



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Први колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

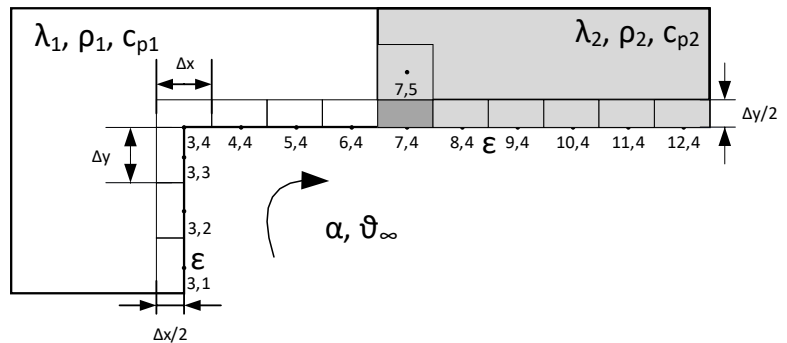
Испит траје максимално 120 минута

13. 12. 2022.

Укупан број поена износи 11

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (7,4). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити експлицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2 , специфични топлотни капацитети су c_{p1} и c_{p2} , густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α . Димензије и положај елемента су приказани на слици. Коефицијент сивоће површи износи $\varepsilon = 1$. Уважити размену топлоте зрачењем са сваким елементом, при чему се код одређивања размене топлоте између два елемента може сматрати да су они елементарни, занемарљиво малих димензија (димензија по дубини је мала). (2,5 поена)



2. Посматрајмо бојлер запремине 50l који се налази у просторији у којој је температура ваздуха $\vartheta_a = 20^\circ\text{C}$. Техничке карактеристике бојлера су: снага грејача $P_{gr} = 2 \text{ kW}$, маса казана $m_k = 9,5 \text{ kg}$, површина казана (унутрашња површина топлотне изолације) $S_u = 0,8 \text{ m}^2$, дебљина топлотне изолације око казана, специфичне топлотне проводности $\lambda = 0,1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\delta = 30 \text{ mm}$, спољашња површина бојлера (спољашња површина топлотне изолације) $S_s = 1 \text{ m}^2$. Коефицијент преласка топлоте струјањем са спољашње површи на ваздух износи $\alpha_s = 5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$, а коефицијент преласка топлоте струјањем са воде на казан $\alpha_u \gg \alpha_s$. Густина воде износи $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, специфични топлотни капацитет воде $c_{pv} = 4200 \text{ J/(kgK)}$ и специфични топлотни капацитет материјала казана $c_{pk} = 474 \text{ J/(kgK)}$. Топлотни отпор преносу топлоте кроз топлотну изолацију казана се може израчунати по формула за раван зид површине $(S_u + S_s)/2$. Топла вода из бојлера троши се за туширање. Познато је да се у току туширања потроши 65l воде температуре 45°C (температура хладне воде је 15°C). Колико времена пре туширања је потребно укључити бојлер како би у тренутку туширања вода у бојлеру била на минималној температури која омогућава „успешно“ туширање. Пре укључења, бојлер је био веома дуга искључен. У току туширања занемарити губитак енергије кроз топлотну изолацију бојлера ка амбијенту. (3 поена)

3. Температура спољашње површи металне сферне љуске пречника 50 cm износи $\vartheta = 100^\circ\text{C}$. Око љуске се поставља слој изолације топлотне проводности $\lambda = 0,2 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$. Коефицијент преласка топлоте са спољне површи изолације на околни ваздух износи $\alpha = 8,5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Одредити при којој дебљини изолације је снага преноса топлоте од љуске ка ваздуху температуре $\vartheta_a = 20^\circ\text{C}$ максимална и колико она износи. (2,5 поена)

Израз за градијент температуре у сферном координатном систему гласи $\text{grad } \vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \vec{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \vec{i}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} \vec{i}_\varphi$.

4. Означити тачне исказе зависности коефицијенти преласка топлоте струјањем са чврстог тела ка флуиду. а) зависе само од типа струјања (природно / принудно), б) Зависе од координате (мењају се дуж правца струјања флуида), в) У случају природног струјања зависе само од температуре површи и флуида. г) Не зависе од храпавости површи и евентуалних додатака на површ који ремете ток флуида, д) Зависе од вискозности флуида, њ) Зависе од димензија површи и пресека евентуалних канала кроз које струји уље. (3 поена)

1. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (7,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (1.1)$$

где су:

P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,

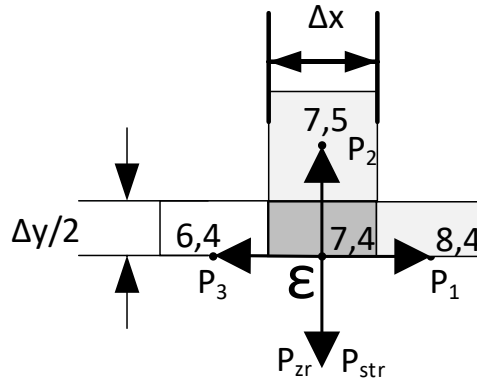
P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и

$P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном ($p + 1$) тренутку у односу на текући тренутак p :

$$P_{akum} = \rho_2 c_{p2} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{7,4}}{dt} = \rho_2 c_{p2} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{7,4}^{p+1} - \vartheta_{7,4}^p}{\Delta t} \quad (1.2)$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr} \quad (1.3)$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (8,4), (7,5) и (6,4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^3 P_k \quad (1.4)$$

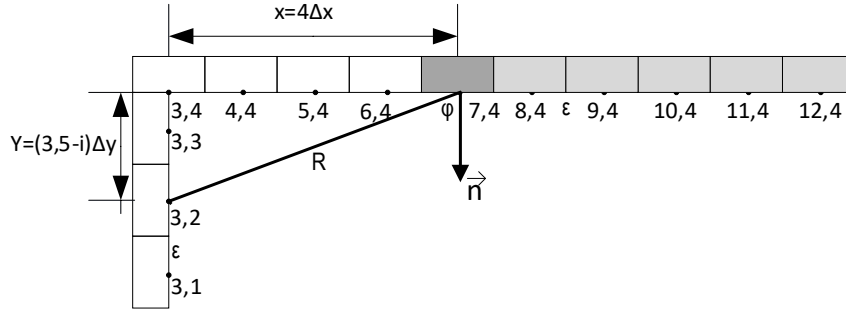
$$P_1 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{8,4}^p}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{L} \frac{\Delta y}{2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{8,4}^p}{\frac{2}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \quad (1.5)$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,5}^p}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta y}{L} \Delta x} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,5}^p}{\frac{1}{\lambda_2 L} \Delta x} \quad (1.6)$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{6,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{2L} \frac{\Delta y}{2} + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{L} \frac{\Delta y}{2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{6,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1 L} \Delta y + \frac{1}{\lambda_2 L} \Delta y} \quad (1.7)$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{\infty}^p}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L} \Delta x} = \alpha L \Delta x (\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{\infty}^p) \quad (1.8)$$



Слика 1.2

Топлота се са посматраног елемента може пренети зрачењем на вертикалне елементе са координатама од (3,1) до (3,3), при чему се између посматраног и сваког од три вертикална елемента мора одредити фактор виђења. Према тексту задатка површи су елементарне. Основна формула за фактор виђења се за случај елементарних површи своди на

$$F = \frac{1}{S_{7,4}} \int_{S_{7,4}} \int_{S_{3,i}} \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{\pi R^2} dS_{7,4} dS_{3,i} = \frac{1}{S_{7,4}} \int_{S_{7,4}} dS_{7,4} \int_{S_{3,i}} dS_{3,i} \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{\pi R^2} = \frac{S_{7,4} S_{3,i}}{S_{7,4}} \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{\pi R^2} = \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{\pi R^2} S_{3,i} \quad (1.9)$$

где је угао φ угао између потега од посматране до једне од вертикалних елементарних површи (R) и нормале на посматрану елементарну површ са координатама (7,4), као на слици 1.2, $i=1..3$. Тригонометријске функције посматраних углова φ могу се изразити на следећи начин:

$$\sin \varphi = \frac{x}{R} \quad (1.10)$$

$$\cos \varphi = \frac{y}{R} \quad (1.11)$$

Како се за све посматране случајеве растојање елементарних површи по x координати не мења и износи $x = 4\Delta x$, потег R се на основу ознака на слици 1.2 може изразити као

$$R^2 = (4\Delta x)^2 + ((3.5 - i)\Delta y)^2 = 16\Delta x^2 + (3.5 - i)^2 \Delta y^2 \quad (1.12)$$

Даље су тригонометријске функције:

$$\sin \varphi = \frac{4\Delta x}{\sqrt{16\Delta x^2 + (3.5 - i)^2 \Delta y^2}} \quad (1.13)$$

$$\cos \varphi = \frac{(3.5 - i)\Delta y}{\sqrt{16\Delta x^2 + (3.5 - i)^2 \Delta y^2}} \quad (1.14)$$

Израз за елементарне површи је:

$$S_{3,i} = L\Delta y \quad (1.15)$$

Коначан израз за фактор виђења је:

$$F = \frac{(3.5 - i)\Delta y 4\Delta x}{\pi(16\Delta x^2 + (3.5 - i)^2 \Delta y^2)^2} \Delta y L \quad (1.16)$$

Снага преноса топлоте зрачењем се одређује помоћу наредне формуле:

$$P_{zr} = \sum_{i=1}^3 F_i S_{3,i} \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{7,4}^p + 273,15)^4 - (\vartheta_{3,i}^p + 273,15)^4) \quad (1.17)$$

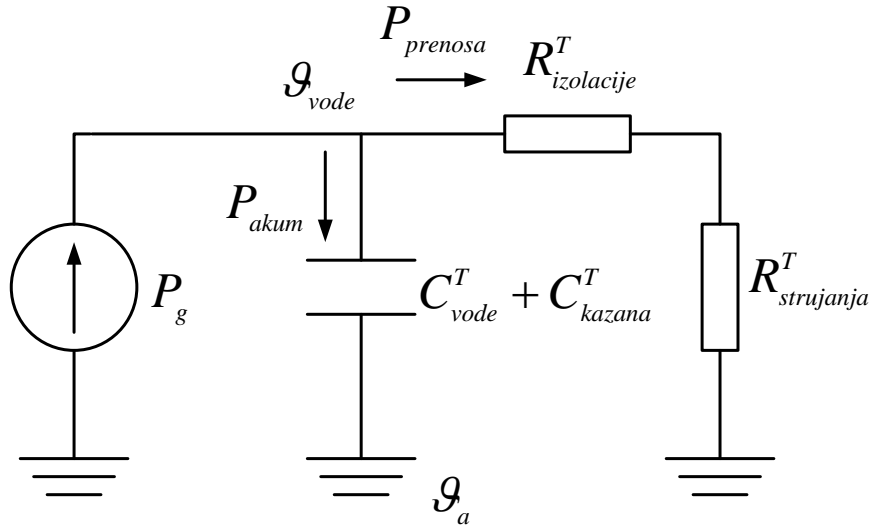
$$P_{zr} = \sum_{i=1}^3 \frac{(3.5 - i)\Delta y 4\Delta x}{\pi(16\Delta x^2 + (3.5 - i)^2 \Delta y^2)^2} \Delta y L \Delta y \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{7,4}^p + 273,15)^4 - (\vartheta_{3,i}^p + 273,15)^4) \quad (1.18)$$

$$P_{zr} = \sum_{i=1}^3 \frac{(3.5 - i)\Delta x 4\Delta y^3}{\pi(16\Delta x^2 + (3.5 - i)^2 \Delta y^2)^2} L^2 \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{7,4}^p + 273,15)^4 - (\vartheta_{3,i}^p + 273,15)^4) \quad (1.19)$$

2. Задатак

При моделовању бојлера за потребе посматране анализе извршена су следећа занемарења. Сматра се да је температура воде по запремини бојлера константна, и, услед занемареног отпора преносу топлоте струјањем са воде на унутрашњи зид

казана, једнака температури казана. Занемарен је топлотни капацитет изолације, због његове мале вредности. Топлотна шема која приказује загревање воде у бојлеру је приказана на следећој слици 2.1.



Слика 2.1

Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C_{kazana}^T + C_{vode}^T = m_k \cdot c_{pk} + \rho_v \cdot V \cdot c_{pv} = 214,5 \text{ kJ/K} \quad (2.1)$$

Укупан отпор преласку топлоте ка околини износи:

$$R^T = R_{izolacije}^T + R_{strujanja}^T = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\delta}{S_s + S_u} + \frac{1}{\alpha \cdot S_s} = 0,5333 \text{ K/W} \quad (2.2)$$

Укупна снага којом грејач генерише топлоту је једнака збиру снаге којом се енергија акумулише у води и казану (што се манифестује повећањем њихове температуре) и снаге којом се енергија преноси ка амбијенту.

$$P_g = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (2.3)$$

при чему су горе наведене снаге дате изразима:

$$P_{akum} = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (2.4)$$

$$P_{prenosa} = \frac{\theta}{R^T} \quad (2.5)$$

Са θ је означен пораст температуре воде и казана у односу на амбијент. Коначно, добијамо диференцијалну једначину:

$$R^T \cdot P_g = R^T \cdot C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta \quad (2.6)$$

чије решење има следећи облик:

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (2.7)$$

где је са θ_0 означен пораст температуре у почетном тренутку (у овом случају је он једнак нули), са $\theta_\infty = P_g \cdot R^T = 1066,6 \text{ K}$ пораст температуре у стационарном стању (које би се достигло када би загревање трајало неограничено дуго и када не би долазило до кључања воде на 100°C , што у стварности није случај), а са $\tau = R^T C^T = 31,776 \text{ h}$ временска константа загревања воде у бојлеру.

Енергија која се троши током туширања водом температуре $\vartheta_{tus} = 45^\circ\text{C}$ (температура хладне воде износи 15°C) је једнака

$$E_{tusiranja} = \rho_v c_{pv} V_V (\vartheta_{tus} - \vartheta_v) = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 65 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 (45 - 15) = 8190 \text{ kJ} \quad (2.8)$$

Услов да је воду у бојлеру потребно загрејати на минималну температуру (ϑ_{min}) која омогућава туширање значи да ће температура воде у бојлеру након туширања бити ϑ_{tus} . Енергија која се узима води у бојлеру, једнака $E_{tusiranja}$, одређује се помоћу израза:

$$E_{tusiranja} = C^T (\vartheta_{min} - \vartheta_{tus}) \quad (2.9)$$

Из израза (2.9) могуће је одредити температуру воде у бојлеру коју је потребно постићи

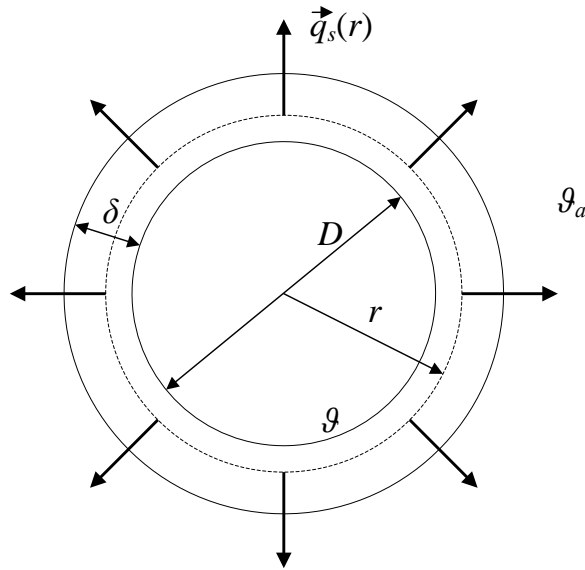
$$\vartheta_{min} = \frac{E_{tusiranja}}{C^T} + \vartheta_{tus} = 83,18^\circ\text{C} \quad (2.10)$$

Време потребно да се вода у бојлеру загреје са почетне температуре $\vartheta_a = 20^\circ\text{C}$ на температуру $\vartheta_{min} = 83,18^\circ\text{C}$ може се одредити решавањем једначине (2.7):

$$t_{zag} = \tau \cdot \ln \left(\frac{\theta_{\infty} - \theta_0}{\theta_{\infty} - \theta_{min}} \right) = 31,776 \cdot \ln \left(\frac{1066,6 - (20 - 20)}{1066,6 - (83,18 - 20)} \right) = 1,94 \text{ h} \quad (2.11)$$

Дакле, бојлер је потребно укључити 1 сат и 57 минута пре туширања.

3. Задатак



Слика 3.1

Укупан отпор преносу топлоте са металне љуске ка амбијенту састоји се из отпора преносу топлоте провођењем кроз слој изолације и отпора преносу топлоте струјањем на граничној површи изолације.

У даљем тексту биће одређена компонента топлотног отпора провођењу кроз слој изолације.

$$\vec{q}_s = -\lambda \cdot \text{grad } \vartheta = -\lambda \cdot \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \vec{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \vec{i}_{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} \vec{i}_{\varphi} \right) \quad (3.1)$$

Из разлога симетрије, температура је константна на свакој од сферних површи које су концентричне са металном љуском:

$$\vartheta = \vartheta(r) = \text{const}(\varphi, z) \quad (3.2)$$

Заменом (3.2) у (3.1) се добија:

$$\vec{q}_s = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \vec{i}_r \quad (3.3)$$

Посматра се стационарно стање. Флукс вектора површинске густине снаге кроз сферну површ полупречника r представља снагу (q) која се преноси од унутрашње ка спољашњој површи љуске, и даље ка флуиду (ваздуху). Имајући у виду да се посматра стационарно топлотно стање и да нема генерисања топлоте, закључује се да је ова снага иста кроз сваку сферну површ.

$$q = \iint_S \vec{q}_s \cdot d\vec{S} \quad (3.4)$$

$$q = \iint_S q_s \cdot \vec{i}_r \cdot \vec{i}_r \cdot dS = \iint_S q_s \cdot dS \quad (3.5)$$

$$q = q_s(r) \cdot \iint_S dS = q_s(r) \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \quad (3.6)$$

Заменом (3.3) у (3.6) се добија:

$$q = -\lambda \cdot \frac{d\vartheta}{dr} \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \quad (3.7)$$

чијим решавањем се може одредити расподела температуре дуж радијалних праваца:

$$d\vartheta = -\frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \frac{dr}{r^2} \quad (3.8)$$

Интеграцијом од спољне површи цеви до спољне површи изолације се добија:

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = -\frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \left(\frac{2}{D + 2\delta} - \frac{2}{D} \right) \quad (3.9)$$

Топлотни отпор изолације износи:

$$R_{izolacije}^T = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{q} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D + 2\delta} \right) \quad (3.10)$$

Друга компонента топлотног отпора износи:

$$R_{strujanja}^T = \frac{1}{\alpha \cdot \pi \cdot (D + 2 \cdot \delta)^2} \quad (3.11)$$

Укупан топлотни отпор износи:

$$R^T = R_{izolacije}^T + R_{strujanja}^T \quad (3.12)$$

$$R^T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D + 2\delta} \right) + \frac{1}{\alpha \cdot \pi \cdot (D + 2 \cdot \delta)^2} \quad (3.13)$$

Сврха постављања изолације је да се умањи снага која се преноси са флуида ка амбијенту. Снага која се ка амбијенту износи:

$$P = \frac{\vartheta - \vartheta_a}{R^T} \quad (3.14)$$

Да би се поменута снага умањила, потребно је повећати топлотни отпор дат релацијом (3.13). Са повећањем дебљине изолације расте топлотни отпор провођењу топлоте кроз изолацију, али се истовремено повећава и спољна површина изолације са које се струјањем одводи топлота, што доводи до опадања отпора преносу топлоте струјањем на граничној површи.

Дебљина изолације при којој су губици максимални се добија као максимум функције се снаге, или као минимум функције топлотног отпора. Вредност за коју се има екстремум функције топлотних губитака, односно подужног отпора, добија се изједначавањем првог извода укупног подужног отпора по дебљини изолације са нулом:

$$\frac{\partial R^T}{\partial \delta} = \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \frac{-2}{(D + 2 \cdot \delta)^2} + \frac{-2 \cdot 2}{\alpha \cdot \pi \cdot (D + 2 \cdot \delta)^3} = \frac{-1}{(D + 2 \cdot \delta)^2} \left(\frac{1}{\pi\lambda} + \frac{4}{\alpha \cdot \pi \cdot (D + 2\delta)} \right) = 0 \quad (3.15)$$

$$\alpha D + 2\alpha\delta + 4\lambda = 0 \quad (3.16)$$

$$\delta_{kr} = \frac{-4\lambda - \alpha D}{2\alpha} \quad (3.17)$$

Пошто је $\delta_{kr} \leq 0$, значи да је за свако $\delta > 0$ укупна вредност топлотног отпора повећава, а снага губитака смањује. Дакле, снага преноса топлоте од љуске ка ваздуху температуре амбијента је највећа када нема изолације и она износи:

$$P = \frac{\vartheta - \vartheta_a}{\frac{1}{\alpha \cdot \pi \cdot D^2}} = \frac{80}{\frac{1}{8,5 \cdot \pi \cdot 0,5^2}} = 533,8 \text{ W} \quad (3.18)$$

4. Задатак

Тачни су искази: б), д), њ).



Први колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

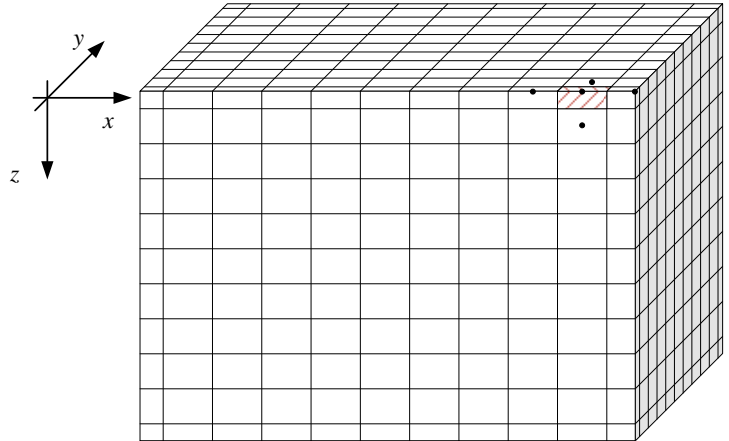
Испит траје максимално 120 минута

Укупан број поена износи 11

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

23. 12. 2022.

1. Једна коцка познатих димензија, направљена од хомогеног материјала познатих топлотних карактеристика, загрева се равномерно по запремини познатом запреминском густином снаге (q_v). Десна вертикална површ је идеално изолована од околине. Коефицијенти преласка топлоте струјањем са горње површи (α_g), доње површи (α_d) и остале три вертикалне површи (α_z) на околни флуид температуре ϑ_f су познати. Запремина је подељена на 11^3 делова, насталих поделом коцке по свакој од оса на 11 делова (9 идентичних делова и 2 дела уз граничне површи чија је ширина једнака половини осталих 9 делова).

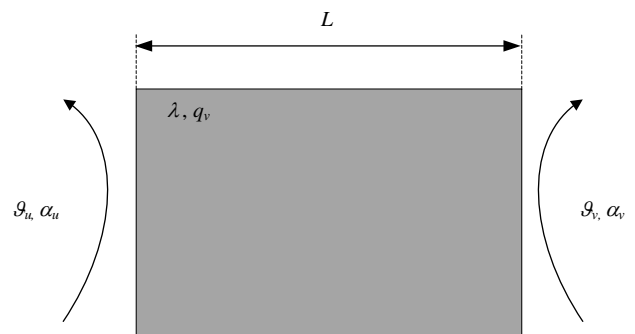


Написати једначину по експлицитној методи коначних елемената за шрафирани део коцке који се налази у елементу на горњој страни коцке (тачка 10, 1, 1) – суседни делови овом делу су: по x оси, (11, 1, 1) и (9, 1, 1), по y оси (10, 2, 1) и по z оси (10, 1, 2). Једначину написати за нестационарни топлотни процес. Тачке које репрезентују делове усвојити тако да буду еквиливантне, при чему се прва и последња (11-та) тачка по свакој од оса налазе на граничним површима (тачке на делићима од интереса приказане су на слици). Једначину није потребно сређивати у смислу увођења *Fourier*-овог и *Biot*-овог број. (2,5 поена)

2. Посматрајмо бојлер запремине 50l који се налази у просторији у којој је температура ваздуха $\vartheta_a = 20^\circ\text{C}$. Техничке карактеристике бојлера су: снага грејача $P_{gr} = 2 \text{ kW}$, маса казана $m_k = 9,5 \text{ kg}$, површина казана (унутрашња површина топлотне изолације) $S_u = 0,8 \text{ m}^2$, дебљина топлотне изолације око казана, специфичне топлотне проводности $\lambda = 0,1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\delta = 30 \text{ mm}$, спољашња површина бојлера (спољашња површина топлотне изолације) $S_s = 1 \text{ m}^2$. Коефицијент преласка топлоте струјањем са спољашње површи на ваздух износи $\alpha_s = 5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$, а коефицијент преласка топлоте струјањем са воде на казан $\alpha_u \gg \alpha_s$. Густина воде износи $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, специфични топлотни капацитет воде $c_{pv} = 4200 \text{ J/(kgK)}$ и специфични топлотни капацитет материјала казана $c_{pk} = 474 \text{ J/(kgK)}$. Топлотни отпор преносу топлоте кроз топлотну изолацију казана се може израчунати по формула за раван зид површине $(S_u + S_s)/2$. Колико износи периода циклуса укључење / искључење бојлера из кога се не троши вода, а хистерезисни регулатор је подешен на $\pm 2,5^\circ\text{C}$ око референтне температуре 80°C ? (3 поена)

3. Посматрају се два елементарна делића који се налазе на растојању L , паралелно један другом тако да је потег који их спаја нормалан на површи оба делића. Један делић се заротира тако да вектор нормале на његову површ заклапа угао φ са потегом. Одредити за колико је потребно померити ротиран делић тако да енергија која на њега стиже са другог делића остане иста као у почетном стању. (2,5 поена)

4. Раван зид израђен је материјала топлотне проводности $\lambda = 2 \text{ W/mK}$. У зиду се равномерно по запремини генерише топлота запреминском густином снаге $q_v = 20 \text{ kW/m}^3$. Дебљина зида износи $L = 100 \text{ mm}$. Једна граничне површ зида се хлади ваздухом температуре $\vartheta_v = 30^\circ\text{C}$, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем $\alpha_v = 7 \text{ W/m}^2\text{K}$, док се друга површ хлади струјањем уља температуре $\vartheta_u = 50^\circ\text{C}$ и коефицијента преласка топлоте струјањем $\alpha_u = 65 \text{ W/m}^2\text{K}$. Одредити максималну температуру у зиду. (3 поена)



1. Задатак

Биланс снаге за посматрани делић гласи:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (1.1)$$

где су:

- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном делу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном делу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са суседним деловима и амбијентом.

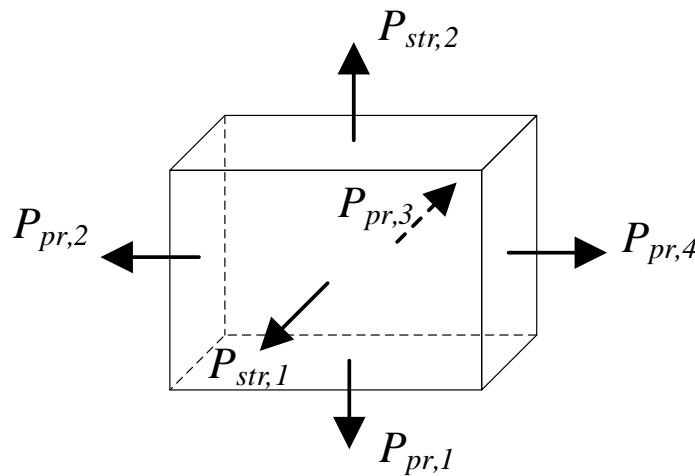
По запремини коцке енергија се генерише запреминском густином снаге q_v , па је укупна снага генерисана у посматраном делићу:

$$P_{gen} = q_v V = q_v q_v \cdot \Delta x \cdot \frac{\Delta y}{2} \cdot \frac{\Delta z}{2} \quad (1.2)$$

где је $\Delta x = \Delta y = \Delta z = L / 10$.

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном $(p + 1)$ тренутку у односу на тренутни (p) :

$$P_{akum} = \rho c_p V \frac{d\vartheta}{dt} = \rho \cdot c_p \cdot \Delta x \cdot \frac{\Delta y}{2} \cdot \frac{\Delta z}{2} \cdot \frac{\vartheta_{10,1,1}^{p+1} - \vartheta_{10,1,1}^p}{\Delta t} \quad (1.3)$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са посматраног делића преноси провођењем ка суседним делићима (P_{prov}) и струјањем (P_{str}) ка околини:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \quad (1.4)$$

За посматрани делић, снага преноса топлоте провођењем састоји се од четири члана који обухватају снаге преноса топлоте ка делићима испод (његова температура износи $\vartheta_{10,1,2}$), лево ($\vartheta_{9,1,1}$), иза ($\vartheta_{10,2,1}$) и десно ($\vartheta_{11,1,1}$) од посматраног делића.

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^4 P_{pr,k} \quad (1.5)$$

$$P_{pr,1} = \frac{\vartheta_{10,1,1}^p - \vartheta_{10,1,2}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta z}{\Delta x \frac{\Delta y}{2}}} \quad (1.6)$$

$$P_{pr,2} = \frac{\vartheta_{10,1,1}^p - \vartheta_{9,1,1}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta y}{2} \cdot \frac{\Delta z}{2}} \quad (1.7)$$

$$P_{pr,3} = \frac{\vartheta_{10,1,1}^p - \vartheta_{10,2,1}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta y}{\Delta x \frac{\Delta z}{2}}} \quad (1.7)$$

$$P_{pr,4} = \frac{\vartheta_{10,1,1}^p - \vartheta_{11,1,1}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta x}{\frac{\Delta y}{2} \cdot \frac{\Delta z}{2}}} \quad (1.8)$$

Снага преноса топлоте ка околини се састоји од два члана који обухватају снаге преноса топлоте на предњој и горњој страни посматраног делића.

$$P_{str} = \sum_{k=1}^2 P_{str,k} \quad (1.9)$$

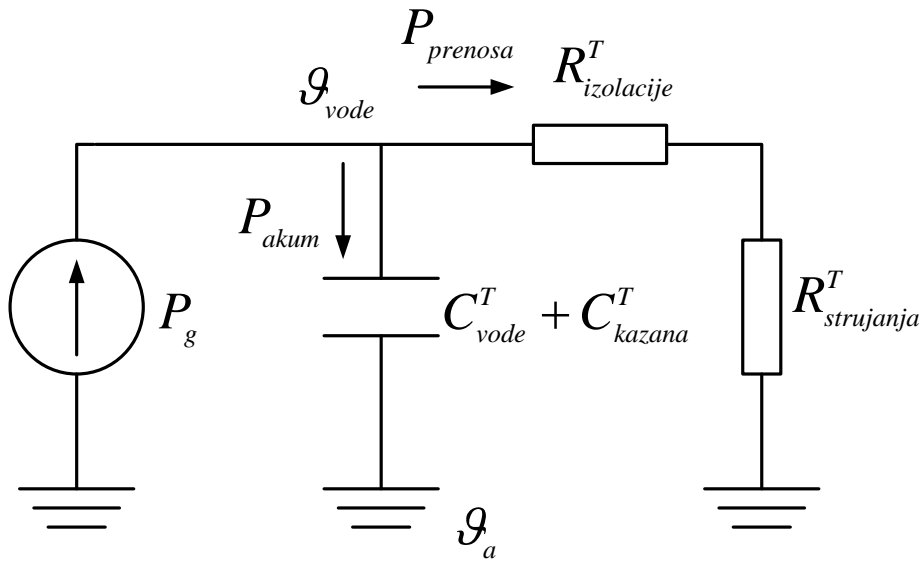
$$P_{str,1} = \alpha_g \cdot \Delta x \cdot \frac{\Delta y}{2} \cdot (\vartheta_{10,1,1}^p - \vartheta_f) \quad (1.10)$$

$$P_{str,2} = \alpha_z \cdot \Delta x \cdot \frac{\Delta z}{2} \cdot (\vartheta_{10,1,1}^p - \vartheta_f) \quad (1.11)$$

2. Задатак

При моделовању бојлера за потребе посматране анализе извршена су следећа занемарења: занемарен је отпор преношењу топлоте кроз воду и зид казана, као и топлотни капацитет изолације. Сматра се да маса воде и зид бојлера представљају изотермичку запремину.

Топлотна шема која приказује загревање воде у бојлеру је приказана на слици.



Слика 2.1

Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C^T_{kazana} + C^T_{vode} = m_k \cdot c_{pk} + \rho_v \cdot V \cdot c_{pv} = 214,5 \text{ kJ/K} \quad (2.1)$$

Укупан отпор преласку топлоте ка околини износи:

$$R^T = R^T_{izolacije} + R^T_{strujanja} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\delta}{\frac{S_s + S_u}{2}} + \frac{1}{\alpha \cdot S_s} = 0,5333 \text{ K/W} \quad (2.2)$$

Укупна снага којом грејач генерише топлотну енергију представља збир снаге којом се енергија акумулише у води и казану (што се манифестује повећањем њихових температура) и снаге којом се енергија преноси ка амбијенту.

$$P_g = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (2.3)$$

при чему су горе наведене снаге дате изразима:

$$P_{akum} = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (2.4)$$

$$P_{prenosa} = \frac{\theta}{R^T} \quad (2.5)$$

Са θ је означен пораст температуре воде и казана у односу на амбијент.

Заменом израза (2.4) и (2.5) у једначину (2.3) се добија диференцијална једначина која описује промену пораста температуре воде и казана у односу на амбијент.

$$P_g = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R^T} \quad (2.6)$$

Даљим сређивањем се добија једначина у следећој форми:

$$R^T \cdot P_g = R^T \cdot C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta \quad (2.7)$$

$$R^T \cdot P_g = \tau \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta \quad (2.8)$$

где је са τ означена временска константа система. Њено решење има следећи облик:

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (2.9)$$

где је са θ_0 означен пораст температуре у почетном тренутку, а са θ_∞ пораст температуре у стационарном стању (које би се достигло када би загревање трајало неограничено дуго, што овде није случај).

У стационарном стању нема промене температуре, те је извод температуре (па и пораста температуре) једнак нули:

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (2.10)$$

те се заменом у једначину (2.8) добија:

$$\theta_\infty = P_g \cdot R^T \quad (2.11)$$

У тренутку t^* пораст температуре достиже вредност θ^* . Време t^* се израчунава из једначине (2.9) примењене за тренутак t^* :

$$\theta^* = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t^*}{\tau}} + \theta_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t^*}{\tau}}\right) \quad (2.12)$$

$$(\theta_0 - \theta_\infty) \cdot e^{-\frac{t^*}{\tau}} = \theta^* - \theta_\infty \quad (2.13)$$

$$e^{-\frac{t^*}{\tau}} = \frac{\theta^* - \theta_\infty}{\theta_0 - \theta_\infty} \quad (2.14)$$

$$-\frac{t^*}{\tau} = \ln \frac{\theta^* - \theta_\infty}{\theta_0 - \theta_\infty} \quad (2.15)$$

$$t^* = \tau \cdot \ln \frac{\theta_0 - \theta_\infty}{\theta^* - \theta_\infty} \quad (2.16)$$

Израз (2.16) је општи и важи како за загревање, тако и за хлађење и у даљем тексту ће бити искључиво коришћен.

Након што температура воде достигне $82,5^\circ\text{C}$, регулатор искључује грејач и вода у бојлеру почиње да се хлади. За време хлађења од $82,5^\circ\text{C}$ до $77,5^\circ\text{C}$ се добија:

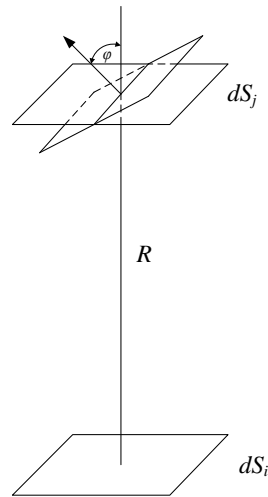
$$t_{\text{hladjenja}} = 0,5333 \cdot 214,503 \cdot 10^3 \cdot \ln \frac{(82,5 - 20) - 0,5333 \cdot 0}{(77,5 - 20) - 0,5333 \cdot 0} = 2,65 \text{ h} \quad (2.17)$$

Након што температура воде падне на $77,5^\circ\text{C}$, регулатор поново укључује грејач и температура воде у бојлеру почиње да расте. Време загревања воде од $77,5^\circ\text{C}$ до $82,5^\circ\text{C}$ износи:

$$t_{\text{zagrevanja}} = 0,5333 \cdot 214,503 \cdot 10^3 \cdot \ln \frac{(77,5 - 20) - 0,5333 \cdot 2000}{(82,5 - 20) - 0,5333 \cdot 2000} = 0,16 \text{ h} \quad (2.18)$$

Укупно трајање циклуса је $2,65\text{h} + 0,16\text{h} = 2,81\text{h}$

3. Задатак



Слика 3.1

Снага која са елементарне површи i преноси до елементарне површи j (слика 3.1) је једнака:

$$dq_{i \rightarrow j} = J_n \cdot d\omega_{i \rightarrow j} = I_{n,S} \cdot dS_i \cdot d\omega_{i \rightarrow j} \quad (3.1)$$

$I_{n,S}$ – количник јачине зрачења са елементарног дела површи (dS_i) у правцу нормале на површ (и потега који спаја површи)

$d\omega_{i \rightarrow j}$ – елементарни просторни угао под којим се са елементарне површи dS_i види елементарна површ dS_j и

R – растојање између елементарних површи dS_i и dS_j .

Након уврштавања вредности за елементарни просторни угао $d\omega_{i \rightarrow j} = dS_j / R^2 = (dS_j \cos \varphi) / R^2$, долази се до

$$dq_{i \rightarrow j} = I_{n,s} \cdot dS_i \cdot \frac{dS_j \cdot \cos \varphi}{R^2} \quad (3.2)$$

По услову задатка треба да вежи:

$$I_{n,s} \cdot dS_i \cdot \frac{dS_j \cdot \cos 0}{R_1^2} = I_{n,s} \cdot dS_i \cdot \frac{dS_j \cdot \cos \varphi}{R_2^2} \quad (3.3)$$

$$R_2 = R_1 \sqrt{\cos \varphi} \quad (3.4)$$

4. Задатак

Расподела температуре у зиду се може одредити постављањем и решавањем опште једначине температурног поља:

$$\lambda \cdot \Delta \vartheta + q_v = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \quad (4.1)$$

где је са Δ означен *Laplace*-ов оператор који у *Descartes*-овом координатном систему има следећи облик

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (4.2)$$

У стационарном стању температура се не мења у времену, те важи:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0 \quad (4.3)$$

Општа једначина температурног поља у стационарном стању гласи:

$$\lambda \cdot \Delta \vartheta + q_v = 0 \quad (4.4)$$

$$\lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) + q_v = 0 \quad (4.5)$$

Пошто се посматра једнодимензиони пренос топлоте важи:

$$\vartheta = \vartheta(x) = \text{const}(y, z), \quad (4.6)$$

односно

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0 \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} = 0 \quad (4.8)$$

Заменом у (4.5) се добија:

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + q_v = 0 \quad (4.9)$$

Опште решење једначине (4.9) гласи

$$\vartheta(x) = -\frac{q_v \cdot x^2}{2 \cdot \lambda} + C_1 \cdot x + C_2 \quad (4.10)$$

где су C_1 и C_2 интеграционе константе.

Интеграционе константе одређују се на основу граничних услова:

$$\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}(x=0) = \alpha_u(\vartheta(x=0) - \vartheta_u) \quad (4.11)$$

$$-\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}(x=L) = \alpha_v(\vartheta(x=L) - \vartheta_v) \quad (4.12)$$

Из услова (4.11) се добија:

$$\lambda \cdot C_1 = \alpha_u(C_2 - \vartheta_u) \quad (4.13)$$

$$C_1 = \frac{\alpha_u}{\lambda} C_2 - \frac{\alpha_u}{\lambda} \vartheta_u \quad (4.14)$$

Из услова (4.12) се добија:

$$-\lambda \cdot \left(-\frac{q_v \cdot L}{\lambda} + C_1 \right) = \alpha_v \left(-\frac{q_v \cdot L^2}{2 \cdot \lambda} + C_1 \cdot L + C_2 - \vartheta_v \right) \quad (4.15)$$

Заменом (4.14) у (4.15) се добија:

$$-\lambda \cdot \left(-\frac{q_v \cdot L}{\lambda} + \frac{\alpha_u}{\lambda} C_2 - \frac{\alpha_u}{\lambda} \vartheta_u \right) = \alpha_v \left(-\frac{q_v \cdot L^2}{2 \cdot \lambda} + \left(\frac{\alpha_u}{\lambda} C_2 - \frac{\alpha_u}{\lambda} \vartheta_u \right) \cdot L + C_2 - \vartheta_v \right) \quad (4.16)$$

Решавањем једначине (4.16) добија се вредност константе C_2 :

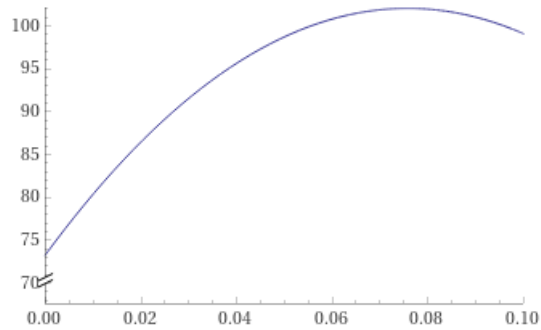
$$C_2 = \frac{q_v L + \alpha_u \vartheta_u + \alpha_v \frac{q_v L^2}{2\lambda} + \frac{\alpha_u \alpha_v L}{\lambda} \vartheta_u + \alpha_v \vartheta_v}{\frac{\alpha_u \alpha_v L}{\lambda} + \alpha_v + \alpha_u} = 73,32^\circ\text{C} \quad (4.17)$$

А на основу (4.14) и $C_1 = 758,05^\circ\text{C}/\text{m}$.

Промена температуре у зиду описана је следећом параболом (слика):

$$\vartheta(x) = -5000x^2 + 758,05x + 73,32[^\circ\text{C}] \quad (4.18)$$

Максимална вредност температуре достиже се на координати $x = 0,0758 \text{ m}$ и износи $102,06^\circ\text{C}$.



Слика 4.1



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Други колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 120 минута

Укупан број поена износи 11

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

27. 12. 2022.

1. Вођица врата бродске преводнице се током хладних дана загрева индукционим загревањем како би се спречило лепљење гумене заптивке за њену површину (услед смрзавања). Улазни податак за пројектовање система загревања је укупна снага преноса топлоте са конструкције вођице ка околини. Једна од компоненти преноса топлоте је хлађење металних врата преводнице. Овај процес хлађења могуће је моделовати помоћу теорије ребара за хлађење. Врата преводнице представљају једно ребро за хлађење великог попречног пресека и дужине. Сматрати да су познати обим O , површина попречног пресека S и дужина ребра L , као и специфична топлотна проводност метала од којег је ребро направљено λ . Позната је температура базиса ребра ослоњеног на вођицу ϑ_b . Конструкција је таква да хлађење по обиму попречног пресека није равномерно: $3/4$ обима је у додиру са водом температуре ϑ_{f1} и има коефицијент преласка топлоте α_1 , а $1/4$ у додиру са ваздухом температуре ϑ_{f2} и има коефицијент преласка топлоте α_2 . Одредити снагу која се преко врата предаје околини (води и ваздуху). (3п)

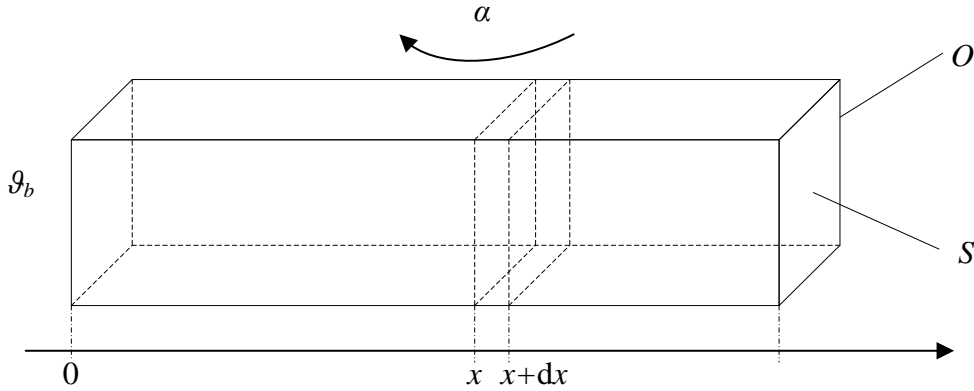
2. Један трансформатор са ODAF хлађењем се хлади помоћу 4 компактна хладњака чија је укупна номинална снага хлађења 30% већа од снаге укупних губитака у трансформатору. Може се сматрати да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{tun} = 85^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{hun} = 78,9^\circ\text{C}$, температуре хладног и топлог ваздуха: $\vartheta_{hvn} = 40^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{tvn} = 60,8^\circ\text{C}$, номинална снага $P_{tn} = 220 \text{ kW}$. Током рада трансформатора долази до запрљања хладњака. Колико ће износити температура горњег уља, средња температура намотаја и температура најтоплије тачке изолације при номиналном оптерећењу трансформатора, температури амбијента 20°C и хладњаку коме је коефицијент проласка топлоте опао на 80 % вредности при чистом хладњаку и номиналним условима рада. Познате су вредности разлике средње температуре намотаја и средње температуре уља ($g_n = 17 \text{ K}$) и фактора најтоплије тачке ($H = 1,3$). При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру. (3п)

3. Огледом загревања у кратком споју потребно је проверити температуре сваке од фаза трофазног трансформатора. Нацртати шему веза током загревања наизменичном струјом за трансформатор спреге Yy , као и шему мерне спреге примењене за одређивање отпора једносмерној струји сваке од фаза ниженапонске стране трансформатора. Због чега је неопходно применити поступак екстраполације криве хлађења намотаја и како се он врши? (2,5п)

4. Одредити дозвољену једносекундну једносмерну струју кратког споја (I_{Isdoz}) проводника од бабра површине попречног пресека 95 mm^2 ако је максимална дозвољена температура изолације ($\vartheta_{\max} = 180^\circ\text{C}$), а кратак спој настаје при оптерећењу при коме је температура проводника једнака номиналној за примењену класу изолације ($\vartheta_n = 100^\circ\text{C}$). Познате су карактеристике бабра: $c_{Cu} = 385 \text{ J/(kg }^\circ\text{C)}$, $\rho_{Cu} = 8933 \text{ kg/m}^3$, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20 \text{ Cu}} = 56 \times 10^6 \text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20} = 4,29 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. При прорачуну сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски. При прорачуну снаге генерисања топлоте узети у обзир температурну промену електричне проводности; може се сматрати да струја кратког споја има константну вредност. (1 поен) Која величина у изразу за I_{Isdoz} зависи од класе изолације? (0,5 поена) Коју вредност у изразу за I_{Isdoz} треба променити да би се добила дозвољена вредност струје за случај да се квар десио при укључењу проводника на температури амбијента? (0,5 п.) Колико би износила дозвољена струја (I_{doz}) ако би заштита реаговала за 0,5s? (0,5 п.)

1. Задатак

Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра, дужине dx , на растојању x од тела на које је ребро ослоњено (слика 1.1) гласи:



Слика 1.1

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \quad (1.1)$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), а $dq_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине dx . Зависност снаге провођења од координате x гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \quad (1.2)$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати x , једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \quad (1.3)$$

Израз (1.3) важи за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \frac{3}{4} \cdot \alpha_1 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f1}) + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f2}) \quad (1.4)$$

Уврштавањем у једначину (1.1) израза за диференцијал функције (1.3) и снаге преноса топлоте струјањем (1.4), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \frac{3}{4} \cdot \alpha_1 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f1}) + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f2}) \quad (1.5)$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{O}{\lambda \cdot S} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \alpha_1 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f1}) + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f2}) \right) \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{O}{\lambda \cdot S} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \alpha_1 + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \right) \cdot \left(\vartheta(x) + \frac{\frac{3}{4} \cdot \alpha_1 \cdot \vartheta_{f1} + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \cdot \vartheta_{f2}}{\frac{3}{4} \cdot \alpha_1 + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2} \right) \quad (1.7)$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент преласка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \frac{3 \cdot \alpha_1 \cdot \vartheta_{f1} + \alpha_2 \cdot \vartheta_{f2}}{3 \cdot \alpha_1 + \alpha_2} \quad (1.8)$$

где је m параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{O \cdot (3 \cdot \alpha_1 + \alpha_2)}{4 \cdot \lambda \cdot S} \quad (1.9)$$

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалне једначине се одређују на основу граничних услова за базе на почетку и крају ребра за хлађење.

1. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра на координати $x = 0$ тј. базис ребра на температури ϑ_b :

$$\vartheta(x = 0) = \vartheta_b \quad (1.10)$$

2. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L$). Имајући у виду велику дужину ребра тј. врата, примењује се следећи услов:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=L} = 0 \quad (1.11)$$

На основу израза (1.8), (1.10) и (1.11) може се написати:

$$C_1 + C_2 + \frac{3 \cdot \alpha_1 \cdot \vartheta_{f1} + \alpha_2 \cdot \vartheta_{f2}}{3 \cdot \alpha_1 + \alpha_2} = \vartheta_b \quad (1.12)$$

$$C_1 m e^{mx} - C_2 m e^{-mx} = 0 \quad (1.13)$$

Одавде се једноставно добијају вредности интеграционих константи:

$$C_1 = \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} \quad (1.14)$$

$$C_2 = \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} e^{2mL} \quad (1.15)$$

где је

$$\vartheta_{fe} = \frac{3 \cdot \alpha_1 \cdot \vartheta_{f1} + \alpha_2 \cdot \vartheta_{f2}}{3 \cdot \alpha_1 + \alpha_2} \quad (1.16)$$

Расподела температуре дуж ребра гласи:

$$\vartheta(x) = \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} e^{mx} + \frac{(\vartheta - \vartheta_{fe})e^{2mL}}{1 + e^{2mL}} e^{-mx} + \vartheta_{fe} \quad (1.17)$$

Укупна снага која се са површине ребра струјањем одводи ка амбијенту износи:

$$P_{hl} = -\lambda \cdot S \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = -\lambda \cdot S \cdot \left(m \cdot \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} - m \cdot \frac{(\vartheta - \vartheta_{fe})e^{2mL}}{1 + e^{2mL}} \right) = \lambda \cdot S \cdot m \cdot \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} \cdot (e^{2mL} - 1) \quad (1.18)$$

2. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_{p,n} S (\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})}{\ln \left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}} \right)} \quad (2.1)$$

Применом израза (2.1) на номиналне податке хладњака се добија:

$$\Delta\vartheta_{izl,n} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 18,1^\circ\text{C} \quad (2.2)$$

$$\Delta\vartheta_{ul,n} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 45^\circ\text{C} \quad (2.3)$$

Заменом ових вредности у израз (2.1), уз $P_{hn} = 220 \text{ kW}$ добија се да је:

$$K_{p,n} S = \frac{P_{hn} \cdot \ln \left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,n}}{\Delta\vartheta_{ul,n}} \right)}{(\Delta\vartheta_{izl,n} - \Delta\vartheta_{ul,n})} = 7448,52 \frac{\text{W}}{^\circ\text{C}} \quad (2.4)$$

За уље и воду можемо написати следећа два израза:

$$P_{hn} = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \quad (2.5)$$

$$P_{hn} = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \quad (2.6)$$

Одавде добијамо:

$$\rho_u Q_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}} = 36065,57 \frac{\text{W}}{^\circ\text{C}} \quad (2.7)$$

$$\rho_v Q_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}} = 10576,92 \frac{\text{W}}{^\circ\text{C}} \quad (2.8)$$

Номинална снага хладњака је за 30% већа од номиналне снаге губитака, па је расхладна снага сваког од хладњака при номиналном оптерећењу трансформатора једнака $P_h = P_{hn}/1,3 = 169,23 \text{ kW}$. Сада, за ову снагу хлађења могу се написати изрази аналогни изразима (2.1), (2.5) и (2.6):

$$P_h = \frac{K_p S (\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln \left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}} \right)} \quad (2.9)$$

$$P_h = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \quad (2.10)$$

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \quad (2.11)$$

где је $K_p S = 0,8 \cdot K_{p,n} S = 5958,81 \text{ W}/^\circ\text{C}$. Температура хладног ваздуха једнака је амбијенталној ($\vartheta_{hv} = 20^\circ\text{C}$), па се на основу израза (2.11) добија да је:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = 36^\circ\text{C} \quad (2.12)$$

Из једначине (2.10) се добија:

$$\vartheta_{tu} = \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} + \vartheta_{hu} = 4,69^\circ\text{C} + \vartheta_{hu} \quad (2.13)$$

Заменом израза (2.12) и (2.13) у (2.9) добија се:

$$\ln \left(\frac{\vartheta_{hu} - 36}{4,69 + \vartheta_{hu} - 20} \right) = \frac{K_p S}{P_h} (\vartheta_{hu} - 36 - 4,69 - \vartheta_{hu} + 20) \quad (2.14)$$

$$\ln \left(\frac{\vartheta_{hu} - 36}{\vartheta_{hu} - 15,31} \right) = 0,035 \cdot (-20,69) \quad (2.15)$$

Решење једначине (2.15) је $\vartheta_{hu} = 55,46^\circ\text{C}$, па су тражене температуре једнаке:

$$\vartheta_{gu} = \vartheta_{tu} = \vartheta_{hu} + 4,69 = 60,15^\circ\text{C} \quad (2.16)$$

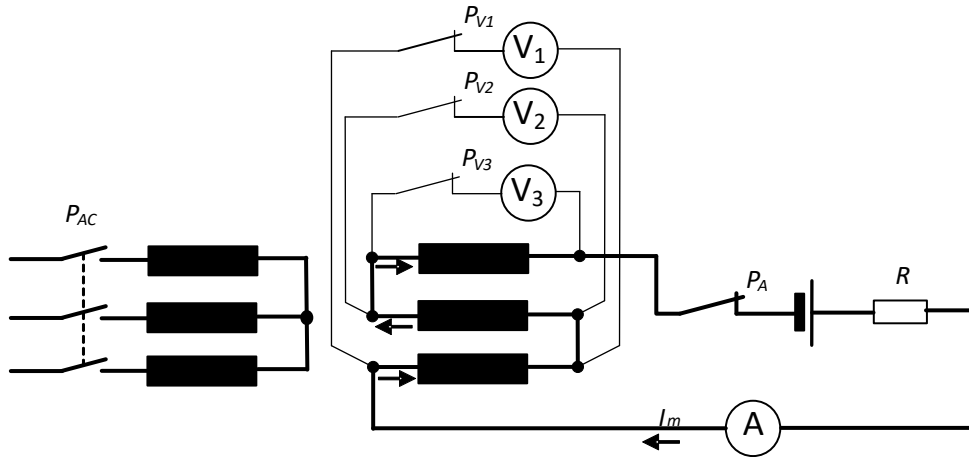
$$\vartheta_{nam,a} = \vartheta_{u,sr} + g_n = \frac{\vartheta_{hu} + \vartheta_{tu}}{2} + g_n = 74,81^\circ\text{C} \quad (2.17)$$

$$\vartheta_{hs} = \vartheta_{tu} + H \cdot g_n = 82,25^\circ\text{C} \quad (2.18)$$

3. Задатак

Материјали за предавања: „Часови 22 до 24“, поглавље 7.5.2.

Шема мерне спреге за одређивање отпора једносмерној струји сваке од фаза ниженапонске стране трансформатора:



Слика 3.1

4. Задатак

Пошто се термички процес по настанку кратког споја сматра адијабатским, занемарује се снага којом се топлота размењује са околином у току кратког споја и сматра да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности, тј. стварно загревање проводника у току кратког споја је мало мање од тако израчунатог.

Снага којом се топлотна енергија акумулира у баку једнака је снази којом се топлота генерише услед Џулових губитака.

$$P_{gen} = P_{akum} \quad (4.1)$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом

$$P_{gen} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}} (1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20)) \frac{I_{1s}^2}{S_{Cu}} \quad (4.2)$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом

$$P_{akum} = C_{Cu}^T \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} \quad (4.3)$$

Подужни топлотни капацитет проводника је једнак

$$C_{Cu}^T = \rho_{Cu} S_{Cu} c_{pCu} = 326,724 \frac{J}{mK} \quad (4.4)$$

Из претходних израза се добија диференцијална једначина која описује промену температуре бакарног проводника. То је уједно и температура најтоплијих тачака изолације (унутрашња површ изолације, уз сам проводник). Решавањем диференцијалне једначине добија се израз за максималну дозвољену једносекундну струју кратког споја (израз 4.9).

$$C_{Cu}^T \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}} (1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20^\circ\text{C})) \frac{I_{1s}^2}{S_{Cu}} \quad (4.5)$$

$$\frac{d\vartheta_{Cu}}{(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20^\circ\text{C}))} = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{1s}^2 dt \quad (4.6)$$

$$\int_{\vartheta_{Cu}=100^{\circ}\text{C}}^{\vartheta_{max}=180^{\circ}\text{C}} \frac{d\vartheta_{Cu}}{(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20))} = \int_{t=0}^{t_{ks}=1s} \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{1s\ doz}^2 dt = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{1s\ doz}^2 t_{ks} \quad (4.7)$$

$$\frac{1}{\alpha_{Cu20}} \ln \frac{1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{max} - 20^{\circ}\text{C})}{1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_n - 20^{\circ}\text{C})} = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{1s\ max}^2 t_{ks} \quad (4.8)$$

$$I_{1s\ doz} = \sqrt{\frac{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}}{\alpha_{Cu20} t_{ks}} \ln \frac{1 + \alpha_{Cu20}(180^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C})}{1 + \alpha_{Cu20}(100^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C})}} = \sqrt{40516,82 \cdot \ln \frac{1,6864}{1,3432}} = 9602\ \text{A} \quad (4.9)$$

Од класе изолације зависи вредности номиналне температуре (ϑ_n) и максималне дозвољене температуре изолације (ϑ_{max}). У случају квара при укључењу проводника на температури амбијента уместо вредности $\vartheta_n = 100^{\circ}\text{C}$ у израз треба уврстити вредност температуре амбијента.

$$I_{0,5s\ doz} = I_{1s\ doz} \sqrt{\frac{1s}{0,5s}} = 9602\sqrt{0,5} = 13579\ \text{A} \quad (4.10)$$



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

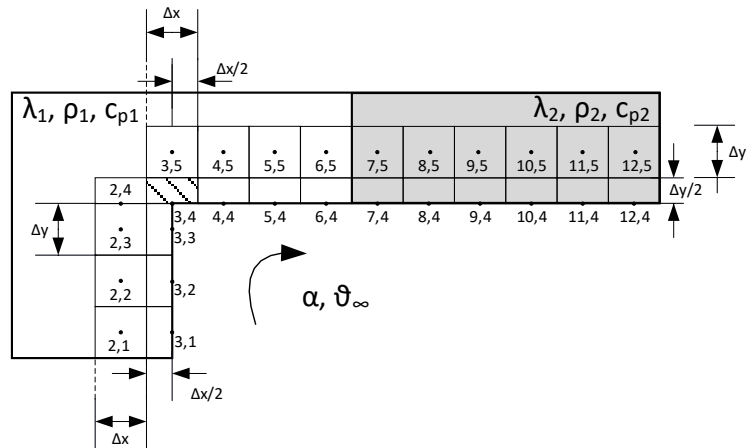
Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит / други колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута / 150 минута
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

23. 1. 2023.

1. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (3,4) (шрафирана површина). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити експлицитну методу. Запреминска густина губитака је q_v . Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2 , специфични топлотни капацитети су c_{p1} и c_{p2} , густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α . Димензије и положај елемента су приказани на слици. Пренос топлоте зрачењем занемарити. (2п/0п)



2. Приказати дијаграм промене температуре у трансформатору – уља у намотајима, уља у радијатору и намотаја, укључујући и најтоплију тачку намотаја. Приказ дати за трансформатор са два намотаја (висина намотаја 2 је већа од висине намотаја 1), при чему је почетак намотаја 2 изнад почетка намотаја 1. Вертикални градијенти температура уља у намотајима су различити ($\Delta\theta_{avn2} > \Delta\theta_{avn1}$), као и градијенти температуре намотај – уље у намотају ($g_2 > g_1$) и фактори најтоплије тачке ($H_1 > H_2$). До мешања уља из намотаја долази на координати висине вишег намотаја. (2п/2,5п)

3. Кроз три сабирнице, сваке попречног пресека висина x ширина $= h \times a$, дужине L , са растојањем између суседних вертикалних страница b , протиче струја I . Услед различите изложености пољу суседних сабирница, снаге губитака у левој и десној сабирници су исте и износе P_{ld} , а у средњој P_s . Температура амбијента износи ϑ_a . Сабирнице су различито обојене, због чега се разликују коефицијенти сивоће сваке од њих: за крајњу леву ε_l , за средњу ε_s и за крајњу десну ε_d (познато је да је $\varepsilon_l > \varepsilon_d > \varepsilon_s$). Фактори виђења од крајњих сабирница ка слободном простору износе F_{ld} , а од средишње сабирнице ка слободном простору F_s . Због мале разлике температуре сабирница, снага размене топлоте зрачењем између њих се може занемарити. Коефицијент преласка топлоте струјањем са сабирница на ваздух износи α . Сабирнице једном од страна ширине a леже на материјалу који је добар термички и електрични изолатор. Написати изрезе из којих се може израчунати температура сабирница. Која сабирница ће бити најтоплија, а која најхладнија и зашто. При прорачуну занемарити отпор преласку топлоте провођењем кроз слој фарбе. (2,5п/3п)

4. Вођица врата бродске преводнице се током хладних дана загрева индукционим загревањем како би се спречило лепљење гумене заптивке за њену површину (услед смрзавања). Спољашње димензије касете у коју је смештен индукциони грејач су $a \times b$, висина касете h . Страна касете, дужине a , у додиру је са металним вратима на 10 % површине, са водом температуре ϑ_{f1} на 45 % површине при чему коефицијент преласка топлоте износи α_1 и са ваздухом температуре ϑ_{f2} на 45 % површине при чему коефицијент преласка топлоте износи α_2 . Компоненту хлађења преко врата моделовати помоћу теорије ребара за хлађење, посматрајући врата преводнице као једно ребро за хлађење велике дужине. Сматрати да су познати обим O , површина попречног пресека S и дужина ребра L , као и специфична топлотна проводност метала од којег је ребро направљено λ . Позната је температура базиса ребра ослоњеног на вођицу ϑ_b . Конструкција је таква да хлађење по обиму попречног пресека није равномерно: 3/4 обима је у додиру са водом (ϑ_{f1} , α_1), а 1/4 у додиру са ваздухом (ϑ_{f2} , α_2). Одредити снагу која се предаје околини и коју је потребно обезбедити системом за индукционо загревање. Прелазни топлотни отпор између површине касете и базиса ребра се може занемарити. Сматрати да је хлађење касете на преостале три странице занемарљиво. (2,5п/3п)

5. За које вредности фактора оптерећења (факторе испуне) се у Техничким препорукама Електродистрибуције дају табличне вредности дозвољене вредности струје за различите попречне пресеке каблова? На који начин се коригују ове вредности у случају да је оптерећење кабла константно у времену? (2п/2,5п)

1. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (3,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (1.1)$$

где су:

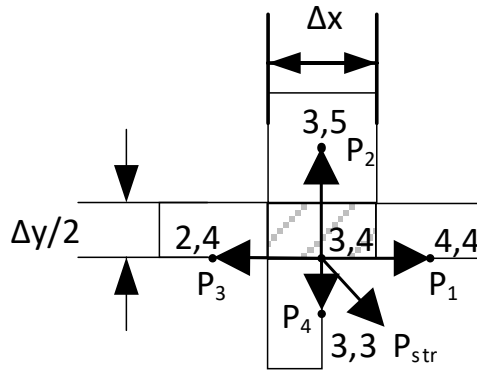
- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Снага генерисања енергије у делићу је

$$P_{gen} = q_v V = q_v \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \quad (1.2)$$

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном $(p + 1)$ тренутку у односу на тренутни тренутак (n) :

$$P_{akum} = \rho_1 c_{p1} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{3,4}}{dt} = \rho_1 c_{p1} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{3,4}^{p+1} - \vartheta_{3,4}^p}{\Delta t} \quad (1.3)$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем и струјањем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \quad (1.4)$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из четири члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (4,4), (3,5), (2,4) и (3,3).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^4 P_k \quad (1.5)$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{4,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{L} \frac{\Delta y}{2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{4,4}^p}{\frac{2}{\lambda_1 L} \Delta x} \quad (1.6)$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,5}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta y}{L} \Delta x} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,5}^p}{\frac{1}{\lambda_1 L} \Delta x} \quad (1.7)$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{2,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{L} \frac{\Delta y}{2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{2,4}^p}{\frac{2}{\lambda_1 L} \Delta x} \quad (1.8)$$

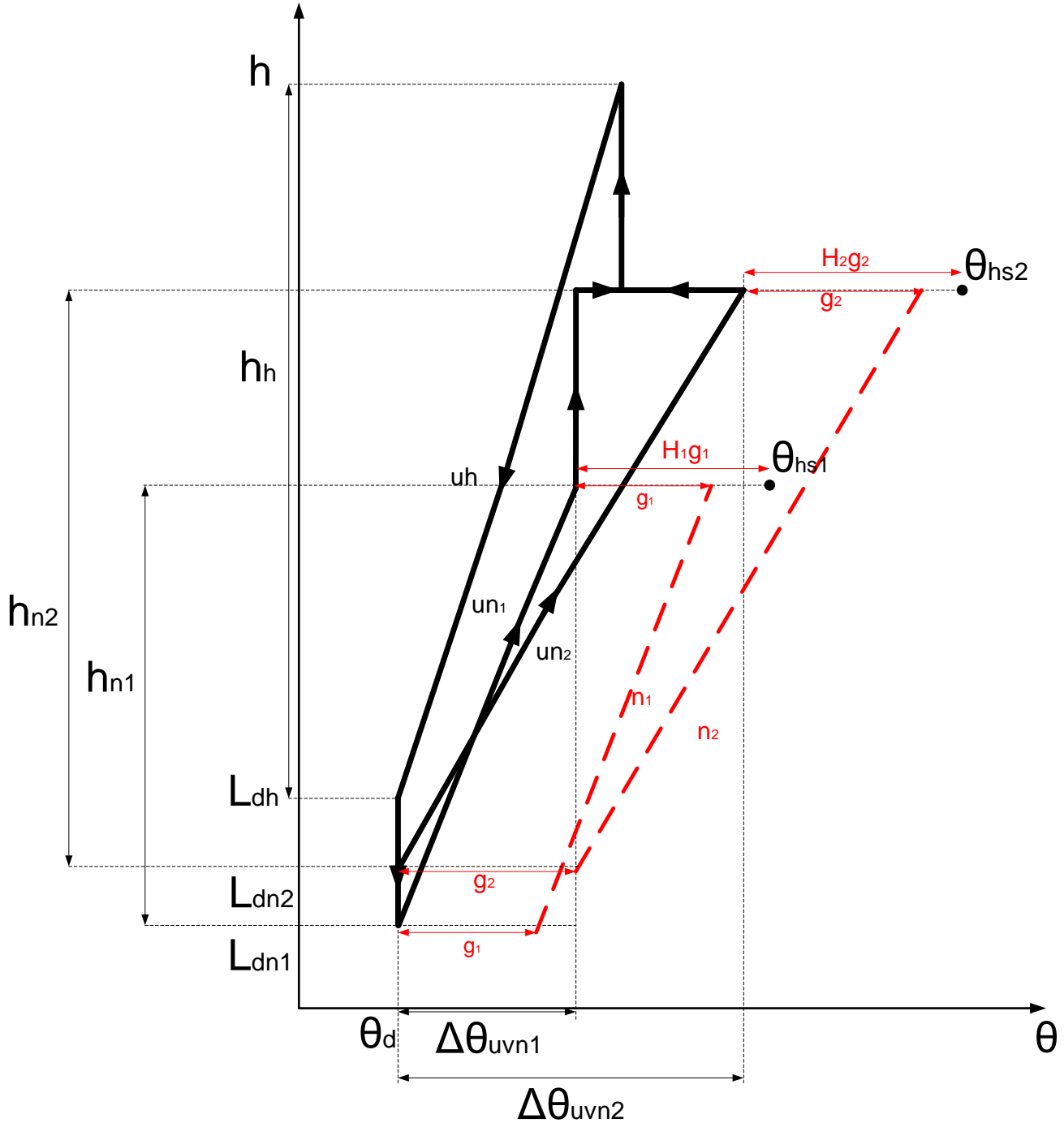
$$P_4 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,3}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta x}{L}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,3}^p}{\frac{1}{\lambda_1 L} \Delta x} \quad (1.9)$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{\infty}^p}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L} \frac{\Delta x}{2}} = \frac{1}{2} \alpha L \Delta x (\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{\infty}^p) \quad (1.10)$$

2. Задатак

На слици 2.1, приказан је дијаграм промене температуре у трансформатору.



Слика 2.1

3. Задатак

Пошто се сабирнице праве од материјала велике топлотне проводности, може се сматрати да је температура сабирнице константна по запремини. По тексту задатка може се занемарити и топлотна отпорност провођењу кроз слој фарбе па је температура спољашње површи обојене сабирнице једнака температури саме сабирнице ($\vartheta_{s,l}$ – за леву, $\vartheta_{s,s}$ – за средњу и $\vartheta_{s,d}$ – за десну).

У стационарном стању, целокупна снага губитака (Џулових увећаних за износ који проузрокује близина других сабирница) се са површине сабирнице одводи струјањем и зрачењем. У овом случају једначина биланса снага гласи:

$$P_g = P_{str} + P_{zr} = \alpha \cdot S \cdot (\vartheta_s - \vartheta_a) + F_a \cdot \varepsilon \cdot \sigma_c \cdot S \cdot (T_s^4 - T_a^4) \quad (3.1)$$

У једначини (3.1) једина непозната је температура сабирница, тако да се тражене температуре сабирница могу добити решавањем једначине (3.1) за сваку од сабирница:

1. Једначина (3.1) за леву сабирницу гласи:

$$P_{ld} = \alpha \cdot (a + 2h) \cdot L \cdot (\vartheta_{s,l} - \vartheta_a) + F_{ld} \cdot \varepsilon_l \cdot \sigma_c \cdot (a + 2h) \cdot L \cdot \left((\vartheta_{s,l} + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4 \right) \quad (3.2)$$

2. Једначина (3.1) за средњу сабирницу гласи:

$$P_s = \alpha \cdot (a + 2h) \cdot L \cdot (\vartheta_{s,s} - \vartheta_a) + F_s \cdot \varepsilon_s \cdot \sigma_c \cdot (a + 2h) \cdot L \cdot \left((\vartheta_{s,s} + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4 \right) \quad (3.2)$$

3. Једначина (3.1) за десну сабирницу гласи:

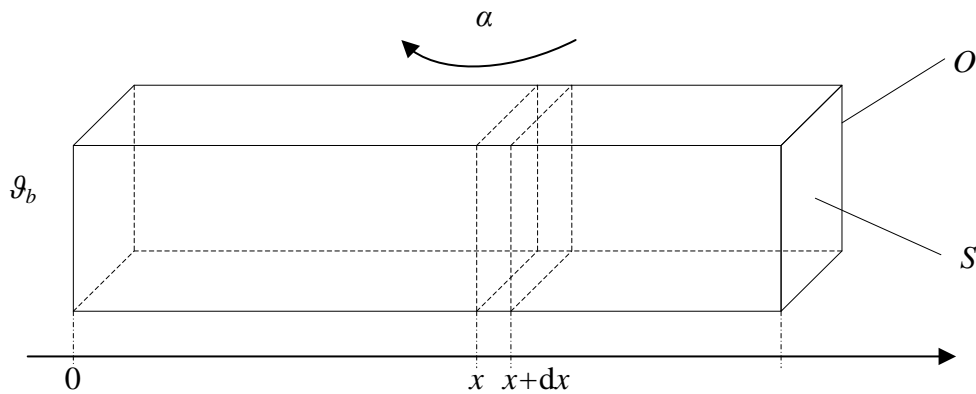
$$P_{ld} = \alpha \cdot (a + 2h) \cdot L \cdot (\vartheta_{s,d} - \vartheta_a) + F_{ld} \cdot \varepsilon_d \cdot \sigma_c \cdot (a + 2h) \cdot L \cdot \left((\vartheta_{s,d} + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4 \right) \quad (3.2)$$

Највероватније ће средња сабирница бити најтоплија. Губици у њој су највећи јер је утицај околних сабирница већи него за крајње сабирница. Такође, пошто се налази у средини, фактор виђења слободног простора ће код ње бити нешто мањи него код крајњих сабирници (које суседну сабирницу имају само са једне стране), па ће снага која се са ње одводи зрачењем бити нешто мања. Дакле, у средњој сабирници су већи губици и хлађење зрачењем је лошије. Имајући у виду услов из текста задатка $\varepsilon_l > \varepsilon_s > \varepsilon_d$, за средњу сабирницу је најлошије хлађење зрачењем. Из наведеног следи да је најтоплија средња сабирница. Смањење разлике температура сабирница би се постигло таквим фарбањем да емисивност фарбе средње сабирнице буде већа него емисивност фарбе крајњих сабирница.

4. Задатак

Прво ће бит одређен део снаге који се одводи преко металних врата тј. ребра за хлађење:

Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра, дужине dx , на растојању x од тела на које је ребро ослоњено (слика 4.1) гласи:



Слика 4.1

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \quad (4.1)$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), а $dq_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине dx . Зависност снаге провођења од координате x гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \quad (4.2)$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати x , једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \quad (4.3)$$

Израз (4.3) важи за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \frac{3}{4} \cdot \alpha_1 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f1}) + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f2}) \quad (4.4)$$

Уврштавањем у једначину (4.1) израза за диференцијал функције (4.3) и снаге преноса топлоте струјањем (4.4), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \frac{3}{4} \cdot \alpha_1 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f1}) + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f2}) \quad (4.5)$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{O}{\lambda \cdot S} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \alpha_1 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f1}) + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_{f2}) \right) \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{O}{\lambda \cdot S} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \alpha_1 + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \right) \cdot \left(\vartheta(x) + \frac{\frac{3}{4} \cdot \alpha_1 \cdot \vartheta_{f1} + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2 \cdot \vartheta_{f2}}{\frac{3}{4} \cdot \alpha_1 + \frac{1}{4} \cdot \alpha_2} \right) \quad (4.7)$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент преласка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \frac{3 \cdot \alpha_1 \cdot \vartheta_{f1} + \alpha_2 \cdot \vartheta_{f2}}{3 \cdot \alpha_1 + \alpha_2} \quad (4.8)$$

где је m параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{O \cdot (3 \cdot \alpha_1 + \alpha_2)}{4 \cdot \lambda \cdot S} \quad (4.9)$$

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалне једначине се одређују на основу граничних услова за базисе на почетку и крају ребра за хлађење.

3. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра на координати $x = 0$ тј. базис ребра на температури ϑ_b (пошто се прелазни отпор између површине касете и базиса ребра може занемарити, температура базиса ребра ϑ_b је једнака температури површине касете):

$$\vartheta(x = 0) = \vartheta_b \quad (4.10)$$

4. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L$). Имајући у виду велику дужину ребра тј. врата, примењује се следећи услов:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=L} = 0 \quad (4.11)$$

На основу израза (4.8), (4.10) и (4.11) може се написати:

$$C_1 + C_2 + \frac{3 \cdot \alpha_1 \cdot \vartheta_{f1} + \alpha_2 \cdot \vartheta_{f2}}{3 \cdot \alpha_1 + \alpha_2} = \vartheta_b \quad (4.12)$$

$$C_1 m e^{mx} - C_2 m e^{-mx} = 0 \quad (4.13)$$

Одавде се једноставно добијају вредности интеграционих константи:

$$C_1 = \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} \quad (4.14)$$

$$C_2 = \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} e^{2mL} \quad (4.15)$$

где је

$$\vartheta_{fe} = \frac{3 \cdot \alpha_1 \cdot \vartheta_{f1} + \alpha_2 \cdot \vartheta_{f2}}{3 \cdot \alpha_1 + \alpha_2} \quad (4.16)$$

Расподела температуре дуж ребра гласи:

$$\vartheta(x) = \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} e^{mx} + \frac{(\vartheta - \vartheta_{fe}) e^{2mL}}{1 + e^{2mL}} e^{-mx} + \vartheta_{fe} \quad (4.17)$$

Укупна снага која се са површине ребра (врата) струјањем одводи ка амбијенту износи:

$$P_{hl,r} = -\lambda \cdot S \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = -\lambda \cdot S \cdot \left(m \cdot \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} - m \cdot \frac{(\vartheta - \vartheta_{fe}) e^{2mL}}{1 + e^{2mL}} \right) = 0,1 \cdot a \cdot h \cdot \lambda \cdot m \cdot \frac{\vartheta - \vartheta_{fe}}{1 + e^{2mL}} \cdot (e^{2mL} - 1) \quad (4.18)$$

Поред ове компоненте хлађења, постоје и две додатне – директно хлађење по 45% површине касете струјањем флуида температуре ϑ_{f1} , односно ϑ_{f2} .

$$P_{str,1} = \alpha_1 \cdot 0,45 \cdot a \cdot h \cdot (\vartheta_b - \vartheta_{f1}) \quad (4.19)$$

$$P_{str,2} = \alpha_2 \cdot 0,45 \cdot a \cdot h \cdot (\vartheta_b - \vartheta_{f2}) \quad (4.20)$$

Укупна снага која се предаје околина је

$$P_{amb,uk} = P_{hl,r} + P_{str,1} + P_{str,2} \quad (4.20)$$

5. Задатак

Материјали са предавања „Часови 25 до 27“, страна 2.



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

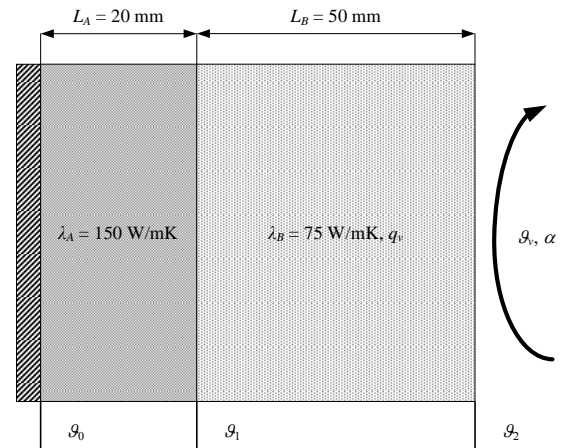
Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит / други колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута / 150 минута
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

13. 2. 2023.

1. Раван зид се састоји из два слоја, израђена од различитих материјала А и В. У слоју В се равномерно по запремини генерише топлота запреминском густином снаге $q_v = 3 \cdot 10^5 \text{ W/m}^3$, док у слоју А нема губитака. Димензије и топлотне проводности слојева су дате на слици. Гранична површ (лева) слоја А је добро топлотно изолована, а гранична површ слоја В се хлади водом температуре $\vartheta_v = 30^\circ\text{C}$, уз коефицијент преласка топлоте струјањем $\alpha = 200 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Одредити температуру граничне изоловане површи слоја А (ϑ_0). (2п/0п)

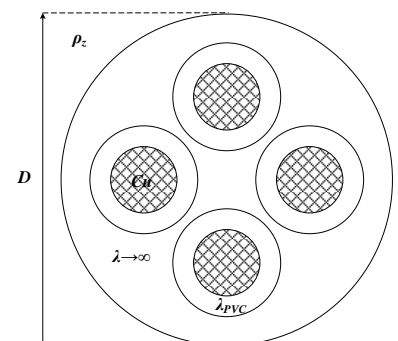


2. Посматрајмо загревање једаног монофазног енергетског уљног трансформатора у огледу загревања у кратком споју. Трансформатор садржи два намотаја за који се разликују: висина (почетак намотаја се налази на истој координати), номинални губици и хидраулички отпор протицању уља кроз њих. Хлађење трансформатора је ODAF (са диригованим принудним струјањем уља). Позната је карактеристика пумпе (зависност притиска који производи пумпа у функцији протока кроз њу). Сматрати да су c_p уља, хидраулички отпори намотаја (R_{hm1} , R_{hm2}) и хладњака (R_{hh}) и карактеристика пумпе познати и да се не мењају са температуром. Написати једначине хидрауличке равнотеже кроз сваки од намотаја које се успостављају у радној тачки при номиналном оптерећењу. Сматрати да је позната вредност пораста температуре доњег уља ϑ_{du} . Занемарити било какав утицај језгра. Сматрати да је позната зависност густине уља од температуре $\rho(\vartheta)$ (2,5п/3п)

3. Кроз три сабирнице, сваке попречног пресека висина \times ширина $= h \times a$, дужине L , са растојањем између суседних вертикалних страна b , протиче струја I . Услед различите изложености пољу суседних сабирница, снаге губитака у левој и десној сабирници су исте и износе P_{ld} , а у средњој P_s . Температура амбијента износи ϑ_a . Сабирнице су различито обојене, због чега се разликују коефицијенти сивоће сваке од њих: за крајњу леву ε_l , за средњу ε_s и за крајњу десну ε_d (познато је да је $\varepsilon_l > \varepsilon_d > \varepsilon_s$). Фактори виђења од крајњих сабирница ка слободном простору износе F_{ld} . Због мале разлике температуре сабирница, снага размене топлоте зрачењем између њих се може занемарити. Коефицијент преласка топлоте струјањем са сабирница на ваздух износи α . При решавању задатка сматрати да сабирнице „лебде“ у ваздуху, односно да им све четири стране учествују у размени топлоте струјањем и зрачењем. Написати изразе из којих се може израчунати температура сабирница. Која сабирница ће бити најтоплија, а која најхладнија и зашто. При прорачуну занемарити отпор преласку топлоте провођењем кроз слој фарбе. (2,5п/3п)

4. Једна полупроводничка компонента за коју је дозвољена температура места на коме се генеришу губици $\vartheta_{pp\ doz} = 150^\circ\text{C}$ и топлотни отпор између места генерисања топлоте и кућишта ослобођеног на хладњак $R_{th, pp} = 0,4 \text{ K/W}$ се хлади помоћу хладњака са 10 ребара, дужине сваког ребра $L = 100 \text{ mm}$ и попречног пресека облика правоугаоника $a \times b = 50 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$. Коефицијент преласка топлоте са површи ребра на ваздух износи $\alpha = 8 \text{ W/m}^2\text{K}$. Топлотна проводност материјала од кога је сачињено ребро износи $\lambda = 237 \text{ W/mK}$. Између тела које се хлади и ребра постоји контактна отпорност $R_{th, c} = 0,1 \text{ K/W}$. Одредити максималну снагу губитака при којој, за температуру амбијента од $\vartheta_a = 25^\circ\text{C}$, ће температура полупроводника бити испод дозвољене. При постављању граничног услова на базису ребра који се хлади сматрати да је снага која се преноси са ваздуха једнака нули. Сматрати да је снага одвођења топлоте са основе хладњака, као и површина између ребара занемарљиво мала. Колико би износила температура на месту генерисања губитака у случају $\vartheta_a = 45^\circ\text{C}$, и $\alpha = 30 \text{ W/m}^2\text{K}$, остварено помоћу вентилатора? (2п/2,5п)

5. Четири једножилна кабла пресека бабра $S_{Cu} = 95 \text{ mm}^2$, са PVC изолацијом дебљине изолације $\delta_{iz} = 1 \text{ mm}$ ($\lambda_{PVC} = 0,16 \text{ W/(mK)}$) положена је у тло специфичне топлотне отпорности $\rho_z = 2,5 \text{ (mK)/W}$. Познати су подаци за бакар: $\sigma_{20\ Cu} = 56 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20} = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Проводници су заливени материјалом добре топлотне проводности тако да се налазе у цилиндру пречника $D = 40 \text{ mm}$. Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{doz} = 70^\circ\text{C}$, а температура земље удаљене од кабла $\vartheta_z = 20^\circ\text{C}$. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл. При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтно тло", на коме је температура једнака $\vartheta_z = 20^\circ\text{C}$, може узети цилиндар ваљка пречника $D_{ref} = 1000 \text{ mm}$. (2п/2,5п)



1. Задатак

Пошто у слоју А нема генерисања топлоте и пошто је његова лева гранична површ топлотно изолована, неће бити размене топлоте између слојева А и В тј. слој В „види“ слој А као топлотну изолацију. Последица овога је да у слоју А неће бити промене температуре, односно важи $\vartheta_0 = \vartheta_1$.

За слој В се може поставити и решити општа једначина температурног поља:

$$\lambda_B \cdot \Delta \vartheta + q_V = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \quad (1.1)$$

где је са Δ означен *Laplace*-ов оператор који у *Descartes*-овом координатном систему има следећи облик

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (1.2)$$

У стационарном стању се расподела температуре не мења у времену, те важи:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0 \quad (1.3)$$

Општа једначина температурног поља за слој В у стационарном стању гласи:

$$\lambda_B \cdot \Delta \vartheta + q_V = 0 \quad (1.4)$$

$$\lambda_B \cdot \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) + q_V = 0 \quad (1.5)$$

Пошто се посматра једнодимензиони пренос топлоте важи:

$$\vartheta = \vartheta(x) = \text{const}(y, z) \quad (1.6)$$

што повлачи за собом:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} = 0 \quad (1.8)$$

Заменом у (1.5) се добија:

$$\lambda_B \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + q_V = 0 \quad (1.9)$$

Опште решење једначине (1.9) гласи:

$$\vartheta(x) = -\frac{q_V \cdot x^2}{2 \cdot \lambda_B} + C_1 \cdot x + C_2 \quad (1.10)$$

где су C_1 и C_2 интеграционе константе.

Непознате константе се могу одредити из граничних услова:

$$-\lambda_B \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}(x=0) = 0 \quad (1.11)$$

$$-\lambda_B \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}(x=L_B) = \alpha \cdot (\vartheta(x=L_B) - \vartheta_v) \quad (1.12)$$

Из услова (1.11) се добија:

$$-\frac{q_V \cdot 0}{\lambda_B} + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \quad (1.13)$$

Из услова (1.12) се добија:

$$-\lambda_B \cdot \left(-\frac{q_V \cdot L_B}{\lambda_B} \right) = \alpha \cdot \left(-\frac{q_V \cdot L_B^2}{2 \cdot \lambda_B} + C_2 - \vartheta_v \right) \quad (1.14)$$

$$C_2 = \frac{q_V \cdot L_B}{\alpha} + \frac{q_V \cdot L_B^2}{2\lambda_B} + \vartheta_v \quad (1.15)$$

На основу једначина (1.10), (1.13) и (1.15) добија се расподела температуре у слоју В:

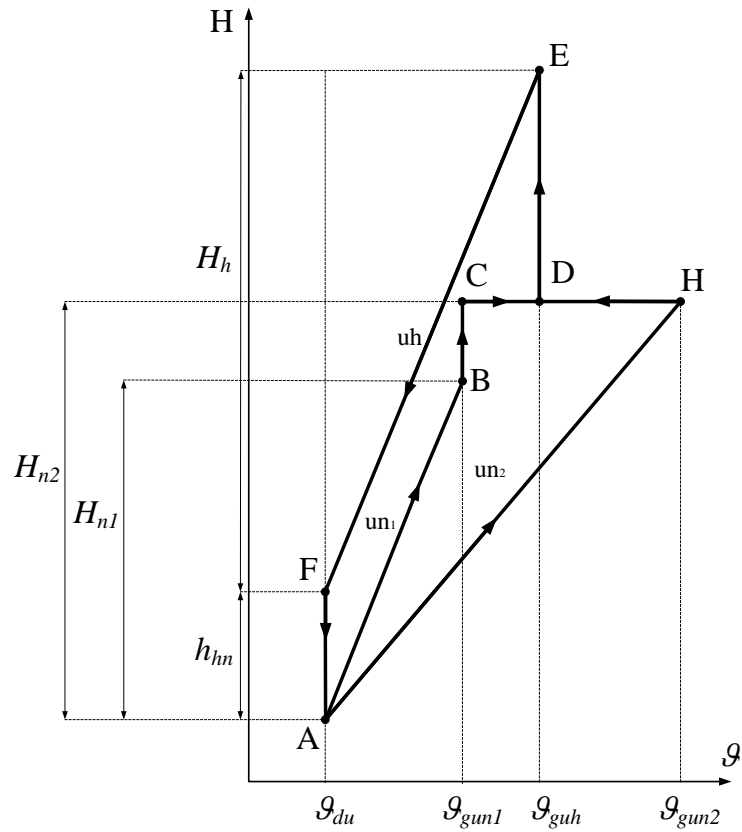
$$\vartheta(x) = -\frac{q_V \cdot x^2}{2 \cdot \lambda_B} + \frac{q_V \cdot L_B}{\alpha} + \frac{q_V \cdot L_B^2}{2\lambda_B} + \vartheta_v \quad (1.16)$$

из чега се израчунава тражена температура изоловане површи:

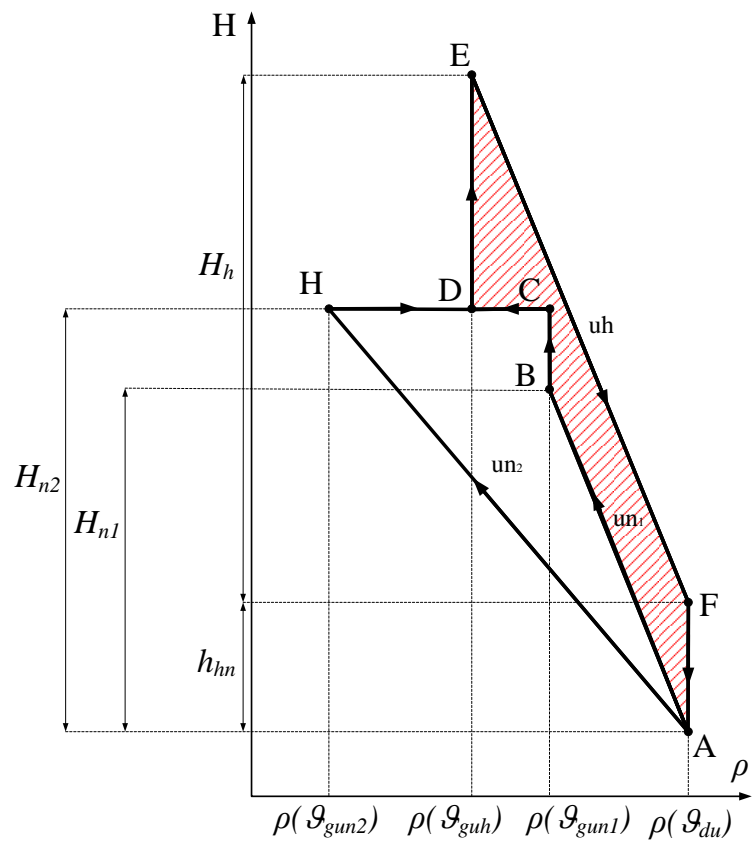
$$\vartheta_0 = \vartheta_1 = \vartheta(x=0) = \frac{q_V \cdot L_B}{\alpha} + \frac{q_V \cdot L_B^2}{2\lambda_B} + \vartheta_v = 110^\circ C \quad (1.17)$$

2. Задатак

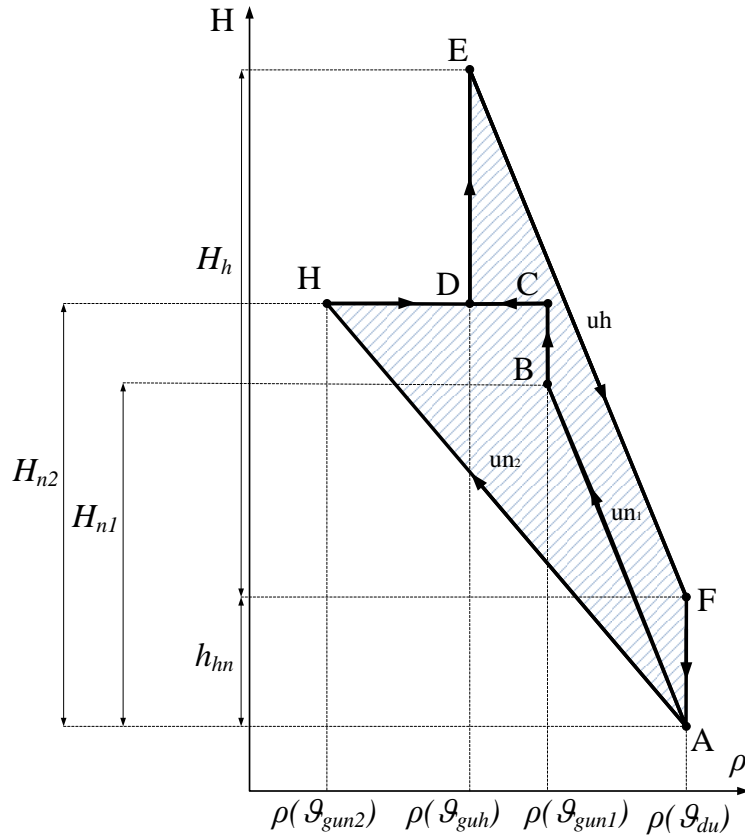
Дијаграм промене температуре уља по висини је приказан на слици 2.1. На основу познате зависности густине уља од температуре, могуће је, на основу дијаграма на слици 2.1, нацртати и дијаграм промене густине уља по висини и укупну површину која одређује термосифонску силу (слика 2.2 за намотај 1 и слика 2.3 за намотај 2).



Слика 2.1



Слика 2.2



Слика 2.3

Након увођења ознака

Q_1 – Запремиски проток уља кроз први намотај

Q_2 – Запремиски проток уља кроз други намотај

P_1 – Губици у првом намотају

P_2 – Губици у другом намотају

може се написати:

$$\vartheta_{gun1} = \vartheta_{du} + \frac{P_1}{\rho(\vartheta_{du}) c_p Q_1} \quad (2.1)$$

$$\vartheta_{gun2} = \vartheta_{du} + \frac{P_2}{\rho(\vartheta_{du}) c_p Q_2} \quad (2.2)$$

$$\vartheta_{guh} = \vartheta_{du} + \frac{P_1 + P_2}{\rho(\vartheta_{du}) c_p (Q_1 + Q_2)} \quad (2.3)$$

Вредност термосифонске силе је једнака површини затворене контуре промене густине уља. Она за намотај 1, одређена као површина шрафиране површи на слици 2.2, износи:

$$TSP_1 = \left(\rho(\vartheta_{du}) \cdot h_{hn} + \frac{1}{2} (\rho(\vartheta_{du}) + \rho(\vartheta_{guh})) \cdot H_h \right) - \left(\frac{1}{2} (\rho(\vartheta_{du}) + \rho(\vartheta_{gun1})) \cdot H_{n1} + \rho(\vartheta_{gun1}) \cdot (H_{n2} - H_{n1}) + \rho(\vartheta_{guh}) \cdot (h_{hn} + H_h - H_{n2}) \right) \quad (2.4)$$

Вредност термосифонске силе за намотај 2, одређена као површина шрафиране површи на слици 2.3, износи:

$$TSP_2 = \left(\rho(\vartheta_{du}) \cdot h_{hn} + \frac{1}{2} (\rho(\vartheta_{du}) + \rho(\vartheta_{guh})) \cdot H_h \right) - \left(\frac{1}{2} (\rho(\vartheta_{du}) + \rho(\vartheta_{gun2})) \cdot H_{n2} + \rho(\vartheta_{guh}) \cdot (h_{hn} + H_h - H_{n2}) \right) \quad (2.5)$$

Вредност притиска који ствара пумпа се одређује са њене $P(Q)$ карактеристике, односно очитава се вредност произведеног притиска (PP) при протоку уља $Q_1 + Q_2$.

Једначине равнотеже притисака:

$$PP + TSP_1 = R_{hn1} Q_1 + R_{hh} (Q_1 + Q_2) \quad (2.6)$$

$$PP + TSP_2 = R_{hn2} Q_2 + R_{hh} (Q_1 + Q_2) \quad (2.7)$$

3. Задатак

Пошто се сабирнице праве од материјала велике топлотне проводности, може се сматрати да је температура сабирнице константна по запремини. По тексту задатка може се занемарити и топлотна отпорност провођењу кроз слој фарбе па је температура спољашње површи обојене сабирнице једнака температури саме сабирнице ($\vartheta_{s,l}$ – за леву, $\vartheta_{s,s}$ – за средњу и $\vartheta_{s,d}$ – за десну).

У стационарном стању, целокупна снага губитака (Цулових увећаних за износ који проузрокује близина других сабирница) се са површине сабирнице одводи струјањем и зрачењем. У овом случају једначина биланса снага гласи:

$$P_g = P_{str} + P_{zr} = \alpha \cdot S \cdot (\vartheta_s - \vartheta_a) + F_a \cdot \varepsilon \cdot \sigma_c \cdot S \cdot (T_s^4 - T_a^4) \quad (3.1)$$

У једначини (3.1) једина непозната је температура сабирница, тако да се тражене температуре сабирница могу добити решавањем једначине (3.1) за сваку од сабирница:

4. Једначина (3.1) за леву сабирницу гласи:

$$P_{ld} = \alpha \cdot 2 \cdot (a + h) \cdot L \cdot (\vartheta_{s,l} - \vartheta_a) + F_{ld} \cdot \varepsilon_l \cdot \sigma_c \cdot 2 \cdot (a + h) \cdot L \cdot \left((\vartheta_{s,l} + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4 \right) \quad (3.2)$$

5. Једначина (3.1) за средњу сабирницу гласи:

$$P_s = \alpha \cdot 2 \cdot (a + h) \cdot L \cdot (\vartheta_{s,s} - \vartheta_a) + F_s \cdot \varepsilon_s \cdot \sigma_c \cdot 2 \cdot (a + h) \cdot L \cdot \left((\vartheta_{s,s} + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4 \right) \quad (3.2)$$

Где се F_s може једноставно одредити на основу симетрије и познате вредности фактора виђења за крајње сабирнице F_{ld} : $F_s = 1 - 2 \cdot (1 - F_{ld})$.

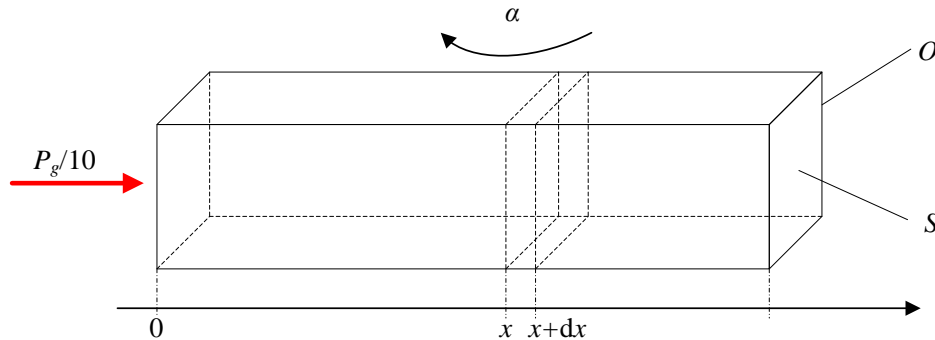
6. Једначина (3.1) за десну сабирницу гласи:

$$P_{ld} = \alpha \cdot 2 \cdot (a + h) \cdot L \cdot (\vartheta_{s,d} - \vartheta_a) + F_{ld} \cdot \varepsilon_d \cdot \sigma_c \cdot 2 \cdot (a + h) \cdot L \cdot \left((\vartheta_{s,d} + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4 \right) \quad (3.2)$$

Највероватније ће средња сабирница бити најтоплија. Губици у њој су највећи јер је утицај околних сабирница већи него за крајње сабирница. Такође, пошто се налази у средини, фактор виђења слободног простора ће код ње бити нешто мањи него код крајњих сабирници (које суседну сабирницу имају само са једне стране), па ће снага која се са ње одводи зрачењем бити нешто мања. Дакле, у средњој сабирници су већи губици и хлађење зрачењем је лошије. Имајући у виду услов из текста задатка $\varepsilon_l > \varepsilon_d > \varepsilon_s$, за средњу сабирницу је и са аспекта емисивности најлошије хлађење зрачењем. Из наведеног следи да је најтоплија средња сабирница. Смањење разлике температура сабирница би се постигло таквим фарбањем да емисивност фарбе средње сабирнице буде већа него емисивност фарбе крајњих сабирница.

4. Задатак

Хладњак се састоји од 10 једнаких ребара, а пошто је снага одвођења топлоте струјањем са основе хладњака и са површина између ребара занемарљиво мала, комплетна снага губитака одводи се са површине ребара. Свако од десет ребара (једно од њих приказано је на слици 4.1) одводи по $P_g/10$. Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра, дужине dx , на растојању x од тела на које је ребро ослоњено (слика 4.1) гласи:



Слика 4.1

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \quad (4.1)$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), а $dq_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине dx . Зависност снаге провођења од координате x гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \quad (4.2)$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати x , једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \quad (4.3)$$

Израз (4.3) важи за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \quad (4.4)$$

Уврштавањем у једначину (4.1) израза за диференцијал функције (4.3) и снаге преноса топлоте струјањем (4.4), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \quad (4.5)$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \quad (4.6)$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент преласка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a \quad (4.7)$$

где је m параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \quad (4.8)$$

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалне једначине се одређују на основу граничних услова за базисе на почетку и крају ребра за хлађење.

1. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра на координати $x = 0$:

$$-\lambda \cdot S \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = \frac{P_g}{10} \quad (4.9)$$

2. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L$), који је у додиру са расхладним флуидом, температуре ϑ_a . По услову задатка, он гласи:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=L} = 0 \quad (4.10)$$

На основу израза (4.7), (4.9) и (4.10) може се написати:

$$-\lambda \cdot S \cdot (C_1 m - C_2 m) = \frac{P_g}{10} \quad (4.11)$$

$$C_1 m e^{mL} - C_2 m e^{-mL} = 0 \quad (4.12)$$

Из једначине (4.12) добија се

$$C_2 = C_1 e^{2mL} \quad (4.13)$$

Заменом (4.13) у (4.11) добија се

$$-\lambda \cdot S \cdot m \cdot (C_1 - C_1 e^{2mL}) = \frac{P_g}{10} \quad (4.14)$$

$$C_1 = \frac{P_g}{10\lambda S m (e^{2mL} - 1)} \quad (4.15)$$

$$C_2 = \frac{P_g e^{2mL}}{10\lambda S m (e^{2mL} - 1)} \quad (4.16)$$

Израз који описује расподелу температуре дуж ребра у устаљеном стању:

$$\vartheta(x) = \frac{P_g}{10\lambda S m (e^{2mL} - 1)} e^{mx} + \frac{P_g e^{2mL}}{10\lambda S m (e^{2mL} - 1)} e^{-mx} + \vartheta_a \quad (4.16)$$

Температура базиса ребра на координати $x = 0$ је због усвојене претпоставке са почетка задатка једнака температури основе хладњака:

$$\vartheta_o = \vartheta(x = 0) = \frac{P_g}{10\lambda S m (e^{2mL} - 1)} + \frac{P_g e^{2mL}}{10\lambda S m (e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a = \frac{P_g (e^{2mL} + 1)}{10\lambda S m (e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a \quad (4.17)$$

Температура на месту генерисања топлоте у полупроводничкој компоненти једнака је:

$$\vartheta_p = \vartheta_o + P_g R_{th,c} + P_g R_{th,pp} = \frac{P_g (e^{2mL} + 1)}{10\lambda S m (e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a + P_g (R_{th,pp} + R_{th,c}) \quad (4.18)$$

Из услова задатка да ова температура треба да буде мања од $\vartheta_{PP\ doz} = 150^\circ\text{C}$, долази се до неједнакости

$$\frac{P_g (e^{2mL} + 1)}{10\lambda S m (e^{2mL} - 1)} + \vartheta_a + P_g (R_{th,pp} + R_{th,c}) \leq \vartheta_{PP\ doz} \quad (4.19)$$

а одатле

$$P_g \leq \frac{(\vartheta_{PP\ doz} - \vartheta_a - P_g (R_{th,pp} + R_{th,c})) 10\lambda S m (e^{2mL} - 1)}{e^{2mL} + 1} = 79,6\text{W} \quad (4.19)$$

Температура на месту генерисања у случају повећане температуре амбијента ($\vartheta_a = 45^\circ\text{C}$) и побољшаног хлађења ($\alpha = 30\text{ W/m}^2\text{K}$) добија се решавањем једнакости (4.18), полазећи од познате вредности снаге $P_g = 79,6\text{ W}$, и износи $\vartheta_{PP} = 109,1^\circ\text{C}$

5. Задатак

Пречник бакарног проводника износи

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10,998 \approx 11 \text{ mm}, \quad (5.1)$$

па је спољашњи пречник једножилног кабла:

$$D_s = D_u + 2\delta_{iz} = 11 + 2 = 13 \text{ mm} \quad (5.2)$$

У граничном случају, при дозвољеној једносмерној струји, температура бакарног проводника једнака је 70°C , па вредност подужне електричне отпорности бабра износи:

$$R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} = \frac{1}{\sigma \cdot S} (1 + \alpha(70^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})) = \frac{1}{56 \cdot 95} (1 + 4,29 \cdot 10^{-3} \cdot 50) = 2,28 \cdot 10^{-4} \Omega\text{m} \quad (5.3)$$

У стационарном топлотном стању сва топлота која настаје као последица Џулових губитака у бакарном проводнику одводи се, преко PVC изолације, ка околном материјалу добре топлотне проводности (температуре ϑ). Ово стање описује се следећом једначином:

$$R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} \cdot I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{PVC}^T} \quad (5.4)$$

Одакле се долази до:

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} \cdot R_{PVC}^T}} \quad (5.5)$$

Вредност подужне топлотне отпорности изолације проводника износи:

$$R_{PVC}^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} \ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) = 0,166 \text{ Km/W} \quad (5.6)$$

Топлота генерисана Џуловим губицима у четири проводника ($4 \cdot R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} \cdot I^2$) одводи се са површине материјала добре топлотне проводности (цилиндар пречника D) провођењем у околно тло:

$$4 \cdot R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} \cdot I^2 = \frac{\vartheta - \vartheta_z}{R_z^T} \quad (5.7)$$

где је:

$$R_z^T = \frac{\rho_z}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ref}}{D}\right) = 1,281 \text{ Km/W} \quad (5.8)$$

Комбиновањем израза (5.4) и (5.7) добија се:

$$4 \cdot \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{PVC}^T} = \frac{\vartheta - \vartheta_z}{R_z^T} \quad (5.9)$$

Решавањем једначине (5.9) добија се температура ϑ :

$$\vartheta = \frac{4\vartheta_{doz} + \vartheta_z \frac{R_{PVC}^T}{R_z^T}}{4 + \frac{R_{PVC}^T}{R_z^T}} = 68,43^\circ\text{C} \quad (5.10)$$

Сада се из израза (5.5) добија тражена вредност струје:

$$I = \sqrt{\frac{70 - 68,43}{2,28 \cdot 10^{-4} \cdot 0,166}} = 203,62 \text{ A} \quad (5.11)$$



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

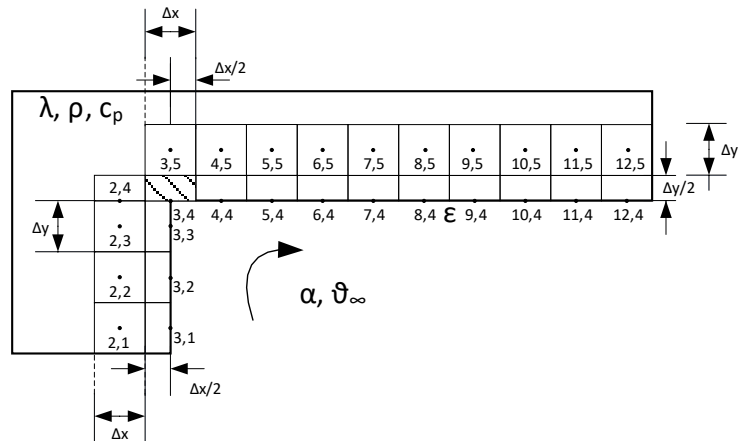
Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута

5. 4. 2023.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

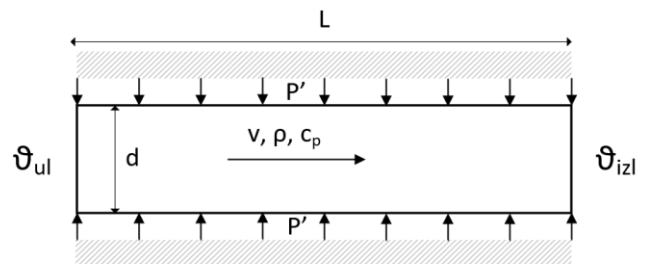
1. . Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине приказан шрафираним површи, репрезентован тачком (3,4). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити имплицитну методу. Топлотна проводност материјала је λ , специфични топлотни капацитет је c_p , густина ρ и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α . При писању једначина занемарити размену топлоте зрачењем. (2п)



2. За колико процената се смањи енергија размене топлоте зрачењем између два бесконачно велика равна зида температура $\vartheta_1=500^\circ\text{C}$ (коефицијент сивоће $\varepsilon_1=0,8$) и $\vartheta_2=20^\circ\text{C}$ (коефицијент сивоће $\varepsilon_2=0,6$), ако се између њих постави раван зид занемарљиво мале дебљине и коефицијента сивоће $\varepsilon_3=0,2$. (2п)

3. Зид трансформаторског суда је сачињен од гвожђа дебљине $\delta_{Fe}=8\text{ mm}$ загрева се услед дејства раутог флукса. Може се сматрати да је снага загревања константна по запремини. Колико износи њена максимална вредност по јединици површине зида при којој настаје опасност од стварања мехурава ваздуха у уљу које се налази са једне стране зида (при температури зида од $\vartheta=140^\circ\text{C}$). Са унутрашње стране зида нанет је слој фарбе дебљине $\delta_{fi}=0,1\text{ mm}$, а са спољашње слој цинка дебљине $\delta_{zn}=0,08\text{ mm}$ и фарбе дебљине $\delta_{fs}=0,15\text{ mm}$. Специфична топлотна проводност фарбе износи $\lambda_f=0,2\text{ W/mK}$ и много је мања од вредности за гвожђе и цинк. Коефицијент преласка топлоте струјањем према уљу температуре $\vartheta_u=70^\circ\text{C}$ износи $\alpha_u=65\text{ W/m}^2\text{K}$, а према амбијенталном ваздуху температуре $\vartheta_a=20^\circ\text{C}$ износи $\alpha_a=5\text{ W/m}^2\text{K}$. (2,5п)

4. Кроз цев од материјала велике топлотне проводности, дужине $L=5\text{ m}$ и унутрашњег пречника $d=5\text{ cm}$, протиче уље брзином $v=10\text{ cm/s}$. Температура уља на уласку у цев износи $\vartheta_{ul}=20^\circ\text{C}$. Уље се загрева помоћу грејача, који је са друге стране идеално топлотно изолован, подужном снагом $P'=500\text{ W/m}$. Густина уља при 20°C износи $\rho=980\text{ kg/m}^3$, а температурна зависност специфичног топлотног капацитета гласи $c_p(\text{J/kgK})=2200+3,6\cdot\vartheta$, где је ϑ температура у $^\circ\text{C}$. Одредити температуру уља на изласку из цеви. (2,5п)



5. Кружни бакарни проводник без изолације пречника D налази се у уљу температуре ϑ_u . Коефицијент преласка топлоте струјањем је једнак α . Губици у проводнику се генеришу запреминском густином q_v . Специфична топлотна проводност материјала проводника износи λ . Попречни пресек проводника износи S , а обим попречног пресека према околном уљу за хлађење износи O . Написати опште решење температурне диференцијалне једначине. (2п)

1. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент (3,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (1.1)$$

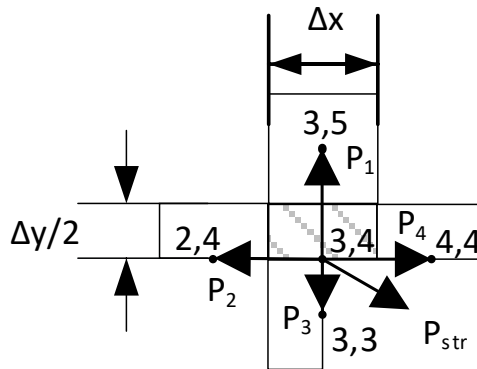
где су:

- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По имплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у тренутном (p) тренутку у односу на претходни тренутак ($p-1$):

$$P_{akum} = \rho c_p \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{3,4}}{dt} = \rho c_p \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,4}^{p-1}}{\Delta t} \quad (1.2)$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем и струјањем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \quad (1.3)$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји од четири члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (3, 5), (2, 4), (3,3) и (4, 4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^4 P_k \quad (1.4)$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,5}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta y}{L \Delta x}} \quad (1.5)$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{2,4}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta x}{L \Delta y / 2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{2,4}^p}{\frac{2}{\lambda L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \quad (1.6)$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,3}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta y / 2}{L \Delta x / 2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,3}^p}{\frac{1}{\lambda L} \frac{\Delta y}{\Delta x}} \quad (1.7)$$

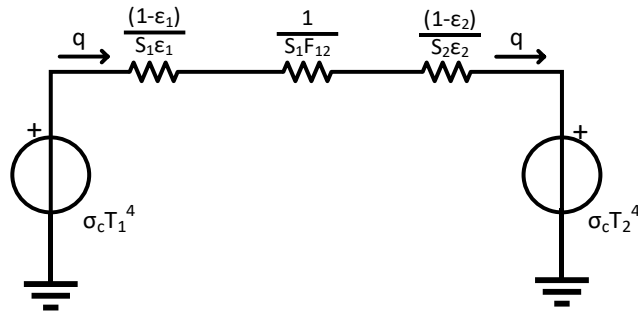
$$P_4 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{4,4}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta x}{L \Delta y / 2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{4,4}^p}{\frac{2}{\lambda L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \quad (1.8)$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{\infty}^p}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L \Delta x / 2}} = \frac{1}{2} \alpha L \Delta x (\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{\infty}^p) \quad (1.9)$$

2. Задатак

За случај две паралелне велике површи на температурама ϑ_1 и ϑ_2 могуће је формирати радијациону шему са два чвора.

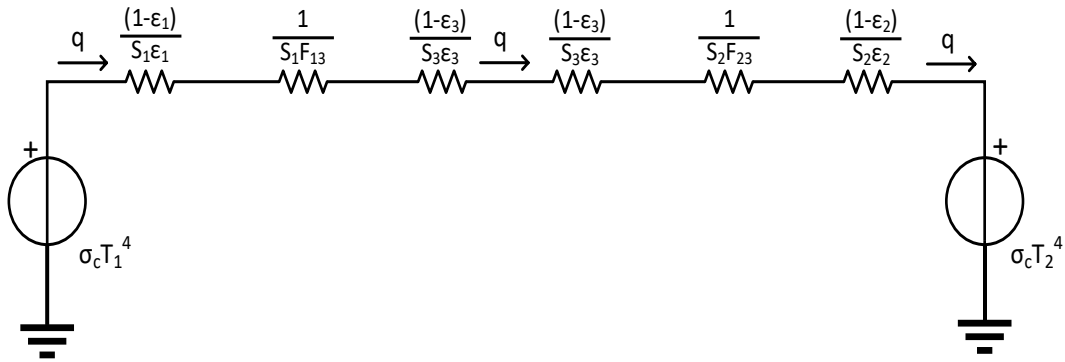


Слика 2.1

На основу приказане радијационе шеме се лако долази до израза за снагу којом се енергија размењује између две велике паралелне површи, при чему се претпоставља да су им површине једнаке (S) и да је фактор виђења између њих 1.

$$q_a = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{12} S_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{F_{12}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (2.1)$$

У случају постојања екрана (површ 3) између две велике паралелне површи могуће је формирати једну радијациону шему приказану на слици 2.2. У екрану нема ни извора ни понора енергије, односно енергија која долази од површи 1 ка површи 3 одлази од површи 3 ка површи 2 (претпоставка да је површ 1 топлија од површи 2).



Слика 2.2

Сада се лако може написати израз за снагу размене енергије зрачењем између две велике паралелне површи:

$$q_b = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{13} S_1} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3} + \frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 S_3} + \frac{1}{F_{23} S_2} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{F_{13}} + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1 + \frac{1}{F_{23}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (2.2)$$

$$q_b = \frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)} \quad (2.3)$$

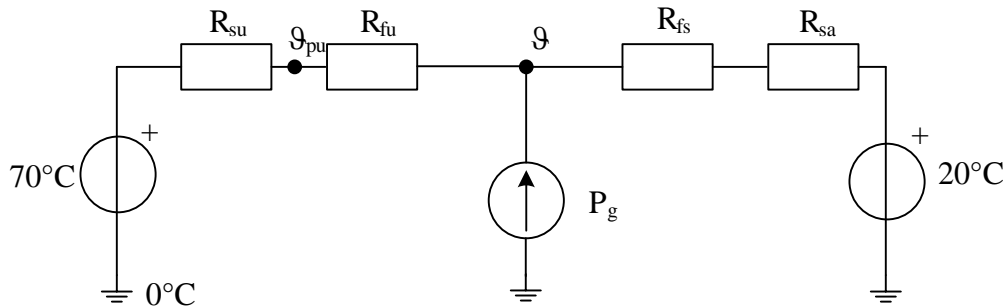
Дакле, важи:

$$\frac{q_b}{q_a} = \frac{\frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)}}{\frac{\sigma_c ((\vartheta_1 + 273,15)^4 - (\vartheta_2 + 273,15)^4) S}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}} = \frac{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + 2\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1\right)} = 0,1756 \quad (2.4)$$

односно, енергија која се размењује зрачењем се смањи за 82,44%.

3. Задатак

Топлотна шема приказана је на слици 3.1:



Слика 3.1

- R_{fu} - топлотни отпор преносу топлоте провођењем кроз унутрашњи слој фарбе
- R_{fs} - топлотни отпор преносу топлоте провођењем кроз спољашњи слој фарбе
- R_{su} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка уљу
- R_{sa} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка ваздуху (амбијенту)
- P_g - снага генерисања топлоте у зиду (гвожђе дебљине 8 mm)
- ϑ_{pu} - температура површи унутрашње стране зида

Вредности параметара топлотне шеме могу се одредити на следећи начин:

$$R_{fu} = \frac{\delta_{fu}}{\lambda_f S} = 0,0005/S \quad (3.1)$$

$$R_{fs} = \frac{\delta_{fs}}{\lambda_f S} = 0,00075/S \quad (3.2)$$

$$R_{su} = \frac{1}{\alpha_u S} = 0,01538/S \quad (3.3)$$

$$R_{sa} = \frac{1}{\alpha_a S} = 0,2/S \quad (3.4)$$

$$P_g = \int_V q_v(x) dV = \int_{x=0}^{\delta_{Fe}} q_v S dx = q_v S \delta_{Fe} \quad (3.5)$$

Снага губитака генерисаних у зиду се делом одводи ка уљу, а делом ка амбијенту. На основу тога може се написати следећа једначина:

$$P_g = \frac{\vartheta - \vartheta_u}{R_{fu} + R_{su}} + \frac{\vartheta - \vartheta_a}{R_{fs} + R_{sa}} \quad (3.6)$$

Услов за појаву мехурова уљу је да је $\vartheta = 140^\circ\text{C}$. Заменом вредности температура, као и израза (3.1) – (3.5) у (3.6) добија се једначине чије је решење тражена површинска густина снаге губитака.

$$q_v S \delta_{Fe} = \frac{140 - 70}{\frac{0,0005}{S} + \frac{0,01538}{S}} + \frac{140 - 20}{\frac{0,00075}{S} + \frac{0,2}{S}} \quad (3.7)$$

$$q_v = \frac{1}{0,008} \left(\frac{70}{0,01588} + \frac{120}{0,20075} \right) = 625,73 \text{ kW/m}^3 \quad (3.8)$$

4. Задатак

Проток уља кроз цев је

$$Q = vS = v\pi \frac{d^2}{4} = 0,1 \cdot \pi \cdot \frac{0,05^2}{4} = 0,00019635 \text{ m}^3/\text{s} \quad (4.1)$$

Посматрајмо део цеви дужине dx на растојању x од почетка цеви. Топлота предата уљу, на овом делу цеви може се записати као:

$$P' dx = \rho c_p Q (\vartheta(x + dx) - \vartheta(x)) \quad (4.2)$$

$$\frac{P' dx}{\rho Q} = (2200 + 3,6\vartheta) d\vartheta \quad (4.3)$$

Једначина (4.3) је диференцијална једначина чије су променљиве раздвојене. Њено решење добија се интеграцијом обе стране:

$$\frac{P'}{\rho Q} x + C = 2200\vartheta + \frac{3,6}{2} \vartheta^2 \quad (4.4)$$

Вредност интеграционе константе C добија се из познате вредности температуре уља на уласку у цев:

$$C = 2200\vartheta_{ul} + 1,8\vartheta_{ul}^2 = 44720 \text{ J/kg} \quad (4.5)$$

Решавањем квадратне једначине (4.4) по температури уља, добија се израз за промену температуре уља са координатом x :

$$\vartheta(x) = \frac{-2200 \pm \sqrt{2200^2 + 7,2 \left(\frac{P'}{\rho Q} x + C \right)}}{3,6} \quad (4.6)$$

Наравно, физичког смисла има само решење са знаком +.

Тражена температура уља на изласку из цеви износи:

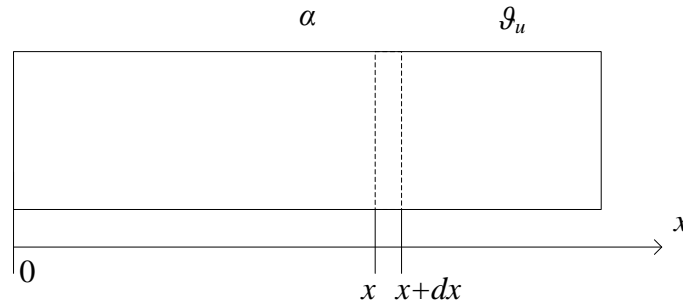
$$\vartheta(x = 5m) = 25,69^\circ\text{C} \quad (4.7)$$

5. Задатак

Математички исказ биланса снага, за елементарни део проводника, дужине dx , на растојању x од почетка проводника (слика 5.1), гласи:

$$q_x + dq_{gen} = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \quad (5.1)$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), dq_{gen} запреминска густина генерисане снаге губитака, а $dq_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача проводника, који је у контактну са уљем, дужине dx .



Слика 5.1

Зависност снаге провођења од координате x гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \quad (5.2)$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек проводника не мења по координати x , једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \quad (5.3)$$

Израз (5.3) важи само за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_u) \quad (5.4)$$

Снага којом се генеришу губици у делићу дужине dx је

$$dq_{gen} = q_v \cdot S \cdot dx \quad (5.5)$$

Уврштавањем у једначину (5.1) израза за диференцијал функције (5.3), снаге преноса топлоте струјањем (5.4) и снаге генерисања губитака (5.5), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_u) - q_v \cdot S \cdot dx \quad (5.6)$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж проводника:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_u) - \frac{q_v}{\lambda} \quad (5.7)$$

Опште решење диференцијалне једначине (5.7) гласи:

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_u + \frac{q_v \cdot S}{\alpha \cdot O} \quad (5.8)$$

где је m параметар одређен изразом:

$$m^2 = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \quad (5.9)$$



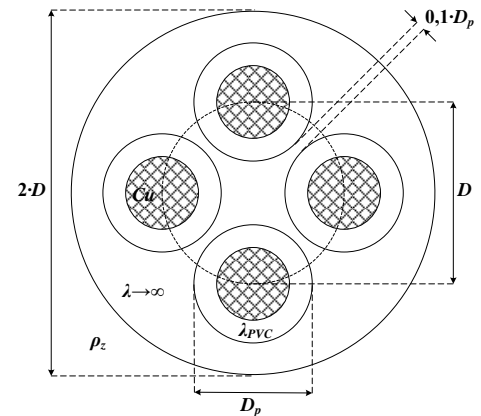
Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута

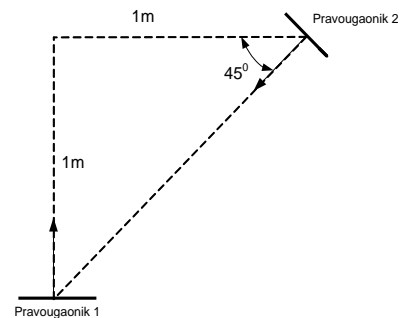
3. 7. 2023.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Четири једножилна кабла пресека бабра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\text{Cu}} = 56 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{\text{Cu}20} = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$) $S_{\text{Cu}} = 95 \text{ mm}^2$, са PVC изолацијом дебљине изолације $\delta_{\text{iz}} = 1 \text{ mm}$ (топлотне специфичне проводности $\lambda_{\text{PVC}} = 0,16 \text{ W/(mK)}$) положена је у тло специфичне топлотне отпорности $\rho_z = 2,5 \text{ (mK)/W}$. Центри бакарних проводника налазе се на кругу пречника D . Проводници су заливени материјалом добре топлотне проводности тако да се налазе у цилиндру пречника $2D$. Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{\text{doz}} = 70^{\circ}\text{C}$, а температура земље удаљене од кабла $\vartheta_z = 20^{\circ}\text{C}$. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл. При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтно тло", на коме је температура једнака $\vartheta_z = 20^{\circ}\text{C}$, може узети цилиндар ваљка пречника $D_{\text{ref}} = 1000 \text{ mm}$. (2п)



2. Посматрајмо два мала правоугаоника (1 – површи 3 cm^2 и 2 – површи 1 cm^2) која се у почетном положају налазе наспрамно у паралелним равнинама на растојању 1 m . Означимо снагу преноса топлоте од површи 1 ка површи 2 у овом случају са P_1 . Правоугаоник 2 се помери транслаторно за 1 m паралелно дужој страници, а затим ротира тако да нормале на површи, усмерене од стране површи која зрачи, заклапају угао од 135° (ситуација приказана на слици). На које растојање од правоугаоника 2 треба транслаторно по правцу који спаја правоугаонике 1 и 2 померити правоугаоник 1 да би се снага која пада на површ 2 изједначила са снагом P_1 ? Правоугаоници зраче дифузно. (2п)

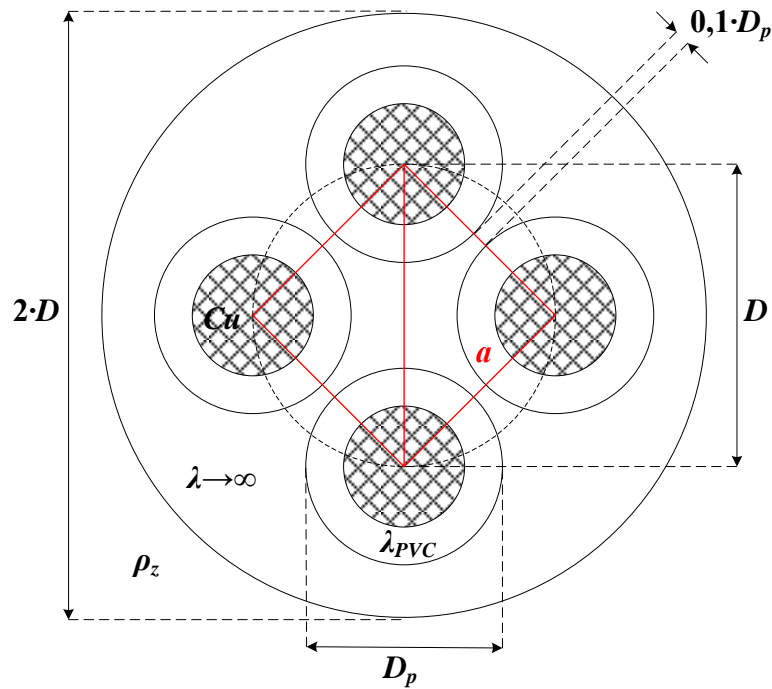


3. Зид трансформаторског суда је сачињен од гвожђа дебљине $\delta_{\text{Fe}} = 8 \text{ mm}$ загрева се услед дејства расутог флукса. Може се сматрати да су снага загревања и температура по запремини зида константни. Колико износи њена максимална вредност по јединици површине зида при којој настаје опасност од стварања мехурова ваздуха у уљу које се налази са једне стране зида (при температури зида од $\vartheta = 140^{\circ}\text{C}$). Коефицијент преласка топлоте струјањем према уљу температуре $\vartheta_{\text{u}} = 70^{\circ}\text{C}$ износи $\alpha_{\text{u}} = 65 \text{ W/m}^2\text{K}$, а према амбијенталном ваздуху температуре $\vartheta_{\text{a}} = 20^{\circ}\text{C}$ износи $\alpha_{\text{a}} = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$. (2п)

4. Бакарни проводник пречника D , дужине L , и дебљине изолације δ и топлотне проводности λ_{iz} , налази се у ваздуху температуре ϑ_{a} . Коефицијент преласка топлоте струјањем је једнак α . Губици у проводнику се генеришу запреминском густином q_v . Специфична топлотна проводност бабра износи λ . Крајеви проводника (на крајевима $x = 0$ и $x = L$) налазе се на температури ϑ_{g} . Израчунати вредност најтоплије тачке изолације. (2п)

5. Одредити дозвољену једносмерну струју кратког споја I_{doz} , трајања $t_k = 0,5 \text{ s}$, проводника од бабра површине попречног пресека 95 mm^2 ако је максимална дозвољена температура изолације $\vartheta_{\text{doz}} = 180^{\circ}\text{C}$, а кратак спој настаје при температури $\vartheta_{\text{p}} = 80^{\circ}\text{C}$. Познате су карактеристике бабра: $c_{\text{Cu}} = 385 \text{ J/(kg}^{\circ}\text{C)}$, $\rho_{\text{Cu}} = 8933 \text{ kg/m}^3$, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\text{Cu}} = 56 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{\text{Cu}20} = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. При прорачуну сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски. При прорачуну снаге генерисања топлоте узети у обзир температурну промену електричне проводности; може се сматрати да струја кратког споја има константну вредност. (2п)

1. Задатак



Слика 1.1

Пречник бакарног проводника износи

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10,998 \approx 11 \text{ mm}, \quad (1.1)$$

па је спољашњи пречник једножилног кабла:

$$D_p = D_u + 2\delta_{iz} = 11 + 2 = 13 \text{ mm} \quad (1.2)$$

Спајањем центара проводника добија се квадрат станице a (слика 1.1):

$$a = 2 \cdot \frac{D_p}{2} + 0,1 \cdot D_p = 1,1 \cdot D_p = 14,3 \text{ mm} \quad (1.3)$$

Дијагонала овог квадрата једнака је пречнику круга на којем се налазе центри проводника:

$$D = a\sqrt{2} = 1,1 \cdot \sqrt{2} \cdot D_p = 20,22 \text{ mm} \quad (1.4)$$

У граничном случају, при дозвољеној једносмерној струји, температура бакарног проводника једнака је 70°C , па вредност подужне електричне отпорности бабра износи:

$$R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} = \frac{1}{\sigma \cdot S} (1 + \alpha(70^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})) = \frac{1}{56 \cdot 95} (1 + 4,29 \cdot 10^{-3} \cdot 50) = 2,28 \cdot 10^{-4} \Omega\text{m} \quad (1.5)$$

У стационарном топлотном стању сва топлота која настаје као последица Џулових губитака у бакарном проводнику одводи се, преко PVC изолације, ка околном материјалу добре топлотне проводности (температуре ϑ). Ово стање описује се следећом једначином:

$$R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} \cdot I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{PVC}^T} \quad (1.6)$$

Одакле се долази до:

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} \cdot R_{PVC}^T}} \quad (1.7)$$

Вредност подужне топлотне отпорности изолације проводника износи:

$$R_{PVC}^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} \ln\left(\frac{D_p}{D_u}\right) = 0,166 \text{ Km/W} \quad (1.8)$$

Топлота генерисана Џуловим губицима у сва четири проводника ($4 \cdot R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} \cdot I^2$) одводи се са површине материјала добре топлотне проводности (цилиндар пречника $2D$) провођењем у околно тло:

$$4 \cdot R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} \cdot I^2 = \frac{\vartheta - \vartheta_z}{R_z^T} \quad (1.9)$$

где је:

$$R_z^T = \frac{\rho_z}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ref}}{2D}\right) = 1,276 \text{ Km/W} \quad (1.10)$$

Комбиновањем израза (1.6) и (1.9) добија се:

$$4 \cdot \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{PVC}^T} = \frac{\vartheta - \vartheta_z}{R_z^T} \quad (1.11)$$

Решавањем једначине (1.11) добија се температура ϑ :

$$\vartheta = \frac{4\vartheta_{doz} + \vartheta_z \frac{R_{PVC}^T}{R_z^T}}{4 + \frac{R_{PVC}^T}{R_z^T}} = 68,42^\circ\text{C} \quad (1.12)$$

Сада се из израза (1.7) добија тражена вредност струје:

$$I = \sqrt{\frac{70 - 68,42}{2,28 \cdot 10^{-4} \cdot 0,166}} = 204,21 \text{ A} \quad (1.13)$$

2. Задатак

Површинска густина снаге зрачења са површи извора износи:

$$q_s = \varepsilon \cdot \sigma_c \cdot T^4 \quad (2.1)$$

Јачина зрачења по јединици површине извора у правцу нормале на површ извора износи:

$$I_{n,s} = \frac{q_s}{\pi} = \frac{\varepsilon \cdot \sigma_c \cdot T^4}{\pi} \quad (2.2)$$

Пошто идеално сиво тело зрачи дифузионо, јачина зрачења у произвољном правцу који са нормалом на површ извора заклапа угао φ , дата је следећим изразом:

$$I_{\varphi,s} = I_{n,s} \cdot \cos \varphi \quad (2.3)$$

Део снаге зрачења површи 1 која пада на површ 2 износи:

$$P_{1 \rightarrow 2} = I_{\varphi,s} \cdot S_1 \cdot \omega_{1 \rightarrow 2} \quad (2.4)$$

Са $\omega_{1 \rightarrow 2}$ означен је просторни угао под којим се површ 2 види са површи 1, док је са φ означен угао између нормале на површ 1 и праве која повезује површи 1 и 2. Просторни угао $\omega_{1 \rightarrow 2}$ дефинисан је следећим изразом:

$$\omega_{1 \rightarrow 2} = \frac{S_2 \cdot \cos \psi}{l_{12}^2} \quad (2.5)$$

ψ – угао између нормале на површ 2 и праве која повезује површи 1 и 2

l_{12} – растојање између површи 1 и површи 2

У случају када се површи налазе једна наспрам друге на растојању $l_{12}^{(1)} = 1\text{m}$, снага зрачења површи 1 која пада на површ 2 износи:

$$P_{1 \rightarrow 2} = I_{n,s} \cdot \cos 0 \cdot S_1 \cdot \frac{S_2 \cdot \cos 0}{l_{12}^{(1)2}} = \frac{I_{n,s} \cdot S_1 \cdot S_2}{l_{12}^{(1)2}} \quad (2.6)$$

Након што се површ 2 помери и заротира, а површ 1 приближи површи 2 на растојање $l_{12}^{(2)}$, снага зрачења површи 1 која пада на површ 2 износи:

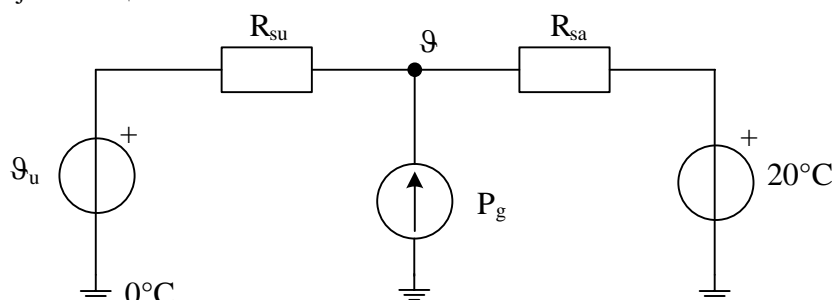
$$P_{1 \rightarrow 2} = I_{n,s} \cdot \cos 45^\circ \cdot S_1 \cdot \frac{S_2 \cdot \cos 0}{l_{12}^{(2)2}} = \frac{I_{n,s} \cdot S_1 \cdot S_2}{l_{12}^{(2)2} \sqrt{2}} \quad (2.7)$$

Да би снага зрачења у оба случаја имала исту вредност, растојање између површи у 2. случају мора бити:

$$\frac{I_{n,s} \cdot S_1 \cdot S_2}{l_{12}^{(1)2}} = \frac{I_{n,s} \cdot S_1 \cdot S_2}{l_{12}^{(2)2} \sqrt{2}} \Rightarrow l_{12}^{(2)} = \frac{l_{12}^{(1)}}{\sqrt[4]{2}} = 0,841 \text{ m} \quad (2.8)$$

3. Задатак

Топлотна шема приказана је на слици 3.1:



Слика 3.1

R_{su} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка уљу

R_{sa} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка ваздуху (амбијенту)

P_g - снага генерисања топлоте у зиду (гвожђе дебљине 8 mm)

ϑ_{pu} - температура површи унутрашње стране зида

Вредности параметара топлотне шеме могу се одредити на следећи начин:

$$R_{su} = \frac{1}{\alpha_u S} = 0,01538/S \quad (3.1)$$

$$R_{sa} = \frac{1}{\alpha_a S} = 0,2/S \quad (3.2)$$

$$P_g = \int_V q_v(x) dV = \int_{x=0}^{\delta_{Fe}} q_v S dx = q_v S \delta_{Fe} \quad (3.3)$$

Снага губитака генерисаних у зиду се делом одводи ка уљу, а делом ка амбијенту. На основу тога може се написати следећа једначина:

$$P_g = \frac{\vartheta - \vartheta_u}{R_{su}} + \frac{\vartheta - \vartheta_a}{R_{sa}} \quad (3.4)$$

Услов за појаву мехурова уљу је да је $\vartheta = 140^\circ\text{C}$. Заменом вредности температура, као и израза (3.1) – (3.3) у (3.4) добија се једначине чије је решење тражена површинска густина снаге губитака.

$$q_v S \delta_{Fe} = \frac{140 - 70}{\frac{0,01538}{S}} + \frac{140 - 20}{\frac{0,2}{S}} \quad (3.5)$$

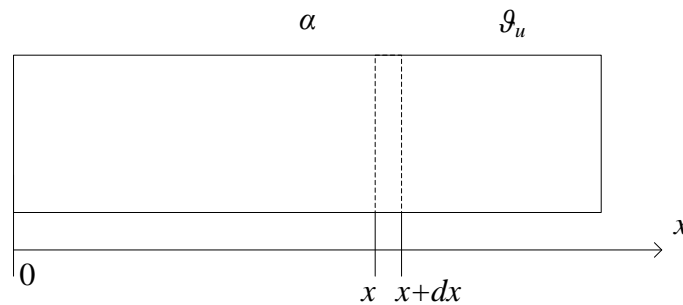
$$q_v = \frac{1}{0,008} \left(\frac{70}{0,01538} + \frac{120}{0,2} \right) = 643,92 \text{ kW/m}^2 \quad (3.6)$$

4. Задатак

Математички исказ биланса снага, за елементарни део проводника, дужине dx , на растојању x од почетка проводника (слика 4.1), гласи:

$$q_x + dq_{gen} = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \quad (4.1)$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), dq_{gen} запреминска густина генерисане снаге губитака, а $dq_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са површине изолације проводника, која је у контактну са ваздухом, дужине dx .



Слика 4.1

Зависност снаге провођења од координате x гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \quad (4.2)$$

где је $S = D^2\pi / 4$, па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек проводника не мења по координати x , једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) dx = -\lambda \cdot \frac{D^2\pi}{4} \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \quad (4.3)$$

Израз (4.3) важи само за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \frac{\vartheta(x) - \vartheta_a}{\frac{1}{\lambda_{iz}} \delta (D + 2\delta) \pi dx + \frac{1}{\alpha (D + 2\delta) \pi dx}} = \frac{\vartheta(x) - \vartheta_a}{\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha}} (D + 2\delta) \pi dx \quad (4.4)$$

Снага којом се генеришу губици у делићу дужине dx је

$$dq_{gen} = q_v \cdot \frac{D^2\pi}{4} \cdot dx \quad (4.5)$$

Уврштавањем у једначину (4.1) израза за диференцијал функције (4.3), снаге преноса топлоте струјањем (4.4) и снаге генерисања губитака (4.5), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \frac{\vartheta(x) - \vartheta_a}{\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha}} (D + 2\delta) \pi dx - q_v \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \cdot dx \quad (4.6)$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж проводника:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{4(D + 2\delta)}{\lambda D^2 \left(\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha} \right)} \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) - \frac{q_v}{\lambda} \quad (4.7)$$

Опште решење диференцијалне једначине (4.7) гласи:

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a + \frac{q_v D^2 \left(\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha} \right)}{4(D + 2\delta)} \quad (4.8)$$

где је m параметар одређен изразом:

$$m^2 = \frac{4(D + 2\delta)}{\lambda D^2 \left(\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha} \right)} \quad (4.9)$$

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалне једначине се одређују на основу граничних услова крајевима проводника.

3. Први гранични услов се поставља за граничну површ проводника на координати $x = 0$:

$$\vartheta(x = 0) = \vartheta_g \quad (4.10)$$

1. Други гранични услов се поставља за граничну површ проводника на координати $x = L$:

$$\vartheta(x = L) = \vartheta_g \quad (4.11)$$

На основу израза (4.8), (4.10) и (4.11) може се написати:

$$C_1 + C_2 + \vartheta_a + \frac{q_v D^2 \left(\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha} \right)}{4(D + 2\delta)} = \vartheta_g \quad (4.12)$$

$$C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL} + \vartheta_a + \frac{q_v D^2 \left(\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha} \right)}{4(D + 2\delta)} = \vartheta_g \quad (4.13)$$

Решавањем система једначина (4.12) и (4.13) добијају се вредности интеграционих константи:

$$C_1 = \frac{\left(\vartheta_g - \vartheta_a - \frac{q_v D^2 \left(\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha} \right)}{4(D + 2\delta)} \right) (e^{-mL} - 1)}{e^{-mL} - e^{mL}} \quad (4.14)$$

$$C_2 = \frac{\left(\vartheta_g - \vartheta_a - \frac{q_v D^2 \left(\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha} \right)}{4(D + 2\delta)} \right) (1 - e^{mL})}{e^{-mL} - e^{mL}} \quad (4.15)$$

Најтоплија тачка изолације налази се непосредно уз површину проводника на средини проводника, и износи

$$\vartheta(x = L/2) = C_1 e^{mL/2} + C_2 e^{-mL/2} + \vartheta_a + \frac{q_v D^2 \left(\frac{\delta}{\lambda_{iz}} + \frac{1}{\alpha} \right)}{4(D + 2\delta)} \quad (4.16)$$

5. Задатак

Пошто се термички процес по настанку кратког споја сматра адијабатским, занемарује се снага којом се топлота размењује са околином у току кратког споја и сматра се да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности, тј. стварно загревање проводника у току кратког споја је мало мање од тако израчунатог.

Снага којом се топлотна енергија акумулира у бакру једнака је снази којом се топлота генерише услед Цулових губитака.

$$P_{gen} = P_{akum} \quad (5.1)$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом

$$P_{gen} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}} (1 + \alpha_{Cu20} (\vartheta_{Cu} - 20)) \frac{I_{doz}^2}{S_{Cu}} \quad (5.2)$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом

$$P_{akum} = C_{Cu}^T \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} \quad (5.3)$$

Подужни топлотни капацитет проводника је једнак

$$C_{Cu}^T = \rho_{Cu} S_{Cu} c_{pCu} = 326,724 \frac{J}{mK} \quad (5.4)$$

Полазећи од претходник израза може се одредити максимална дозвољена струја кратког споја који би трајао $t_k = 0,5s$:

$$C_{Cu}^T \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}} (1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20^\circ C)) \frac{I_{doz}^2}{S_{Cu}} \quad (5.5)$$

$$\frac{d\vartheta_{Cu}}{(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20^\circ C))} = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{doz}^2 dt \quad (5.6)$$

$$\int_{\vartheta_p=80^\circ C}^{\vartheta_{doz}=180^\circ C} \frac{d\vartheta_{Cu}}{(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20))} = \int_{t=0}^{t_k=0,5s} \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{doz}^2 dt = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{doz}^2 t_k \quad (5.7)$$

$$\frac{1}{\alpha_{Cu20}} \ln \frac{1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{doz} - 20^\circ C)}{1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_p - 20^\circ C)} = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{doz}^2 t_k \quad (5.8)$$

$$I_{doz} = \sqrt{\frac{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}}{\alpha_{Cu20} t_k} \ln \frac{1 + \alpha_{Cu20}(180^\circ C - 20^\circ C)}{1 + \alpha_{Cu20}(80^\circ C - 20^\circ C)}} = \sqrt{810336447,55 \ln \frac{1.6864}{1.2574}} = 15423,17 A \quad (5.9)$$



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

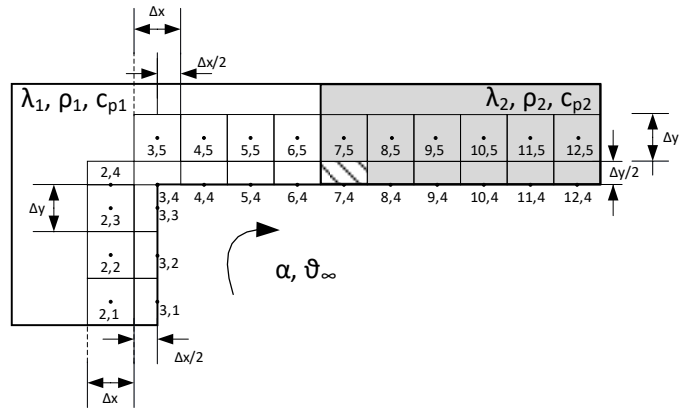
Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута

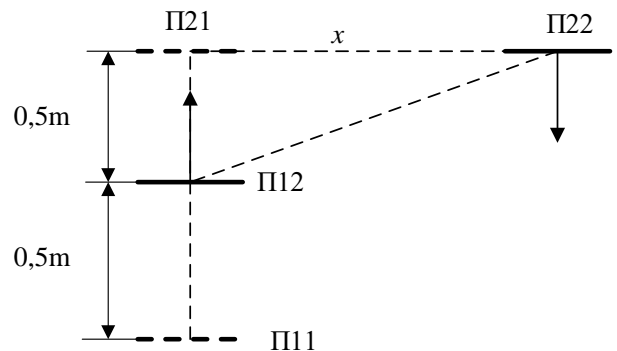
30. 8. 2023.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (7,4) (шрафирана површина). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити имплицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2 , специфични топлотни капацитети су c_{p1} и c_{p2} , густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α . Димензије и положај елемента су приказани на слици. Пренос топлоте зрачењем занемарити. (2п)



2. Посматрајмо два мала правоугаоника (1 – површине 3 cm^2 и 2 – површине 1 cm^2) која се у почетном положају налазе наспрамно у паралелним равнинама на растојању 1 m (П11 и П21 на слици). Означимо снагу преноса топлоте од површи 1 ка површи 2 у овом случају са P_1 . Правоугаоник 2 се помери транслаторно за x паралелно дужој страници, док се правоугаоник 1 помери транслаторно за $0,5 \text{ m}$ у правцу нормале на површ (П12 и П22 на слици). Одредити растојање x при коме снага која пада на површ 2 изједначила са снагом P_1 ? Правоугаоници зраче дифузно. (2п)



3. Одредити термосифонску силу, која изазива струјање уља код трансформатора са ОН хлађењем након успостављања стационарног стања. Позната је висина хладњака (H_h), висина намотаја (H_n) и то да се дно хладњака налази на растојању h_{nn} изнад дна намотаја. Познате су температуре горњег и доњег уља ($\vartheta_{gun, stac}$ и $\vartheta_{dun, stac}$) – тада је температура уља на изласку из намотаја једнака температури уља на уласку у хладњак. Позната је промена густине уља са температуром: $\rho = \rho_0 \cdot \beta \cdot \vartheta$ (где је ρ_0 густина уља на 0°C , а ϑ температура уља). Термосифонска сила се може одредити као површина затворене контуре промене густине уља. Посматрати само једну контуру уља (један намотај и један хладњак). Да ли повећање растојања од дна хладњака до дна намотаја (h_{nn}) утиче на вертикални градијент температуре уља у намотају (одговор образложити). Ако утиче, објаснити како се мења градијент. (2п)

4. За један трансформатор са ODAF хлађењем одабран је компактан хладњак чија је номинална снага 30% већа од снаге укупних губитака у трансформатору. Сматра се да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{tun} = 102^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{hun} = 95,9^\circ\text{C}$, температуре хладног и топлог ваздуха: $\vartheta_{hvn} = 40^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{tvn} = 64,55^\circ\text{C}$, номинална снага $P_{hm} = 210 \text{ kW}$, проток уља $Q_{um} = 68 \text{ m}^3/\text{h}$ и проток ваздуха $Q_{vn} = 28,29 \text{ m}^3/\text{s}$. Колико износи процентуално смањење укупног коефицијента преноса топлоте услед запрљања хладњака у тренутку у току експлоатације у коме је температура уља на уласку у хладњак, при оптерећењу при коме је снага губитака једнака номиналној и при температури амбијента 20°C , једнака номиналној? Проток ваздуха је једнак номиналном. Проток уља је 20% већи од номиналног. Параметри уља и ваздуха су исти као за номиналне услове. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру. (2п)

5. Одредити дозвољену једносмерну струју кратког споја I_{doz} , трајања $t_k = 0,5\text{s}$, проводника од бакра/алуминијума површине попречног пресека 95 mm^2 , који имају различите класе изолације, ако је максимална дозвољена температура изолације $\vartheta_{doz, Cu} = 120^\circ\text{C}/\vartheta_{doz, Al} = 180^\circ\text{C}$, а кратак спој настаје при температури $\vartheta_p = 80^\circ\text{C}$. Познате су карактеристике бакра/алуминијума: $c_{Cu} = 385 \text{ J}/(\text{kg}^\circ\text{C})/c_{Al} = 910 \text{ J}/(\text{kg}^\circ\text{C})$, $\rho_{Cu} = 8933 \text{ kg}/\text{m}^3/\rho_{Al} = 2700 \text{ kg}/\text{m}^3$, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20, Cu} = 56 \cdot 10^6 \text{ S}/\text{m}/\sigma_{20, Al} = 34,8 \cdot 10^6 \text{ S}/\text{m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20} = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ C}^{-1}/\alpha_{Al20} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}^{-1}$. При прорачуну сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски. При прорачуну снаге генерисања топлоте узети у обзир температурну промену електричне проводности; може се сматрати да струја кратког споја има константну вредност. (2п)

1. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (7,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (1.1)$$

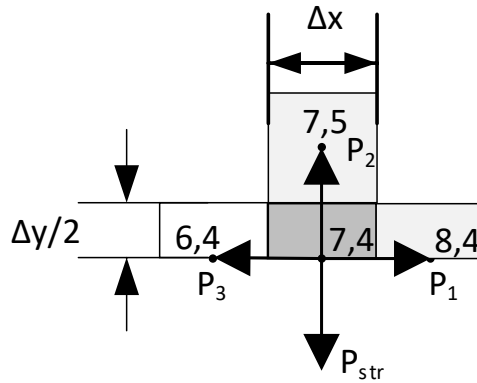
где су:

- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По имплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у тренутном (p) тренутку у односу на претходни тренутак ($p-1$):

$$P_{akum} = \rho_2 c_{p2} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{7,4}}{dt} = \rho_2 c_{p2} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,4}^{p-1}}{\Delta t} \quad (1.2)$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем и струјањем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \quad (1.3)$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (8,4), (7,5) и (6,4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^3 P_k \quad (1.4)$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{8,4}^p}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{L} \frac{\Delta y}{2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{8,4}^p}{\frac{2}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \quad (1.5)$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,5}^p}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta y}{L \Delta x}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,5}^p}{\frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta y}{\Delta x}} \quad (1.6)$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{6,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{2L} \frac{\Delta y}{2} + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{2L} \frac{\Delta y}{2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{6,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1 L} \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \quad (1.7)$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{\infty}^p}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L \Delta x}} = \alpha L \Delta x (\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{\infty}^p) \quad (1.8)$$

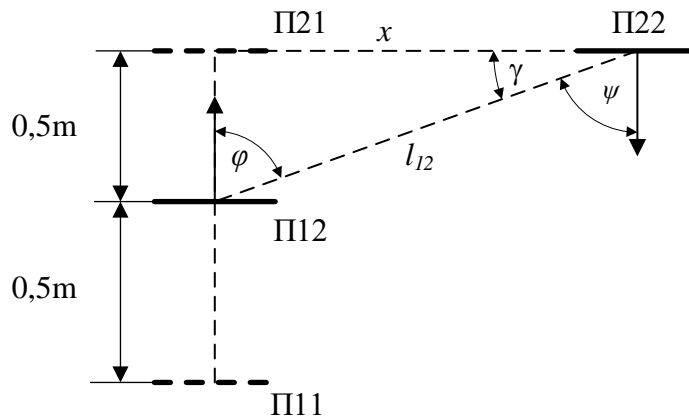
2. Задатак

Означимо са q_s површинску густину снаге зрачења са површи 1. Имајући у виду дифузиона својства зрачења, важи следећа веза између јачине зрачења по јединици површине извора у правцу нормале на површ и површинске густине снаге:

$$I_{n,s} = \frac{q_s}{\pi} = \frac{\varepsilon \cdot \sigma_c \cdot T^4}{\pi} \quad (2.1)$$

Код дифузионог зрачења јачина зрачења у произвољном правцу који са нормалом на површ извора заклапа угао φ , дата је следећим изразом:

$$I_{\varphi,S} = I_{n,S} \cdot \cos \varphi \quad (2.2)$$



Слика 2.1.

Део снаге зрачења површи 1 која пада на површ 2 износи:

$$P_{1 \rightarrow 2} = I_{\varphi,S} \cdot S_1 \cdot \omega_{1 \rightarrow 2} \quad (2.3)$$

Са $\omega_{1 \rightarrow 2}$ означен је просторни угао под којим се површ 2 види са површи 1, док је са φ означен угао између нормале на површ 1 и праве која повезује површи 1 и 2. Просторни угао $\omega_{1 \rightarrow 2}$ дефинисан је следећим изразом:

$$\omega_{1 \rightarrow 2} = \frac{S_2 \cdot \cos \psi}{l_{12}^2} \quad (2.4)$$

ψ – угао између нормале на површ 2 и праве која повезује површи 1 и 2

l_{12} – растојање између површи 1 и површи 2

У случају када се површи налазе једна наспрам друге на растојању $l_{12}^{(1)} = 1\text{m}$, снага зрачења површи 1 која пада на површ 2 износи:

$$P_{1 \rightarrow 2} = I_{n,S} \cdot \cos 0 \cdot S_1 \cdot \frac{S_2 \cdot \cos 0}{l_{12}^{(1)2}} = \frac{I_{n,S} \cdot S_1 \cdot S_2}{l_{12}^{(1)2}} \quad (2.5)$$

Након што се површ 2 помери, растојање између површи 1 и површи 2 је $l_{12}^{(2)}$, снага зрачења површи 1 која пада на површ 2 износи:

$$\begin{aligned} P_{1 \rightarrow 2} &= I_{n,S} \cdot \cos \varphi \cdot S_1 \cdot \frac{S_2 \cdot \cos \psi}{l_{12}^{(2)2}} = I_{n,S} \cdot \cos \varphi \cdot S_1 \cdot \frac{S_2 \cdot \cos \varphi}{l_{12}^{(2)2}} = I_{n,S} \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot \frac{(\cos \varphi)^2}{l_{12}^{(2)2}} = I_{n,S} \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot \frac{\left(\frac{0,5}{l_{12}^{(2)}}\right)^2}{l_{12}^{(2)2}} \\ &= \frac{0,25 \cdot I_{n,S} \cdot S_1 \cdot S_2}{l_{12}^{(2)4}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Да би снага зрачења у оба случаја имала исту вредност, растојање између површи у 2. случају мора бити:

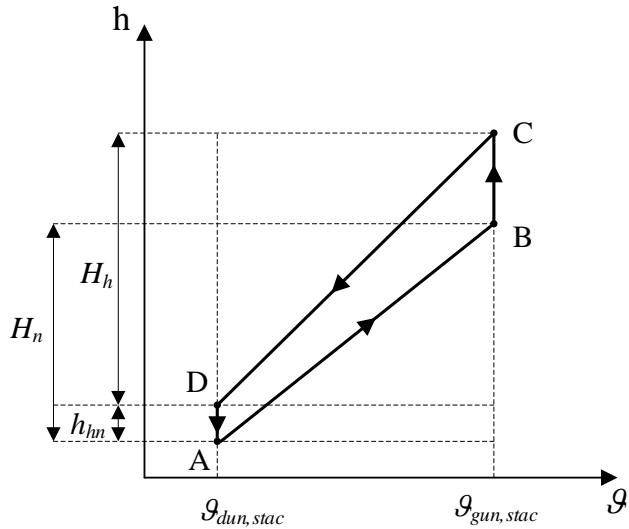
$$\frac{I_{n,S} \cdot S_1 \cdot S_2}{l_{12}^{(1)2}} = \frac{0,25 \cdot I_{n,S} \cdot S_1 \cdot S_2}{l_{12}^{(2)4}} \Rightarrow l_{12}^{(2)} = \sqrt[4]{0,25 l_{12}^{(1)}} = 0,707\text{ m} \quad (2.7)$$

Тражено растојање x је:

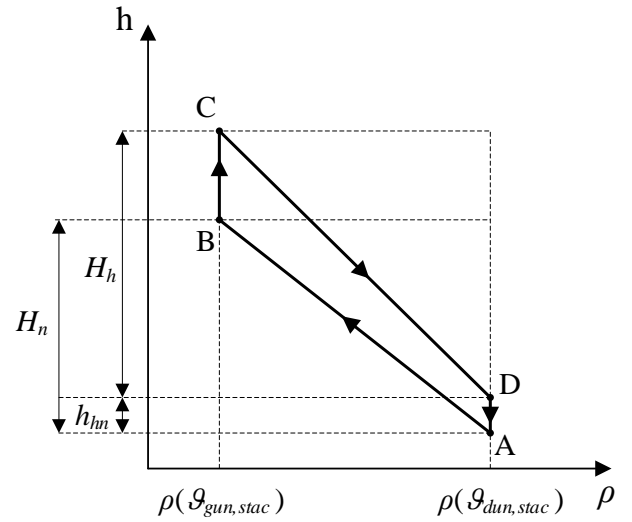
$$x = \sqrt{0,707^2 - 0,5^2} = 0,5\text{ m} \quad (2.8)$$

3. Задатак

Дијаграми промене температуре и густине уља, након достизања стационарног стања, приказани су на сликама 3.1 и 3.2.



Слика 3.1



Слика 3.2

Вредност термосифонске силе, након достизања стационарног стања, износи:

$$TSS_{stac} = \left[(\rho(\vartheta_{dun, stac}) - \rho(\vartheta_{gun, stac})) \cdot h_{hn} + \frac{1}{2} (\rho(\vartheta_{dun, stac}) - \rho(\vartheta_{gun, stac})) \cdot H_h \right] - \frac{1}{2} (\rho(\vartheta_{dun, stac}) - \rho(\vartheta_{gun, stac})) \cdot H_n \quad (3.1)$$

$$TSS_{stac} = (\rho(\vartheta_{dun, stac}) - \rho(\vartheta_{gun, stac})) \cdot \left(h_{hn} + \frac{1}{2} H_h - \frac{1}{2} H_n \right) \quad (3.2)$$

$$TSS_{stac} = (\rho_0 - \beta \vartheta_{dun, stac} - \rho_0 + \beta \vartheta_{gun, stac}) \cdot \left(h_{hn} + \frac{1}{2} H_h - \frac{1}{2} H_n \right) \quad (3.3)$$

$$TSS_{stac} = \beta \cdot (\vartheta_{gun, stac} - \vartheta_{dun, stac}) \cdot \left(h_{hn} + \frac{1}{2} H_h - \frac{1}{2} H_n \right) \quad (3.4)$$

На основу израза (3.4) види се да са повећањем растојања од дна хладњака до дан намотаја (h_{hn}) долази до повећања термосифонске силе. Повећање термосифонске силе повлачи повећање протока уља кроз намотај и хладњак, што за последицу има смањење вертикалног градијента температуре уља у намотају.

4. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_p S (\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl} - \vartheta_{tul} + \vartheta_{hul})}{\ln \left(\frac{\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl}}{\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}} \right)} = \frac{K_p S (\Delta \vartheta_{izl} - \Delta \vartheta_{ul})}{\ln \left(\frac{\Delta \vartheta_{izl}}{\Delta \vartheta_{ul}} \right)} \quad (4.1)$$

За номиналне податке хладњака важи:

$$\Delta \vartheta_{izl} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 31,35^\circ\text{C} \quad (4.2)$$

$$\Delta \vartheta_{ul} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 62^\circ\text{C} \quad (4.3)$$

Заменом ових вредности у израз (4.1), уз $P_{hn} = 210 \text{ kW}$ добија се да је:

$$K_p S = \frac{P_{hn} \cdot \ln \left(\frac{\Delta \vartheta_{izl}}{\Delta \vartheta_{ul}} \right)}{(\Delta \vartheta_{izl} - \Delta \vartheta_{ul})} = 4,672 \frac{\text{kW}}{^\circ\text{C}} \quad (4.4)$$

За ваздух и уље можемо написати следеће изразе:

$$P_{hn} = \rho_v Q_{vn} c_{pv} (\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \quad (4.5)$$

$$P_{hn} = \rho_u Q_{un} c_{pu} (\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \quad (4.6)$$

Одавде добијамо да је:

$$\rho_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{Q_{vn} (\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn})} = 0,3024 \frac{\text{kWs}}{\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}} \quad (4.7)$$

$$\rho_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{Q_{un} (\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun})} = 1822,57 \frac{\text{kWs}}{\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}} \quad (4.8)$$

Како је номинална снага хладњака за 30% већа од номиналне снаге губитака имамо да је $P_h = P_{hn}/1,3 = 161,54 \text{ kW}$. Проток ваздуха једнак је номиналном $Q_v = Q_{vn}$, док је температура опала на $\vartheta_{hv} = 20^\circ\text{C}$. Сада, за ову снагу хлађења и овај проток можемо написати израз аналоган изразу (4.5):

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \quad (4.9)$$

На основу израза (4.9) долазимо до:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = 38,88^\circ\text{C} \quad (4.10)$$

Проток уља повећао се за 20% на $Q_v = 1,2 \cdot Q_{vn} = 81,6 \text{ m}^3/\text{h}$, док је температура уља на уласку у хладњак остала иста $\vartheta_{iu} = \vartheta_{iun} = 102^\circ\text{C}$. И за уље се сада може написати израз аналоган изразу (4.10):

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} = 98,09^\circ\text{C} \quad (4.11)$$

За стварну снагу хлађења можемо написати израз аналоган изразу (4.1):

$$P_h = \frac{K_p^z S (\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln \left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}} \right)} \quad (4.12)$$

Из претходног израза се добија

$$K_p^z S = \frac{P_h \cdot \ln \left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}} \right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 2,308 \frac{\text{kW}}{^\circ\text{C}}, \quad (4.13)$$

односно

$$\frac{K_p^z S}{K_p S} = \frac{K_p^z}{K_p} = \frac{2,308}{4,672} = 0,494 \quad (4.14)$$

Дакле, услед запрљања дошло је до смањења укупног коефицијента преноса топлоте за 50,6%.

5. Задатак

Пошто се термички процес по настанку кратког споја сматра адијабатским, занемарује се снага којом се топлота размењује са околином у току кратког споја и сматра се да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности, тј. стварно загревање проводника у току кратког споја је мало мање од тако израчунатог.

Снага којом се топлотна енергија акумулира у проводнику једнака је снази којом се топлота генерише услед Џулових губитака.

$$P_{gen} = P_{akum} \quad (5.1)$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом

$$P_{gen} = \frac{1}{\sigma_{20}} (1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20)) \frac{I_{doz}^2}{S_{prov}} \quad (5.2)$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом

$$P_{akum} = C_{prov}^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt} \quad (5.3)$$

Подужни топлотни капацитет проводника је једнак

$$C_{prov}^T = \rho_{prov} S_{prov} c_{p,prov} \quad (5.4)$$

Полазећи од претходних израза може се одредити максимална дозвољена струја кратког споја који би трајао $t_k = 0,5\text{s}$:

$$C_{prov}^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt} = \frac{1}{\sigma_{20}} (1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20^\circ\text{C})) \frac{I_{doz}^2}{S_{prov}} \quad (5.5)$$

$$\frac{d\vartheta_{prov}}{(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20^\circ\text{C}))} = \frac{1}{C_{prov}^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{doz}^2 dt \quad (5.6)$$

$$\int_{\vartheta_p=80^\circ\text{C}}^{\vartheta_{doz}} \frac{d\vartheta_{prov}}{(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20))} = \int_{t=0}^{t_k=0,5\text{s}} \frac{1}{C_{prov}^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{doz}^2 dt = \frac{1}{C_{prov}^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{doz}^2 t_k \quad (5.7)$$

$$\frac{1}{\alpha_{20}} \ln \frac{1 + \alpha_{20}(\vartheta_{doz} - 20^\circ\text{C})}{1 + \alpha_{20}(\vartheta_p - 20^\circ\text{C})} = \frac{1}{C_{prov}^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{doz}^2 t_k \quad (5.8)$$

$$I_{doz} = \sqrt{\frac{C_{prov}^T \sigma_{20} S_{prov}}{\alpha_{20} t_k} \ln \frac{1 + \alpha_{20}(\vartheta_{doz} - 20^\circ\text{C})}{1 + \alpha_{20}(80^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}} \quad (5.9)$$

$$I_{doz} = \sqrt{\frac{\rho_{prov} S_{prov} c_{p,prov} \sigma_{20} S_{prov}}{\alpha_{20} t_k} \ln \frac{1 + \alpha_{20}(\vartheta_{doz} - 20^\circ\text{C})}{1 + \alpha_{20}(80^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}} \quad (5.10)$$

У случају бакарног проводника добија се

$$I_{doz \text{ Cu}} = \sqrt{\frac{8933 \cdot 385 \cdot 56 \cdot 95^2}{4,29 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5} \ln \frac{1 + 4,29 \cdot 10^{-3}(120 - 20^\circ\text{C})}{1 + 4,29 \cdot 10^{-3}(80^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}} = 10,18 \text{ kA} \quad (5.11)$$

У случају алуминијумског проводника добија се

$$I_{doz Al} = \sqrt{\frac{2700 \cdot 910 \cdot 34,8 \cdot 95^2}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5} \ln \frac{1 + 4 \cdot 10^{-3}(180 - 20^{\circ}\text{C})}{1 + 4 \cdot 10^{-3}(80^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C})}} = 10,37 \text{ kA} \quad (5.12)$$



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

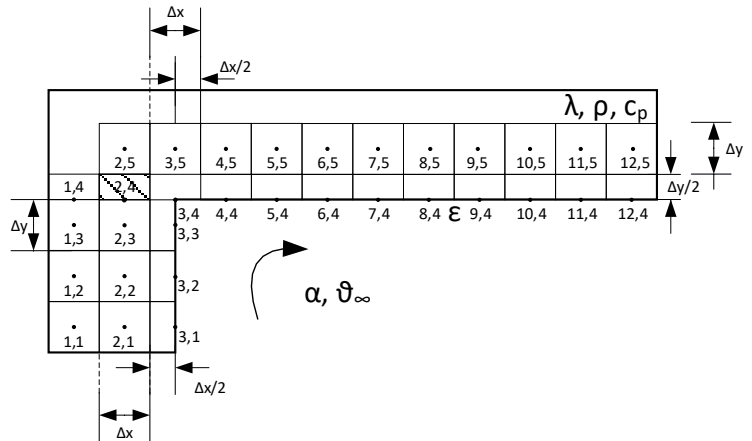
Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута

20. 9. 2023.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине приказан шрафираном површи, репрезентован тачком (2,4). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити експлицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотна проводност материјала је λ , специфични топлотни капацитет је c_p , густина ρ и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α . При писању једначина занемарити размену топлоте зрачењем. (2п)



2. Одредити снагу преноса топлоте у околину за случај да се сфера пречника D_1 , коефицијента сивоће ε_1 и температуре T_1 : а) налази у слободном простору температуре 20°C , б) налази унутар љуске унутрашњег пречника D_2 , дебљине d и коефицијента сивоће унутрашње и спољашње површи љуске ε_2 . Сфера и љуске имају идеална топлопроводна својства. Апсорпциона својства су карактерисана коефицијентима апсорпције, који су једнаки коефицијентима сивоће (емисивностима). (2п)

3. Посматрајмо један трансформатор са ОН хлађењем. Позната је висина радијатора (H_h), висина намотаја (H_n) и растојање од дна радијатора до дна намотаја h_{nn} . Познате су температуре горњег и доњег уља ($\vartheta_{g,un,stat}$ и $\vartheta_{d,un,stat}$) – тада је температура уља на изласку из намотаја једнака температури уља на уласку у радијаторе. На истој слици приказати промену температуре уља по једној затвореној контури (као да постоји један намотај и радијатори), за посматрани случај и за случај да се подигну радијатори, односно повећа растојање од дна радијатора до дна намотаја (h_{nn}). Сматрати да је промена температуре уља по висини намотаја и висини радијатора линеарна. Сматрати да промена протока која настаје при вертикалном подизању радијатора не утиче на средњу температуру уља у намотају / радијаторима. (2п)

4. За један трансформатор са ODAF хлађењем одабран је компактан хладњак чија је номинална снага 30% већа од снаге укупних губитака у трансформатору. Сматра се да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{tun} = 102^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{hun} = 95,9^\circ\text{C}$, температуре хладног и топлог ваздуха: $\vartheta_{hvn} = 40^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{vvn} = 64,55^\circ\text{C}$, номинална снага $P_{hm} = 210 \text{ kW}$, проток уља $Q_{un} = 68 \text{ m}^3/\text{h}$ и проток ваздуха $Q_{vn} = 28,29 \text{ m}^3/\text{s}$. Колико износи процентуално смањење укупног коефицијента преноса топлоте услед запрљања хладњака у односу на његову вредност за чист хладњак и номинални режим рада (k_{pn}), у тренутку у току експлоатације у коме је температура уља на уласку у хладњак, при оптерећењу при коме је снага губитака једнака номиналној и при температури амбијента 40°C , једнака номиналној? Проток ваздуха је једнак номиналном. Проток уља је 10% већи од номиналног, због чега је укупни отпор преласку топлоте струјањем и провођењем кроз зид хладњака 5% мањи од одговарајућег отпора чистог хладњака при номиналном режиму рада. Сматрати да су параметри уља и ваздуха исти као за номиналне услове. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру. (2п)

5. Једножилни кабл пресека бабра (специфична електрична проводност на 70°C $\sigma_{70,Cu} = 4,61 \cdot 10^7 \text{ S/m}$, а на 90°C $\sigma_{90,Cu} = 4,31 \cdot 10^7 \text{ S/m}$) $S_{Cu} = 95 \text{ mm}^2$, са изолацијом дебљине изолације $d_{iz} = 1 \text{ mm}$ положена је у тло специфичне топлотне отпорности $\rho_z = 2,5 \text{ (mK)/W}$. Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{PVC,doz} = 70^\circ\text{C}$, умреженог полиетилена (XLPE) $\vartheta_{XLPE,doz} = 90^\circ\text{C}$ а температура земље удаљене од кабла $\vartheta_z = 10^\circ\text{C}$. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл за случај да је изолација израђена од а) PVC-а топлотне специфичне проводности $\lambda_{PVC} = 0,16 \text{ W/(mK)}$ и б) XLPE-а топлотне специфичне проводности $\lambda_{XLPE} = 0,28 \text{ W/(mK)}$. При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтно тло", на коме је температура једнака ϑ_z , може узети цилиндар пречника $D_{ref} = 1000 \text{ mm}$. (2п)

1. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент (2,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (1.1)$$

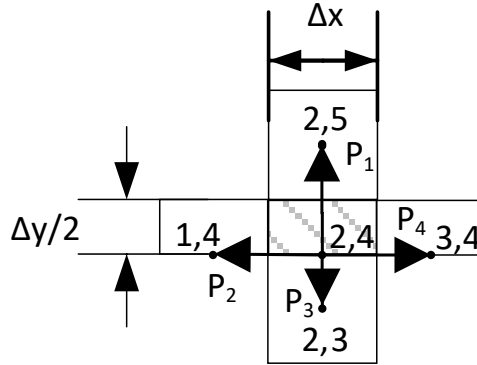
где су:

- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном ($p + 1$) тренутку у односу на садашњи тренутак (p):

$$P_{akum} = \rho c_p \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{2,4}}{dt} = \rho c_p \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{2,4}^{p+1} - \vartheta_{2,4}^p}{\Delta t} \quad (1.2)$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са тела на околину (ка осталим деловима) може пренети само провођењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} \quad (1.3)$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји од четири члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (2, 5), (1, 4), (2,3) и (3, 4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^4 P_k \quad (1.4)$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{2,4}^p - \vartheta_{2,5}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta y}{L \Delta x}} \quad (1.5)$$

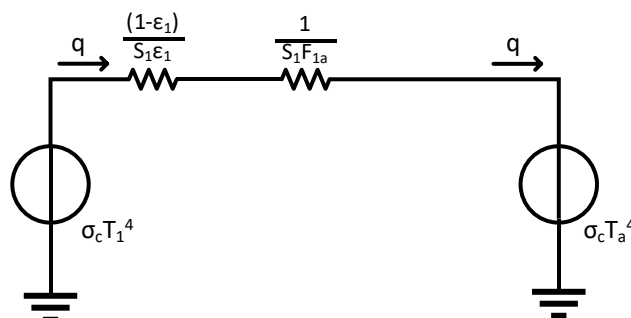
$$P_2 = \frac{\vartheta_{2,4}^p - \vartheta_{1,4}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta x}{L \Delta y / 2}} = \frac{\vartheta_{2,4}^p - \vartheta_{1,4}^p}{\frac{2}{\lambda L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \quad (1.6)$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{2,4}^p - \vartheta_{2,3}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta y / 2}{L \Delta x}} = \frac{\vartheta_{2,4}^p - \vartheta_{2,3}^p}{\frac{\lambda L}{2} \frac{\Delta y}{\Delta x}} \quad (1.7)$$

$$P_4 = \frac{\vartheta_{2,4}^p - \vartheta_{3,4}^p}{\frac{1}{\lambda} \frac{\Delta x}{L \Delta y / 2}} = \frac{\vartheta_{2,4}^p - \vartheta_{3,4}^p}{\frac{2}{\lambda L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \quad (1.8)$$

2. Задатак

Размена енергије зрачењем између површи које образују затворен простор може се анализирати на основу следеће радијационе шеме:



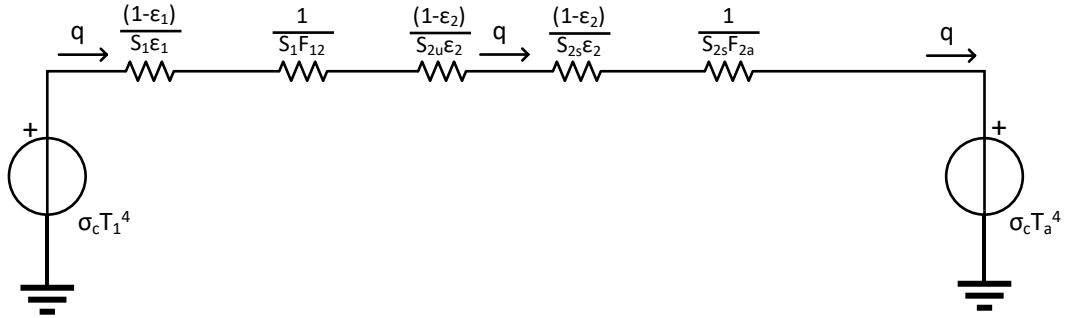
Слика 2.1

где је

$$S_1 = D_1^2 \pi, \quad F_{1a} = 1 \quad (2.1)$$

$$q = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_a^4}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{12} S_1}} = \frac{\sigma_c (T_1^4 - T_a^4) S_1}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + 1} = \sigma_c \varepsilon_1 (T_1^4 - T_a^4) S_1 \quad (2.2)$$

Радијациона шема након додавања екрана:



Слика 2.2

где је

$$S_1 = D_1^2 \pi, \quad S_{2u} = D_2^2 \pi, \quad S_{2s} = (D_2 + d)^2 \pi, \quad F_{12} = F_{2a} = 1 \quad (2.3)$$

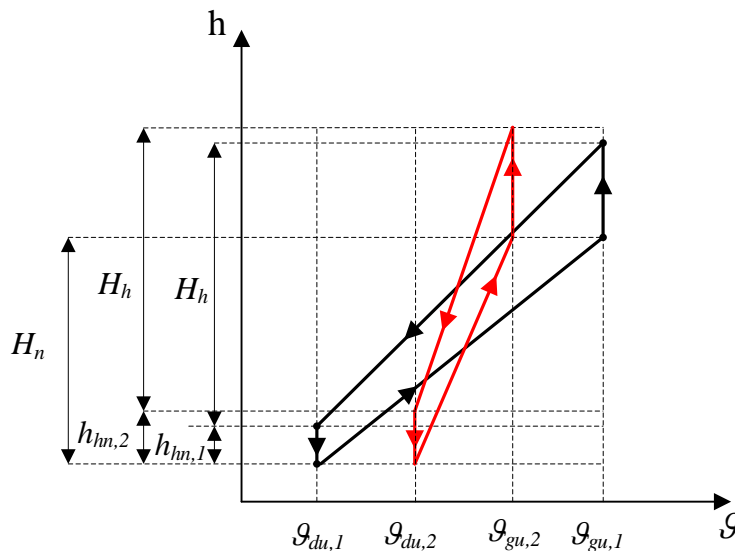
$$q' = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_a^4}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{12} S_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_{2u}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_{2s}} + \frac{1}{F_{2a} S_{2s}}} = \frac{\sigma_c (T_1^4 - T_a^4) S_{2s}}{\frac{1}{\varepsilon_1} \frac{S_{2s}}{S_1} - \frac{S_{2s}}{S_1} + \frac{S_{2s}}{S_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} \frac{S_{2s}}{S_{2u}} - \frac{S_{2s}}{S_{2u}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + 1} \quad (2.4)$$

$$= \frac{\sigma_c (T_1^4 - T_a^4) S_{2s}}{\frac{1}{\varepsilon_1} \frac{S_{2s}}{S_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} \frac{S_{2s}}{S_{2u}} - \frac{S_{2s}}{S_{2u}} + \frac{1}{\varepsilon_2}}$$

3. Задатак

Дијаграми промене температуре уља по висини за два посматрана случаја приказани су на слици 3.1. Након подизања радијатора долази до повећања протка уља, то за последицу има смањење вертикалног градијента уља у намотају и радијаторима. Промена протока не утиче на вредност средње температуре уља у намотају/радијаторима тј. важи:

$$\frac{\vartheta_{gu,1} + \vartheta_{du,1}}{2} = \frac{\vartheta_{gu,2} + \vartheta_{du,2}}{2} \quad (3.1)$$



Слика 3.1.

4. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_p S (\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl} - \vartheta_{tul} + \vartheta_{hul})}{\ln \left(\frac{\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl}}{\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}} \right)} = \frac{K_p S (\Delta \vartheta_{izl} - \Delta \vartheta_{ul})}{\ln \left(\frac{\Delta \vartheta_{izl}}{\Delta \vartheta_{ul}} \right)} \quad (4.1)$$

За номиналне податке хладњака важи:

$$\Delta\vartheta_{izl} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 31,35^{\circ}\text{C} \quad (4.2)$$

$$\Delta\vartheta_{ul} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 62^{\circ}\text{C} \quad (4.3)$$

Заменом ових вредности у израз (4.1), уз $P_{hn} = 210 \text{ kW}$ добија се да је:

$$K_p S = \frac{P_{hn} \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 4,672 \frac{\text{kW}}{^{\circ}\text{C}} \quad (4.4)$$

За ваздух и уље можемо написати следеће изразе:

$$P_{hn} = \rho_v Q_{vn} c_{pv} (\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \quad (4.5)$$

$$P_{hn} = \rho_u Q_{un} c_{pu} (\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \quad (4.6)$$

Одавде добијамо да је:

$$\rho_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{Q_{vn} (\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn})} = 0,3024 \frac{\text{kWs}}{\text{m}^3 \cdot ^{\circ}\text{C}} \quad (4.7)$$

$$\rho_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{Q_{un} (\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun})} = 1822,57 \frac{\text{kWs}}{\text{m}^3 \cdot ^{\circ}\text{C}} \quad (4.8)$$

Како је номинална снага хладњака за 30% већа од номиналне снаге губитака имамо да је $P_h = P_{hn}/1,3 = 161,54 \text{ kW}$. Проток ваздуха једнак је номиналном $Q_v = Q_{vn}$, док је температура $\vartheta_{hv} = 40^{\circ}\text{C}$. Сада, за ову снагу хлађења и овај проток можемо написати израз аналоган изразу (4.5):

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \quad (4.9)$$

На основу израза (4.9) долазимо до:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = 58,88^{\circ}\text{C} \quad (4.10)$$

Проток уља повећао се за 20% на $Q_u = 1,2 \cdot Q_{un} = 74,8 \text{ m}^3/\text{h}$, док је температура уља на уласку у хладњак остала иста $\vartheta_{hu} = \vartheta_{un} = 102^{\circ}\text{C}$. И за уље се сада може написати израз аналоган изразу (4.10):

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} = 97,73^{\circ}\text{C} \quad (4.11)$$

За стварну снагу хлађења можемо написати израз аналоган изразу (4.1):

$$P_h = \frac{K_p^z S (\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}}\right)} \quad (4.12)$$

Из претходног израза се добија

$$K_p^z S = \frac{P_h \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 3,262 \frac{\text{kW}}{^{\circ}\text{C}}, \quad (4.13)$$

односно

$$\frac{K_p^z S}{1,05 K_p S} = \frac{K_p^z}{K_p} = \frac{3,262}{4,906} = 0,665 \quad (4.14)$$

Дакле, услед задрљања дошло је до смањења укупног коефицијента преноса топлоте за 33,5%.

5. Задатак

Укупна топлотна отпорност је:

$$R_l^T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_i} \cdot \ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_z} \cdot \ln\left(\frac{D_{ref}}{D_s}\right) \quad (5.1)$$

Пречници проводника и проводника са изолацијом једнаки су:

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10,998 \text{ mm} \approx 11 \text{ mm} \quad (5.2)$$

$$D_s = D_u + 2\delta_{iz} = 11 \text{ mm} + 2 \text{ mm} = 13 \text{ mm} \quad (5.3)$$

Па је топлотна отпорност:

- Изолација од PVC-а:

$$R_l^T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0,16 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}} \cdot \ln\left(\frac{13 \text{ mm}}{11 \text{ mm}}\right) + \frac{2,5 \frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\text{W}}}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{1000 \text{ mm}}{13 \text{ mm}}\right) = 1,89 \frac{\text{Km}}{\text{W}} \quad (5.4)$$

- Изолација од XLPE-а:

$$R_l^T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0,28 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}} \cdot \ln\left(\frac{13 \text{ mm}}{11 \text{ mm}}\right) + \frac{2,5 \frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\text{W}}}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{1000 \text{ mm}}{13 \text{ mm}}\right) = 1,82 \frac{\text{Km}}{\text{W}} \quad (5.5)$$

Електрична отпорност проводника једнака је:

$$R_{Cu,70^{\circ}\text{C}} = \frac{1}{\sigma_{70,Cu} \cdot S} = \frac{1}{46,1 \cdot 95} = 2,28 \cdot 10^{-4} \Omega \text{m} \quad (5.6)$$

$$R_{Cu,90^{\circ}C} = \frac{1}{\sigma_{90,Cu} \cdot S} = \frac{1}{43,1 \cdot 95} = 2,44 \cdot 10^{-4} \Omega m \quad (5.7)$$

Једначина енергетског биланса гласи:

$$R_{Cu} I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_z}{R_l^T} \quad (5.7)$$

Одавде добијамо израз за дозвољену струју:

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_z}{R_{Cu} R_l^T}} \quad (5.8)$$

- Изолација од PVC-а:

$$I = \sqrt{\frac{70 - 10}{2,28 \cdot 10^{-4} \Omega m \cdot 1,89 \frac{K}{W}}} = 372,9 A \quad (5.9)$$

- Изолација од XLPE-а:

$$I = \sqrt{\frac{90 - 10}{2,44 \cdot 10^{-4} \Omega m \cdot 1,82 \frac{K}{W}}} = 423,9 A \quad (5.10)$$