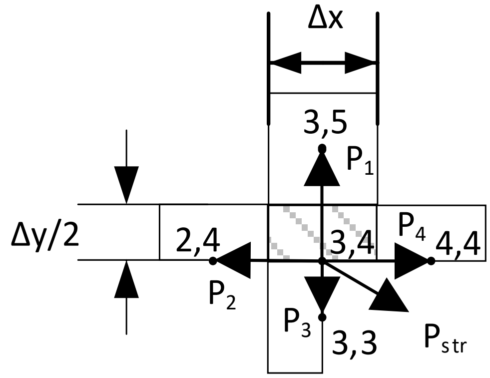
- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Снага којом се топлота генерише у елементу је

$$P_{gen} = q_v \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \tag{5.2}$$

По имплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у тренутном (p) тренутку у односу на претходни тренутак ($p-1$):

$$P_{akum} = \rho c_p \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{3,4}}{dt} = \rho\, c_p \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{3,4}^{p-1}}{\Delta t} \tag{5.3}$$



Слика 2.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем и струјањем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \tag{5.3}$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји од четири члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (3, 5), (2, 4), (3,3) и (4, 4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^{4} P_k \tag{5.4}$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,5}^p}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta y}{L\Delta x}} \tag{5.5}$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{2,4}^p}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta x}{L\Delta y/2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{2,4}^p}{\frac{2}{\lambda L}\frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{5.6}$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,3}^p}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta y/2}{L\Delta x/2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,3}^p}{\frac{1}{\lambda L}\frac{\Delta y}{\Delta x}} \tag{5.7}$$

$$P_4 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{4,4}^p}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta x}{L\Delta y/2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{4,4}^p}{\frac{2}{\lambda L}\frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{5.8}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{\infty}^p}{\frac{1}{\alpha}\frac{1}{L\Delta x/2}} = \frac{1}{2}\alpha L\Delta x\left(\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{\infty}^p\right) \tag{5.9}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици (13Е014ТПЕ)

Испит траје максимално 180 минута 02. 09. 2024.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

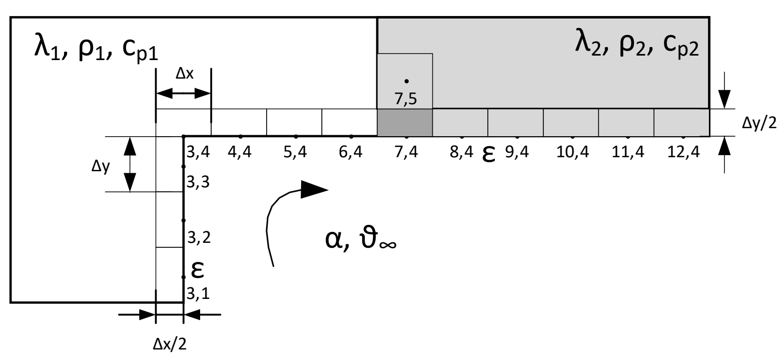
1. Извести израз за снагу којом се енергија размењује зрачењем између унутрашње сфере пречника D_1 и спољашње сфере пречника D_2, које се налазе на температурама T_1 и T_2 и чије површи имају својства идеално сивог тела, коефицијента сивоће ε_1 и ε_2, респективно. Апсорпциона својства су карактерисана коефицијентима апсорпције, који су једнаки коефицијентима сивоће (емисивностима). Какав се ефекат постиже постављањем сферог екрана пречника D_3 између сфера 1 и 2? Коефицијент сивоће екрана износи ε_3. Све три сфере су концентричне. (2п)

2. Написати диференцијалну једначину и граничне услове који описују промену температуре дуж ребра за хлађење. Претпостављајући да је ова једначина решена, односно да је добијен израз за промену температуре дуж ребра ($\vartheta(x)$), написати израз за снагу која се са ребра преноси ка амбијенту температуре ϑ_a. Коефицијент преласка топлоте са ребра на ваздух зависи од разлике температура ребра и амбијента као $\alpha(\theta) = \alpha_0 \cdot (\theta / 20)^{0,25}$, где је α_0 позната константа. Ребро је кружног попречног пресека пречника D и дужине L. Топлотна проводности материјала од кога је сачињено ребро износи λ. Сваки од два базиса ребра је ослоњен на тело температуре ϑ_b. (2п)

3. Зид трансформаторског суда је сачињен од гвожђа дебљине δ_{Fe} = 8 mm загрева се услед дејства расутог флукса. Може се сматрати да су снага загревања и температура по запремини зида константни. Колико износи њена максимална вредност по јединици површине зида при којој настаје опасност од стварања мехурова ваздуха у уљу које се налази са једне стране зида (при температури зида од ϑ = 140°C). Коефицијент преласка топлоте струјањем према уљу температуре ϑ_u =70°C износи α_u = 65 W/m^{2}K, а према амбијенталном ваздуху температуре ϑ_a =20°C износи α_a = 5 W/m^{2}K. (2п)

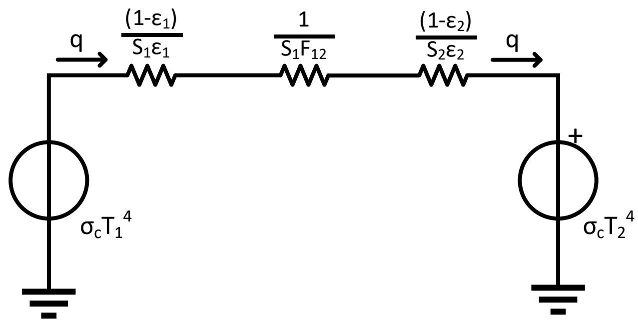
4. За један хладњак су познати номинални подаци: проток воде $Q_{vn} = 4{,}167 \cdot 10^{-3}$ m^3/s, проток уља $Q_{un} = 22{,}2 \cdot 10^{-3}$ m^3/s, температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun} = 72°C и ϑ_{hun} = 64°C, температуре хладне и топле воде: ϑ_{hvn} = 25°C и ϑ_{tvn} = 42°C, расхладна снага хладњака P_{hn} = 298 kW. Хладњак се може посматрати као елементарни облик хладњака кога сачињава N_c = 109 хладњака елементарног облика цеви кроз које протиче вода унутар цеви кроз коју протиче уље. Проток кроз сваку од цеви је једнак укупном протоку воде (уља), подељеним са N_c. Смерови струјања уља и воде су супротни. Параметри воде и уља: ρ_v = 1001 kg/m^3, c_{pv} = 4209 = J/(kgK), ρ_u = 830 kg/m^3, c_{pu} = 2023 J/(kgK). Колика је вредност снаге која би се могла одвести преко хладњака у случају да се протоци и коефицијент проласка топлоте не мењају, да температура ϑ_{tu} остане једнака 72°C, а температура хладне воде буде ϑ_{hv} = 15°C? (2п)

5. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (7,4). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити експлицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2, специфични топлотни капацитети су c_{p1} и c_{p2}, густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α. Димензије и положај елемента су приказани на слици. Занемарити размену топлоте зрачењем. (2п)



1. Задатак

Случај без екрана:

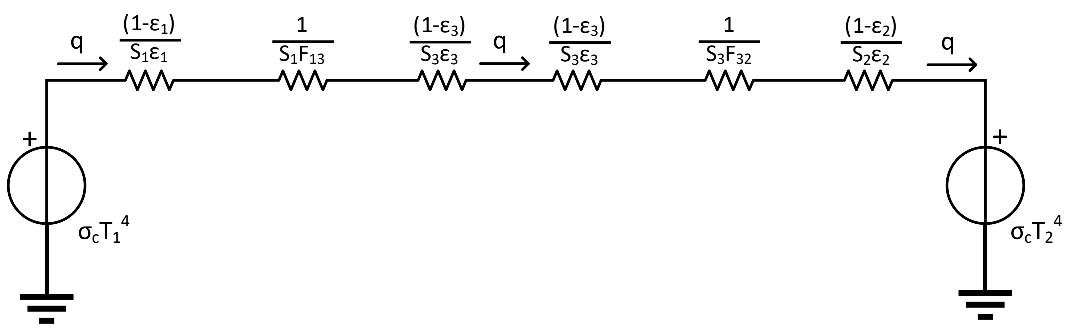


Слика 1.1

$$S_1 = \frac{\pi\, {D_1}^2}{4}, S_2 = \frac{\pi\, {D_2}^2}{4}, F_{12} = 1 \tag{1.1}$$

$$q = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{12} S_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{\sigma_c (T_1^4 - T_2^4)\, S_1}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + 1 + \frac{1}{\varepsilon_2}\frac{S_1}{S_2} - \frac{S_1}{S_2}} = \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2}\frac{S_1}{S_2} - \frac{S_1}{S_2}}\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right) S_1 \tag{1.2}$$

Случај са екраном:



Слика 1.2

$$F_{12} = 1, S_3 = \frac{\pi\, {D_3}^2}{4}, F_{32} = 1 \tag{1.3}$$

$$q = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{13} S_1} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3} + \frac{1}{F_{32} S_3} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{\sigma_c (T_1^4 - T_2^4)\, S_1}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + 1 + \frac{1}{\varepsilon_3}\frac{S_1}{S_3} - \frac{S_1}{S_3} + \frac{1}{\varepsilon_3}\frac{S_1}{S_3} - \frac{S_1}{S_3} + \frac{S_1}{S_3} + \frac{1}{\varepsilon_2}\frac{S_1}{S_2} - \frac{S_1}{S_2}} \tag{1.4}$$

$$q = \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)\frac{S_1}{S_3} + \frac{S_1}{S_3} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)\frac{S_1}{S_2}}\left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right) S \tag{1.5}$$

2. Задатак

Због симетрије, могуће је посматрати само једну половину ребра, односно прорачун се своди на „стандардни“ случај ребра које је само једним базисом ослоњено на тело, док је површ другог базиса адијабатска. Укупна снага која се преко ребра одводи ка амбијенту једнака је двострукој вредности снаге која се одводи са ребра дужине једнаке половини стваране дужине ребра, познате температуре једног базиса и адијабатског другог базиса. Диференцијална једначина која описује промену температуре дуж ребра у устаљеном добија се на следећи начин:

$$q_s = -\lambda\, grad\, \vartheta \tag{2.1}$$

$$q_{sx} = -\lambda\, \frac{d\vartheta}{dx} \tag{2.2}$$

$$q(x) = -\lambda \frac{D^2\pi}{4} \frac{d\vartheta}{dx} \tag{2.3}$$

$$\frac{dq(x)}{dx} = -\lambda \frac{D^2\pi}{4} \frac{d^2\vartheta}{dx^2} \tag{2.4}$$

$$dq_\alpha(x) = \alpha(\vartheta(x)) \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) D\pi dx \tag{2.5}$$

$$dq_\alpha(x) = \alpha_0 \frac{(\vartheta(x) - \vartheta_a)^{0,25}}{20^{0,25}} (\vartheta(x) - \vartheta_a) D\pi dx = \alpha_0 \frac{(\vartheta(x) - \vartheta_a)^{1,25}}{20^{0,25}} D\pi dx \tag{2.6}$$

$$dq_\alpha(x) = -dq(x) \tag{2.7}$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \frac{4\alpha_0}{20^{0,25}\lambda D} (\vartheta(x) - \vartheta_a)^{1,25} \tag{2.8}$$

Гранични услови за базисе ребра:

1. За базис ослоњен на тело температуре ϑ_b:

$$\vartheta(x = 0) = \vartheta_b \tag{2.9}$$

2. За базис који се налази на равни симетрије:

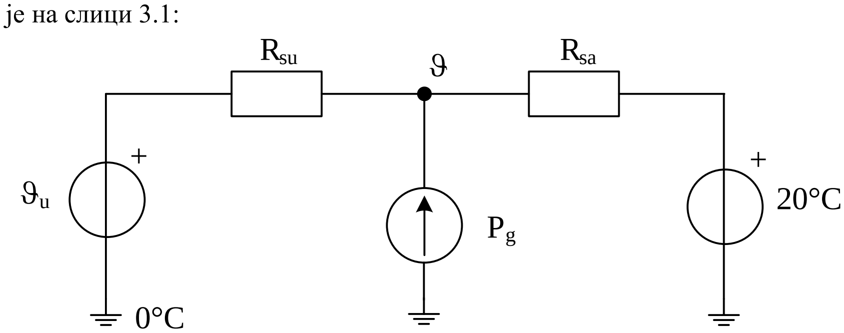
$$\frac{d\vartheta}{dx}\left(x = \frac{L}{2}\right) = 0 \tag{2.10}$$

Укупна снага која се преноси преко ребра износи:

$$q_{uk} = 2q(x = 0) = -2\lambda \frac{D^2\pi}{4} \frac{d\vartheta}{dx}(x = 0) \tag{2.11}$$

<u>3. Задатак</u>

Топлотна шема приказана је на слици 3.1:



Слика 3.1

R_{su} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка уљу
R_{sa} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка ваздуху (амбијенту)
P_g - снага генерисања топлоте у зиду (гвожђе дебљине 8 mm)
ϑ_{pu} - температура површи унутрашње стране зида

Вредности параметара топлотне шеме могу се одредити на следећи начин:

$$R_{su} = \frac{1}{\alpha_u S} = 0{,}01538/S \tag{3.1}$$

$$R_{sa} = \frac{1}{\alpha_a S} = 0{,}2/S \tag{3.2}$$

$$P_g = \int_V q_v(x) dV = \int_{x=0}^{\delta_{Fe}} q_v S dx = q_v S \delta_{Fe} \tag{3.3}$$

Снага губитака генерисаних у зиду се делом одводи ка уљу, а делом ка амбијенту. На основу тога може се написати следећа једначина:

$$P_g = \frac{\vartheta - \vartheta_u}{R_{su}} + \frac{\vartheta - \vartheta_a}{R_{sa}} \tag{3.4}$$

Услов за појаву мехурова уљу је да је ϑ = 140°C. Заменом вредности температура, као и израза (3.1) – (3.3) у (3.4) добија се једначине чије је решење тражена површинска густина снаге губитака.

$$q_v S \delta_{Fe} = \frac{140 - 70}{\frac{0{,}01538}{S}} + \frac{140 - 20}{\frac{0{,}2}{S}} \tag{3.5}$$

$$q_v = \frac{1}{0{,}008}\left(\frac{70}{0{,}01538} + \frac{120}{0{,}2}\right) = 643{,}92\ kW/m^2 \tag{3.6}$$

4. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 189 до 198) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_p S(\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl} - \vartheta_{tul} + \vartheta_{hul})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl}}{\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}}\right)} = \frac{K_p S(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)} \tag{4.1}$$

За номиналне податке хладњака важи:

$$\Delta\vartheta_{izl} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{hvn} = 39℃ \tag{4.2}$$

$$\Delta\vartheta_{ul} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{tvn} = 30℃ \tag{4.3}$$

Заменом ових вредности у израз (4.1), уз P_{hn} = 298 kW добија се да је:

$$K_p S = \frac{P_{hn} \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 8{,}687\,\frac{kW}{℃} \tag{4.4}$$

У новој радној тачки протоци уља и воде, као и температура топлог уља једнаки су номиналним вредностима, док је температура хладне воде опала на ϑ_{hv} = 15°C. За ову радну тачку могуће је написати следећи систем једначина:

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{4.5}$$

$$P_h = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \tag{4.6}$$

$$P_h = \frac{K_p S(\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{tv})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}\right)} \tag{4.7}$$

Из једначина (4.5) и (4.6) добија се

$$\vartheta_{tv} = \vartheta_{hv} + \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} \tag{4.8}$$

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} \tag{4.9}$$

Заменом (4.8) и (4.9) у (4.7) добија се једначина чијим се решавањем добија тражена расхладна снага:

$$P_h = \frac{K_p S\left(\vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} - \vartheta_{hv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv} + \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}}\right)}{\ln\left(\frac{\vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv} - \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}}}\right)} \tag{4.10}$$

$$P_h = \frac{K_p S\left(-\frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} + \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}}\right)}{\ln\left(\frac{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv} - \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}}}\right)} \tag{4.11}$$

Тражена расхладна снага је P_h = 495 kW

5. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (7,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \tag{5.1}$$

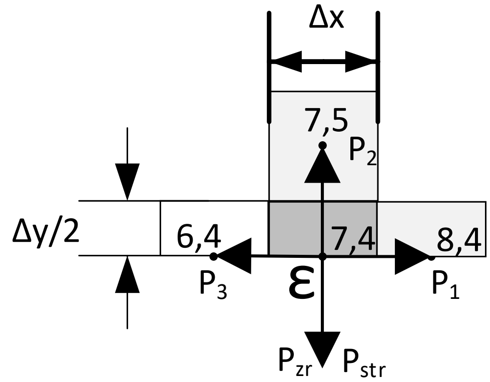
где су:

P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
$P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном (p + 1) тренутку у односу на текући тренутак p:

$$P_{akum} = \rho_2\, c_{p2} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{7,4}}{dt} = \rho_2\, c_{p2} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{7,4}^{p+1} - \vartheta_{7,4}^{p}}{\Delta t} \tag{5.2}$$



Слика 5.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr} \tag{5.3}$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (8,4), (7,5) и (6,4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^{3} P_k \tag{5.4}$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{8,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{L\, {}^{\Delta y}/_{2}}} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{8,4}^{p}}{\frac{2}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{5.5}$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{7,5}^{p}}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta y}{L \Delta x}} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{7,5}^{p}}{\frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta y}{\Delta x}} \tag{5.6}$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{6,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x/2}{L\, {}^{\Delta y}/_{2}} + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x/2}{L\, {}^{\Delta y}/_{2}}} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{6,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1 L} \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{1.7}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L \Delta x}} = \alpha L \Delta x \left(\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}\right) \tag{5.8}$$