ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

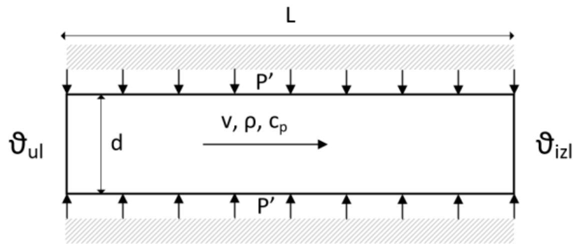
Први колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 150 минута
Укупан број поена износи 11 23. 11. 2019.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

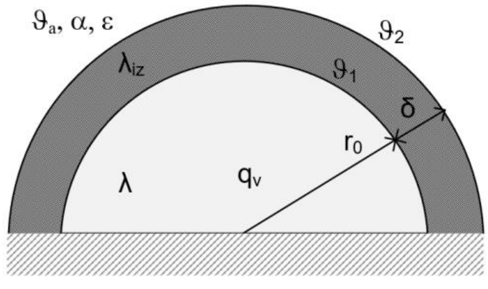
1. Посматрајмо бојлер запремине 50l који се налази у просторији у којој је температура ваздуха ϑ_a=20°C. Регулатор температуре воде у бојлеру је подешен на 90°C. Техничке карактеристике бојлера су: снага грејача P_{gr}=2kW, маса казана m_k=9.5kg, површина казана (унутрашња површина топлотне изолације) S_u=0.8m^2, дебљина топлотне изолације око казана, специфичне топлотне проводности λ=0.1W/(m·K), δ=30mm, спољашња површина бојлера (спољашња површина топлотне изолације) S_s=1m^2. Коефицијент преласка топлоте струјањем са спољашње површи на ваздух износи α_s=5W/(m^{2}K), а коефицијент преласка топлоте струјањем са воде на казан $\alpha_u >> \alpha_s$. Густина воде износи ρ_v=1000kg/m^3, специфични топлотни капацитет воде c_{pv}=4200J/(kgK) и специфични топлотни капацитет материјала казана c_{pk} = 474J/(kgK). Топлотни отпор преносу топлоте кроз топлотну изолацију казана се може израчунати по формула за раван зид површине (S_u+S_s)/2. Топла вода из бојлера троши се за туширање два пута у току дана (једина употреба топле воде у току дана), и то у 7h и у 18h, при чему туширање траје 8min. Познато је да се у току једног туширања потроши 65l воде температуре 45°C (температура хладне воде је 15°C). Колика је могућа уштеда електричне енергије у току циклуса од једног дана (24h), уколико се уместо стандардног "on-off" (хистерезисног) регулатора користи „паметни" регулатор? Сматрати да "on-off" регулатор, по достизању задате температуре (90°C), њену вредност одржава у врло малом опсегу око номиналне. „Паметни" регулатор држи укључен бојлер 5:40h – 7h и од тренутка који треба одредити до 18h, тако да температура у 18h буде једнака 90°C. У току туширања занемарити губитак енергије кроз топлотну изолацију бојлера ка амбијенту. (3 п)

2. Једна коцка познатих димензија, направљена од хомогеног материјала познатих топлотних карактеристика, загрева се равномерно по запремини познатом запреминском густином снаге (q_v). Десна вертикална површ је идеално изолована од околине. Коефицијенти преласка топлоте струјањем са горње површи (α_g), доње површи (α_d) и остале три вертикалне површи (α_z) на околни флуид температуре ϑ_f су познати. Запремина је подељена на 11^3 делова, насталих поделом коцке по свакој од оса на 11 делова (9 идентичних делова и 2 дела уз граничне површи чија је ширина једнака половини осталих 9 делова). Написати једначину по експлицитној методи коначних елемената за део коцке који се налази у елементу на доњој страни коцке (тачка 10, 1, 1) – суседни делови овом делу су: по x оси, (11, 1, 1) и (9, 1, 1), по y оси (10, 2, 1) и по z оси (10, 1, 2). Једначину написати за нестационарни топлотни процес. Тачке које репрезентују делове усвојити тако да буду еквидистантне, при чему се прва и последња (11-та) тачка по свакој од оса налазе на граничним површима. Једначину није потребно сређивати у смислу увођења Fourier-овог и Biot-овог број. (2,5 п)

3. Израчунати вредности температуре уља на средини и на излазу из цеви дужине L=5m и унутрашњег пречника d=5cm, која се загрева подужном снагом P'=500W/m. Цев је идеално топлотно изолована од околине. Температура уља на улазу у цев је ϑ_{ul}=20° C, а његова брзина струјања на уласку у цев v=10cm/s. Густина уља при 20°C износи ρ=980kg/m^3, а температурна зависност специфичног топлотног капацитета гласи c_p(J/kgK)=2200+3.6ϑ, где је ϑ температура у °C. При решавању задатка сматрати да је вредност c_p константна, одређена према средњој температури уља на уласку и изласку из цеви. Одредити и температуру површине цеви на почетку, средини и крају цеви, ако је коефицијент преласка топлоте струјањем са уља на зид цеви једнак α =20W/(m2K). (2,5 п)



4. По запремини полуцилиндричног тела од материјала топлотне проводности λ=75W/(mK) генерише се топлота запреминском густином снаге q_v=100W/dm3. Око полукружне површи грејног тела полупречника r_0=10cm, налази се слој изолације дебљине δ=20mm, топлотне проводности λ_{iz}=2W/(mK) и коефицијента сивоће ε=0.8. Друга, равна површ грејног тела је идеално топлотно изолована, као на слици. Одредити стационарну температуру слоја изолације који је у додиру са грејачем (ϑ_1), стационарну температуру слоја изолације који је у додиру са ваздухом температуре ϑ_a=20°C (ϑ_2), као и максималну температуру у грејачу. Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи изолационог слоја на ваздух је α=6W/(m2K).

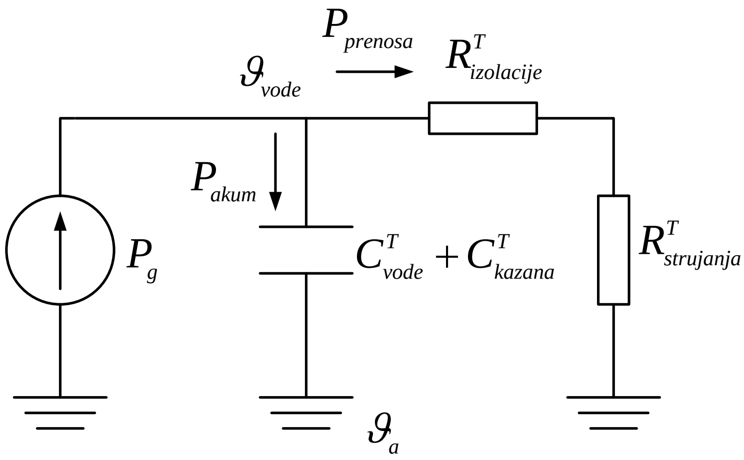


Општа температурне једначине у цилиндричном координатном систему гласи:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda r\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\right)+q_v=\rho c_p\frac{\partial\vartheta}{\partial t}.$$ (3 п)

1. задатак

При моделовању бојлера за потребе посматране анализе извршена су следећа занемарења. Сматра се да је температура воде по запремини бојлера константна, и, услед занемареног отпор преносу топлоте струјањем са воде на унутрашњи зид казана, једнак температури казана. Занемарен је топлотни капацитет изолације, због његове мале вредности. Топлотна шема која приказује загревање воде у бојлеру је приказана на следећој слици.



Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C^T_{kazana} + C^T_{vode} = m_k \cdot c_{pk} + \rho_V \cdot V \cdot c_{pv} = 214.5\text{kJ/kg}$$

Укупан отпор преласку топлоте ка околини износи:

$$R^T = R^T_{izolacije} + R^T_{strujanja} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\delta}{(S_s + S_u)/2} + \frac{1}{\alpha \cdot S_s} = 0.5333\text{K/W}$$

Укупна снага којом грејач генерише топлоту је једнак збиру снаге којом се енергија акумулише у води и казану (што се манифестује повећањем њихових температура) и снаге којом се енергија преноси ка амбијенту.

$$P_g = P_{akum} + P_{prenosa}$$

при чему су горе наведене снаге дате изразима:

$$P_{akum} = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$P_{prenosa} = \frac{\theta}{R^T}$$

Са θ је означен пораст температуре воде и казана у односу на амбијент. Коначно, добијамо диференцијалну једначину:

$$R^T \cdot P_g = R^T \cdot C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta$$

чије решење има следећи облик:

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

где је са θ_0 означен пораст температуре у почетном тренутку (у овом случају је он једнак нули), са $\theta_\infty = P_g \cdot R^T = 1066{,}6\ K$ пораст температуре у стационарном стању (које би се достигло када би загревање трајало неограничено дуго и када не би не би долазило до кључања воде на 100°C, што у стварности није случај), а са $\tau = R^T C^T = 31{,}776\ h$ временска константа загревања воде у бојлеру.

<u>I случај - “on-off” регулатор</u>

Енергија која се троши током првог (у 18h) туширања температуром воде ϑ_{tus}=45°C (температура хладне воде износи 15°C) је једнака

$$E_{tusiranja} = \rho_v\, c_{pv}\, V_V\, (\vartheta_{tus} - \vartheta_v) = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 65 \cdot 10^{-3} m^3 (45 - 15) = 8190 kJ$$

Температура воде у бојлеру након првог туширања у 18h ϑ_x може се одредити из следећег израза:

$$E_{tusiranja} = C^T \left(\vartheta_{vode\ u\ bojleru} - \vartheta_x\right)$$

Како је температура воде у бојлеру на почетку била $\vartheta_{vode\ u\ bojleru}$=90°C, температура воде у бојлеру након завршетка туширања износи

$$\vartheta_x = \vartheta_{18:08} = 51{,}58°\text{C}$$

Опциони приступ

Q_{tus} запремински проток воде којом се особа тушира (65l / 8min), константном температуром воде 45°C

Q_b запремински проток воде из бојлера (непозната величина; она расте током туширања, јер температура воде у бојлеру опада)

Q_{tus} - Q_b запремински проток хладне воде из водоводне мреже

Вредности сва три протока представљају стварне протоке сведене на температуру хладне воде из водоводне мреже (15°C). Примера ради, Q_{tus} представља стварни проток воде којом се особа тушира помножен са односом густина воде ρ_v(45°C) / ρ_v(15°C).

Упрошћење: специфични масени топлотни капацитет воде се не мења са температуром

Једначина мешања воде из бојлера и воде из водоводне мреже:

$$Q_b\,\vartheta_b + (Q_{tus} - Q_b)\,\vartheta_v = Q_{tus}\,\vartheta_{tus} \qquad (1)$$

Једначина енергетског биланса – енергија која је из бојлера одведена истицањем топле воде и утицањем исте количине хладне воде је једнака смањењу унутрашње енергије садржане у топлотним капацитетима воде у бојлеру и казана суда:

$$\rho\, c_p\, Q_b\,(\vartheta_b - \vartheta_v) = -C^T\,\frac{d\vartheta_b}{dt} \qquad (2)$$

Из (1):

$$Q_b = Q_{tus}\,\frac{\vartheta_{tus} - \vartheta_v}{\vartheta_b - \vartheta_v} \qquad (3)$$

Заменом (3) у (2):

$$\rho\, c_p\, Q_{tus}\,\frac{\vartheta_{tus} - \vartheta_v}{\vartheta_b - \vartheta_v}\,(\vartheta_b - \vartheta_v) = -C^T\,\frac{d\vartheta_b}{dt} \qquad (4)$$

$$\rho\, c_p\, Q_{tus}\,(\vartheta_{tus} - \vartheta_v) = -\,C^T\,\frac{d\vartheta_b}{dt} \qquad (5)$$

$$\vartheta_b = \vartheta_b(t=0) - \frac{\rho\, c_p\, Q_{tus}\,(\vartheta_{tus} - \vartheta_v)}{C^T}\,t \qquad (6)$$

У току читавог периода туширања (трајања 8 минута, у коме се потроши укупно V_{tus}=65 lit воде) вода се охлади за

$$\vartheta_b - \vartheta_b(t=0) = \frac{\rho\, c_p\, V_{tus}\,(\vartheta_{tus} - \vartheta_v)}{C^T} \qquad (7)$$

Примењено на случај туширања са почетком у тренутку у коме је температура воде у бојлеру била $\vartheta_{vode\ u\ bojleru}$=90°C, за температуру воде у бојлеру након завршетка туширања се добија

$$\vartheta_b = 90 - \frac{10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot 4200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}\cdot 65\cdot 10^{-3} m^3 (45-15)}{214.5\mathrm{kJ/kg}} = 51{,}58℃ \qquad (8)$$

Након тога, вода у бојлеру се загрева до температуре од 90°C, и за то је потребно време од:

$$t_{zag} = \tau \cdot ln\left(\frac{\theta_\infty - \theta_0}{\theta_\infty - \theta_{90}}\right) = 1{,}202\ h$$

($\theta_0 = 51{,}58 - 20 = 31{,}58$℃, $\theta_{90} = 90 - 20 = 70$℃)

Како је и на почетку туширања у 7h температура воде у бојлеру 90°C, следи да ће време загревања воде бити исто и након овог туширања. Укупна утрошена електрична енергија на загревање воде износи:

$$E_{el}^{zag} = P_g \cdot 2t_{zag} = 4{,}81\ kWh$$

Поред тога потребно је надокнадити и енергију губитака кроз топлотну изолацију бојлера, како би се температура воде одржала на задатој вредности, и та енергија је једнака:

$$E_{el}^{gub} = P_{prenosa} \cdot \left(24 - 2t_{zag} - 2t_{tuš}\right) = \frac{90℃ - 20℃}{R^T} \cdot (24 - 2 \cdot 1{,}202 - 2 \cdot 8/60)h = 2{,}8\ kWh$$

Укупна количина утрошене електричне енергије у току 24 часа износи $E_{el}^{on-off} = E_{el}^{zag} + E_{el}^{gub} = 7{,}61\ kWh$

<u>II случај - "паметни" регулатор</u>

Након првог туширања температура топле воде је иста као и у првом случају и износи $\vartheta_{18:08} = 51{,}58$℃. Након тога, вода почиње да се хлади све до 5:40h и тада има температуру:

$$\vartheta_{5:40} = \vartheta_{amb} + (\vartheta_{18:08} - \vartheta_{amb})e^{-\frac{t1}{\tau}} = 41{,}968℃$$

где t_1 износи 11 h и 32 min.

У 5:40h укључује се грејач бојлера, и остаје укључен наредних сат и 20 минута. У тренутку почетка другог туширања температура воде у бојлеру је:

$$\vartheta_{7h} = \vartheta_{5:40} + \left(\theta_\infty - (\vartheta_{5:40} - \vartheta_{amb})\right)\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}}\right) = 84{,}894℃$$

Температура воде у бојлеру након туширања износи:

$$\vartheta_{7:08} = \vartheta_{7h} - \frac{E_{tusiranja}}{C^T} = 46{,}712℃$$

Сада је потребно одредити тренутак укључења грејача бојлера тако да у 18h температура воде у бојлеру поново буде 90°C. То је могуће урадити решавањем следећег система једначина:

(1) $\vartheta_x = \vartheta_{amb} + (\vartheta_{7:08} - \vartheta_{amb})e^{-\frac{(11-8/60)-t_x}{\tau}}$

(2) $\vartheta_{18h} = 90℃ = \vartheta_x + \left(\theta_\infty - (\vartheta_x - \vartheta_{amb})\right)\left(1 - e^{-\frac{t_x}{\tau}}\right)$

Одавде се добија да је $t_x = 1{,}56h$, односно да ће се грејач бојлера укључити у 16:26h. Укупна утрошена електрична енергија је:

$$E_{el}^{smart} = P_g \cdot (1{,}333 + t_x) = 5{,}79\ kWh$$

Дакле, за један дан смањена је потрошња електричне енергије за $\Delta E = 7{,}61 - 5{,}79 = 1{,}82\ kWh$

<u>2. задатак</u>

Једначина по методи коначних елемената за посматрани елемент поставља се на основу биланса снага за тај елемент:

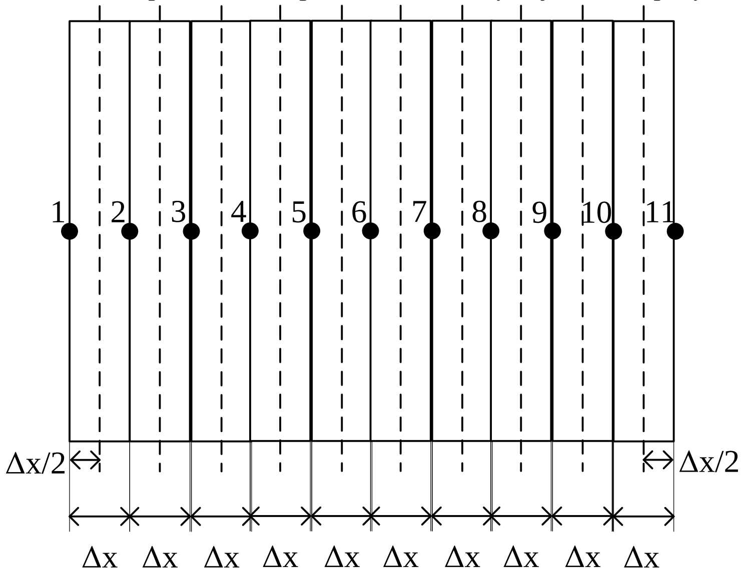
$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa}$$

P_{gen} - снага којом се топлота генерише у посматраном елементу
P_{akum} – снага којом се топлота акумулише у посматраном елементу
$P_{prenosa}$ – снага којом се топлота преноси од посматраног елемента ка околини

Снага којом се топлота преноси од посматраног елемента (i = 10, j = 1, k = 1) ка околини једнака је суми снага којима се топлота преноси ка сваком од суседних елемената коцке (P_{p1}-P_{p4}); између посматраног дела коцке и амбијенталног ваздуха топлота се размењује преко доње и предње површи (P_{sd}- P_{sp}):

$$P_{prenosa} = P_{p1} + P_{p2} + P_{p3} + P_{p4} + P_{sd} + P_{sp}$$

Подела топлопроводне и дефинисања тачака у којима се израчунавају температуре (приказ на поделу по координати x):



Снаге којима се топлотна енергија преноси ка суседном делу са истим y и z координатама:

$$P_{p1} = \frac{\vartheta^{p}_{i,j,k} - \vartheta^{p}_{i-1,j,k}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta x}{\Delta y/_2\,\Delta z/_2}} \text{ и } P_{p2} = \frac{\vartheta^{p}_{i,j,k} - \vartheta^{p}_{i+1,j,k}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta x}{\Delta y/_2\,\Delta z/_2}}$$

Снаге којима се топлотна енергија преноси ка суседном делу са истим x и z координатама:

$$P_{p3} = \frac{\vartheta^{p}_{i,j,k} - \vartheta^{p}_{i,j+1,k}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta y}{\Delta x\,\Delta z/_2}}$$

Снаге којима се топлотна енергија преноси ка суседном делу са истим x и y координатама:

$$P_{p4} = \frac{\vartheta^{p}_{i,j,k} - \vartheta^{p}_{i,j,k+1}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta z}{\Delta x\,\Delta y/_2}}$$

Снаге којима се топлотна енергија преноси ка околном флуиду преко доње стране коцке:

$$P_{sd} = \alpha_d \Delta x\, {}^{\Delta y}/_{2} \left(\vartheta^{p}_{i,j,k} - \vartheta_f\right)$$

Снаге којима се топлотна енергија преноси ка околном флуиду преко предње стране коцке:

$$P_{sp} = \alpha_z \Delta x\, {}^{\Delta z}/_{2} \left(\vartheta^{p}_{i,j,k} - \vartheta_f\right)$$

Снаге којима се топлота генерише (по услову задатка постоји неко q_v) и акумулише у посматраном елементу износе:

$$P_{gen} = q_V \cdot V_{i,j,k} = q_V \cdot \Delta x \cdot {}^{\Delta y}/_{2} \cdot {}^{\Delta z}/_{2}$$

$$P_{akum} = C^{T}_{i,j,k} \cdot \frac{\partial \vartheta_{m,n}}{\partial t} \approx C^{T}_{i,j,k} \cdot \frac{\vartheta^{p+1}_{i,j,k} - \vartheta^{p}_{i,j,k}}{\Delta t} = \Delta x \cdot {}^{\Delta y}/_{2} \cdot {}^{\Delta z}/_{2} \cdot \rho \cdot c_p \cdot \frac{\vartheta^{p+1}_{i,j,k} - \vartheta^{p}_{i,j,k}}{\Delta t}$$

<u>3. задатак</u>

Целокупна топлотна енергија генерисана у цеви се преноси ка уљу и изазива пораст његове температуре дуж правца струјања x:

$$P'x = \rho c_p Q(\vartheta(x) - \vartheta_{ul})$$

$$Q = vS = v\pi\frac{d^2}{4} = 0.1 \cdot \pi \cdot \frac{0.05^2}{4} = 0.00019635\, {}^{m^3}/_{s}$$

$$\frac{P'L}{\rho Q} = (2200 + 3.6\frac{\vartheta(x) + \vartheta_{ul}}{2})(\vartheta(x) - \vartheta_{ul})$$

$$\frac{P'L}{\rho Q} = 2200(\vartheta(x) - \vartheta_{ul}) + 1.8\big(\vartheta(x)^2 - {\vartheta_{ul}}^2\big)$$

$$\vartheta(x)^2 + \frac{2200}{1.8}\vartheta(x) - {\vartheta_{ul}}^2 - \frac{2200}{1.8}\vartheta_{ul} - \frac{P'L}{1.8\rho Q} = 0$$

За случај када одређујемо температуру на средини, важи: $\vartheta_{ul} = 20°\text{C}, \vartheta_{sr} = \vartheta(x = L/2)$. Решавањем квадратне једначине добија се да је температура уља на средини цеви 22,85°C.

За случај када одређујемо температуру на излазу из цеви, важи: $\vartheta_{ul} = 22{,}85°\text{C}, \vartheta_{izl} = \vartheta(L)$. Решавањем квадратне једначине добија се да је температура уља на средини цеви 25,69°C.

За део цеви елементарне дужине dx на одстојању x од почетка, може се написати следећи израз ($\vartheta^{ulja}(x)=\vartheta(x)$):

$$P' dx = \alpha \cdot d \cdot \pi \cdot dx \cdot \left(\vartheta^{cevi}(x) - \vartheta^{ulja}(x)\right)$$

Одавде добијамо израз за температуру цеви:

$$\vartheta^{cevi}(x) = \vartheta^{ulja}(x) + \frac{P'}{\alpha \cdot d \cdot \pi}$$

Заменом бројних вредности добијају се следеће вредности:
$\vartheta_{ul}^{cevi} = \vartheta(x = 0) = 179{,}15°\text{C}$, $\vartheta_{sr}^{cevi} = \vartheta(x = L/2) = 182°\text{C}$ и $\vartheta_{iz}^{cevi} = \vartheta(x = L) == 184{,}14°\text{C}$.

<u>4. задатак</u>

Подужна снага генерисања топлоте у грејачу износи

$$P'_{gen} = q_v \frac{1}{2} r_0^2 \pi = 100000 \cdot 0.5 \cdot 0.1^2 \pi = 1570.8\, {}^{W}/_{m}$$

Подужна топлотна отпорност изолације грејача износи

$$R'_{iz} = 2 \frac{1}{2\pi\lambda_{iz}} \ln \frac{r_0 + \delta}{r_0} = 0.029\, {}^{mK}/_{W}$$

У устаљеном стању, сва топлота генерисана у грејачу преноси се кроз изолацију до њене површине и одатле се струјањем и зрачењем предаје амбијенту. На основу овога можемо написати следећу једначину:

$$P'_{gen} = \alpha(r_0 + \delta)\pi(\vartheta_2 - \vartheta_a) + \varepsilon\sigma_c(r_0 + \delta)\pi((\vartheta_2 + 273.15)^4 - (\vartheta_a + 273.15)^4)$$

Из ове једначине добијамо вредност температуре граничне површи изолације која је у додиру са ваздухом $\vartheta_2 = 241.2°\text{C}$.

Температура граничне површи изолације која је у додиру са грејачем може се одредити из следећег израза:

$$P'_{gen} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{R'_{iz}}$$

и износи $\vartheta_1 = 286.74°\text{C}$.

Расподела температуре у области грејача добија се решавањем опште температурне једначине за област грејача:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(\lambda r \frac{d\vartheta}{dr}\right) + q_v = 0$$

Због симетрије проблема, важи $\vartheta = f(r) = const(\varphi, z)$. Опште решење ове диференцијалне једначине добија се двоструком интеграцијом:

$$\frac{d}{dr}\left(r \frac{d\vartheta}{dr}\right) = -\frac{q_v\, r}{\lambda}$$

$$\left(r \frac{d\vartheta}{dr}\right) = -\frac{q_v}{2\lambda} r^2 + C_1$$

$$\vartheta(r) = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + C_1 \ln(r) + C_2$$

Интеграционе константе се могу одредити из граничних услова за граничну површ између грејача и изолације:

$$\vartheta(r_{0-}) = \vartheta_1$$

$$-\lambda \cdot \frac{d\vartheta}{dr}(r_{0-}) \cdot r_0\pi = P'_{gen}$$

односно

$$-\frac{q_v}{4\lambda}{r_0}^2 + C_1 \ln(r_0) + C_2 = \vartheta_1$$

$$-\lambda \cdot \left(-\frac{q_v}{2\lambda}r_0 + \frac{C_1}{r_0}\right) \cdot r_0\pi = P'_{gen}$$

Решавањем овог система једначина добијају се вредности $C_1 = -1{,}55869 \cdot 10^{-5} \approx 0$ и $C_2 = 290{,}0733$. Сада се може написати и тачан израза за промену температуре:

$$\vartheta(r) = -\frac{q_v}{4\lambda}r^2 + 290{,}0733$$

Вредност максималне температуре у области грејача може се одредити диференцирањем израза за промену температуре и његовим изједначавањем са нулом:

$$\frac{d\vartheta}{dr} = 0 \Rightarrow -\frac{q_v}{2\lambda}r + 290{,}0733 = 0$$

Очигледно, највећа температура је за $r = 0$ и она износи 290,1℃.

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

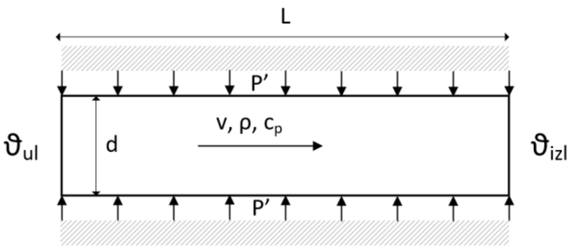
Први колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 150 минута
Укупан број поена износи 11 15. 12. 2019.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

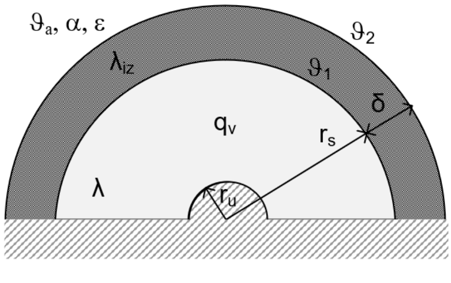
1. Посматрајмо бојлер запремине 50l који се налази у просторији у којој је температура ваздуха ϑ_a=20°C. Регулатор температуре воде у бојлеру је подешен на 90°C. Техничке карактеристике бојлера су: снага грејача P_{gr}=2kW, маса казана m_k=9.5kg, површина казана (унутрашња површина топлотне изолације) S_u=0.8m^2, дебљина топлотне изолације око казана, специфичне топлотне проводности λ=0.1W/(m·K), δ=30mm, спољашња површина бојлера (спољашња површина топлотне изолације) S_s=1m^2. Коефицијент преласка топлоте струјањем са спољашње површи на ваздух износи α_s=5W/(m^{2}K), а коефицијент преласка топлоте струјањем са воде на казан α_u>>α_s. Густина воде износи ρ_v=1000kg/m^3, специфични топлотни капацитет воде c_{pv}=4200J/(kgK) и специфични топлотни капацитет материјала казана c_{pk} = 474J/(kgK). Топлотни отпор преносу топлоте кроз топлотну изолацију казана се може израчунати по формула за раван зид површине (S_u+S_s)/2. Топла вода из бојлера троши се за туширање два пута у току дана (једина употреба топле воде у току дана), и то у 7h и у 18h, при чему туширање траје 8min. Познато је да се у току једног туширања потроши 65l воде температуре 45°C (температура хладне воде је 15°C). „Паметни" регулатор држи укључен бојлер 5:40h-7h и од тренутка који треба одредити до 18h, тако да температура у 18h буде једнака 90°C. Колика је могућа уштеда електричне енергије у току 48 сати, рачунато од поднева, када је температура воде у бојлеру 20°C, уколико се уместо стандардног "on-off" (хистерезисног) регулатора користи „паметни" регулатор? Сматрати да "on-off" регулатор, по достизању задате температуре (90°C), њену вредност одржава у врло малом опсегу око номиналне. У току туширања занемарити губитак енергије кроз топлотну изолацију бојлера ка амбијенту. (3 п)

2. Једна коцка познатих димензија, направљена од хомогеног материјала познатих топлотних карактеристика, загрева се равномерно по запремини познатом запреминском густином снаге (q_v). Десна вертикална површ је идеално изолована од околине. Коефицијенти преласка топлоте струјањем са горње површи (α_g), доње површи (α_d) и остале три вертикалне површи (α_z) на околни флуид температуре ϑ_f су познати. Запремина је подељена на 11^3 делова, насталих поделом коцке по свакој од оса на 11 делова (9 идентичних делова и 2 дела уз граничне површи чија је ширина једнака половини осталих 9 делова). Написати једначину по експлицитној методи коначних елемената за део коцке који се налази у елементу на доњој страни коцке (тачка 10, 2, 1) – суседни делови овом делу су: по x оси, (11, 2, 1) и (9, 2, 1), по y оси (10, 1, 1) и (10, 3, 1) и по z оси (10, 2, 2). Једначину написати за нестационарни топлотни процес. Тачке које репрезентују делове усвојити тако да буду еквидистантне, при чему се прва и последња (11-та) тачка по свакој од оса налазе на граничним површима. Једначину није потребно сређивати у смислу увођења Fourier-овог и Biot-овог број. (2,5 п)

3. Кроз цев која дужине L=5m и унутрашњег пречника d=5cm, протиче уље брзином v=10cm/s. Температура уља на уласку у цев износи ϑ_{ul}=20° C. Уље се загрева помоћу грејача, који је са друге стране идеално топлотно изолован, подужном снагом P'=500W/m. Густина уља при 20°C износи ρ=980kg/m^3, а температурна зависност специфичног топлотног капацитета гласи c_p(J/kgK)=2200+3.6ϑ, где је ϑ температура у °C. При решавању задатка сматрати да је вредност c_p константна, одређена према средњој температури уља на уласку и изласку из цеви. Нацртати промену температуре површине цеви дуж правца струјања уља, ако је коефицијент преласка топлоте струјањем са уља на зид цеви једнак α =20W/(m2K). (2,5 п)



4. По запремини тела од материјала топлотне проводности λ генерише се топлота запреминском густином q_v. Око спољашње полукружне површи грејног тела полупрешника r_s, налази се слој изолације дебљине δ, топлотне проводности λ_{iz} и коефицијента сивоће ε. Унутрашња површ грејног тела је идеално топлотно изолована, као на слици (полупречник полупрстена износи r_u). Температура ваздуха износи ϑ_a. Поставити систем једначина чијим се решавањем може одредити максимална вредност q_v при којој највиша температура унутар грејача не прелази ϑ_{max}. Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи изолационог слоја на ваздух је α.

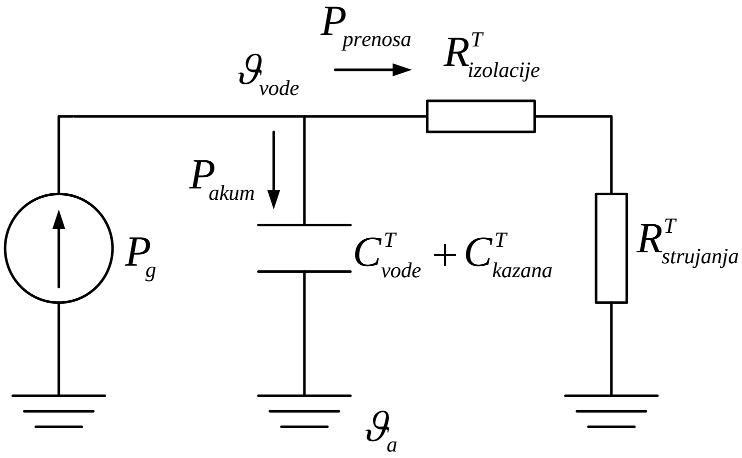


Општа температурне једначине у цилиндричном систему гласи:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda r\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\right)+q_v=\rho c_p\frac{\partial\vartheta}{\partial t}.$$ (3 п)

1. задатак

При моделовању бојлера за потребе посматране анализе извршена су следећа занемарења. Сматра се да је температура воде по запремини бојлера константна, и, услед занемареног отпор преносу топлоте струјањем са воде на унутрашњи зид казана, једнак температури казана. Занемарен је топлотни капацитет изолације, због његове мале вредности. Топлотна шема која приказује загревање воде у бојлеру је приказана на следећој слици.



Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C^T_{kazana} + C^T_{vode} = m_k \cdot c_{pk} + \rho_V \cdot V \cdot c_{pv} = 214.5\text{kJ/kg}$$

Укупан отпор преласку топлоте ка околини износи:

$$R^T = R^T_{izolacije} + R^T_{strujanja} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\delta}{(S_s + S_u)/2} + \frac{1}{\alpha \cdot S_s} = 0.5333\text{K/W}$$

Укупна снага којом грејач генерише топлоту је једнак збиру снаге којом се енергија акумулише у води и казану (што се манифестује повећањем њихових температура) и снаге којом се енергија преноси ка амбијенту.

$$P_g = P_{akum} + P_{prenosa}$$

при чему су горе наведене снаге дате изразима:

$$P_{akum} = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$P_{prenosa} = \frac{\theta}{R^T}$$

Са θ је означен пораст температуре воде и казана у односу на амбијент. Коначно, добијамо диференцијалну једначину:

$$R^T \cdot P_g = R^T \cdot C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta$$

чије решење има следећи облик:

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

где је са θ_0 означен пораст температуре у почетном тренутку, са $\theta_\infty = P_g \cdot R^T = 1066{,}6\ K$ пораст температуре у стационарном стању (које би се достигло када би загревање трајало неограничено дуго и када не би не би долазило до кључања воде на 100°C, што у стварности није случај), а са $\tau = R^T C^T = 31{,}776\ h$ временска константа загревања воде у бојлеру.

<u>I случај - "on-off" регулатор</u>

Грејач бојлера укључује се у 12h и остаје укључен све док температура воде не достигне вредност од 90°C. То ће се десити након времена од:

$$t_{zag}^{20-90} = \tau \cdot ln\left(\frac{\theta_\infty - \theta_0}{\theta_\infty - \theta_{90}}\right) = 2{,}156\ h$$

(θ_0=20-20=0°C, θ_{90}=90-20=70°C).

Након тога бојлер само одржава температуру воде на вредности од 90°C (покрива губитке кроз изолацију) и након сваког туширања поново загрева воду до ове температуре.

Енергија која се троши током првог туширања у 18h температуром воде ϑ_{tus}=45°C (температура хладне воде износи 15°C) је једнака

$$E_{tusiranja} = \rho_v\, c_{pv}\, V_V\, (\vartheta_{tus} - \vartheta_v) = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 65 \cdot 10^{-3} m^3 (45 - 15) = 8190 kJ$$

Температура воде у бојлеру након првог туширања у 18h ϑ_x може се одредити из следећег израза:

$$E_{tusiranja} = C^T\left(\vartheta_{vode\,u\,bojleru} - \vartheta_x\right)$$

Како је температура воде у бојлеру на почетку била $\vartheta_{vode\ u\ bojleru}$=90°C, температура воде у бојлеру након завршетка туширања износи

$$\vartheta_x = \vartheta_{18:08} = 51{,}58℃$$

Након тога, вода у бојлеру се загрева до температуре од 90°C, и за то је потребно време од:

$$t_{zag}^{tuš} = \tau \cdot ln\left(\frac{\theta_\infty - \theta_0}{\theta_\infty - 70^0C}\right) = 1{,}202\ h$$

(θ_0=51,58-20=31,58°C)

Како је и на почетку сваког следећег туширања (у 7h, у 18h и у 7h) температура воде у бојлеру је 90°C, следи да ће време загревања воде бити исто као и након овог туширања. Укупна утрошена електрична енергија на загревање воде износи:

$$E_{el}^{zag} = P_g \cdot \left(t_{zag}^{20-90} + 4t_{zag}^{tuš}\right) = 13{,}928\ kWh$$

Поред тога потребно је надокнадити и енергију губитака кроз топлотну изолацију бојлера, како би се температура воде одржала на задатој вредности, и та енергија је једнака:

$$E_{el}^{gub} = P_{prenosa} \cdot \left(48 - t_{zag}^{20-90} - 4t_{zag}^{tuš} - 4 \cdot \frac{8}{60}\right) = \frac{90℃ - 20℃}{R^T} \cdot \left(48 - 2{,}156 - 4 \cdot 1{,}202 - 4 \cdot \frac{8}{60}\right) h = 5{,}316\ kWh$$

Укупна количина утрошене електричне енергије у току 24 часа износи $E_{el}^{on-off} = E_{el}^{zag} + E_{el}^{gub} = 19{,}244\ kWh$

<u>II случај - “паметни” регулатор</u>

Прво се одреди тренутак у коме треба укључити грејач бојлера тако да температура воде за прво туширање у 18h буде 90°C. Пошто је вода у бојлеру у 12h на температури ваздуха у просторији (20°C), температура воде у бојлеру се неће мењати све до тренутка када укључимо грејач тј. време потребно за загревање воде до 90°C биће једнако као и у случају са “on-off” регулатором $t_{zag,1}^{18h} = 2{,}156h$, односно грејач се укључује у 15:50h.

Након првог туширања температура топле воде је иста као и у првом случају и износи $\vartheta_{18:08} = 51{,}58℃$. Након тога, вода почиње да се хлади све до 5:40h и тада има температуру:

$$\vartheta_{5:40} = \vartheta_{amb} + (\vartheta_{18:08} - \vartheta_{amb})e^{-\frac{t1}{\tau}} = 41{,}968℃$$

где t_1 износи 11 h и 32 min.

У 5:40h укључује се грејач бојлера, и остаје укључен наредних сат и 20 минута. У тренутку почетка другог туширања температура воде у бојлеру је:

$$\vartheta_{7h} = \vartheta_{5:40} + \left(\theta_\infty - (\vartheta_{5:40} - \vartheta_{amb})\right)\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}}\right) = 84{,}894℃$$

Температура воде у бојлеру након туширања износи:

$$\vartheta_{7:08} = \vartheta_{7h} - \frac{P_{tusiranja}}{C^T} = 46{,}712℃$$

Сада је потребно одредити тренутак укључења грејача бојлера тако да у 18h (за друго туширање) температура воде у бојлеру поново буде 90°C. То је могуће урадити решавањем следећег система једначина:

(1) $\vartheta_x = \vartheta_{amb} + (\vartheta_{7:08} - \vartheta_{amb})e^{-\frac{(11-8/60)-t_x}{\tau}}$

(2) $\vartheta_{18h} = 90℃ = \vartheta_x + \left(\theta_\infty - (\vartheta_x - \vartheta_{amb})\right)\left(1 - e^{-\frac{t_x}{\tau}}\right)$

Одавде се добија да је $t_x = t_{zag,2}^{18h} = 1{,}56h$, односно да ће се грејач бојлера укључити у 16:26h. Након тога, у посматраном периоду од 48h, бојлер ће се укључити још једном у периоду од 6h до 7h.

Укупна утрошена електрична енергија је:

$$E_{el}^{smart} = P_g \cdot \left(t_{zag,1}^{18h} + t_{zag,2}^{18h} + 2{,}666\right) = 12{,}764\ kWh$$

Дакле, тражена уштеда електричне енергије у току 48 сати која се остварује применом „паметног“ регулатора износи $\Delta E = 19{,}244 - 12{,}764 = 6{,}48\ kWh$

2. задатак

Једначина по методи коначних елемената за посматрани елемент поставља се на основу биланса снага за тај елемент:

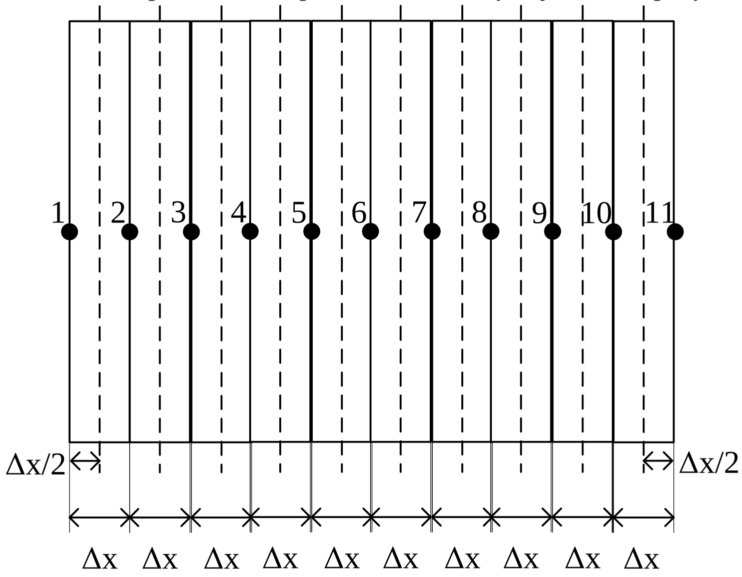
$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa}$$

P_{gen} - снага којом се топлота генерише у посматраном елементу
P_{akum} – снага којом се топлота акумулише у посматраном елементу
$P_{prenosa}$ – снага којом се топлота преноси од посматраног елемента ка околини

Снага којом се топлота преноси од посматраног елемента (i = 10, j = 2, k = 1) ка околини једнака је суми снага којима се топлота преноси ка сваком од суседних елемената коцке (P_{p1}-P_{p5}); између посматраног дела коцке и амбијенталног ваздуха топлота се размењује само доње површи (P_{sd}):

$$P_{prenosa} = P_{p1} + P_{p2} + P_{p3} + P_{p4} + P_{p5} + P_{sd}$$

Подела топлопроводне и дефинисања тачака у којима се израчунавају температуре (приказ на поделу по координати x):



Снаге којима се топлотна енергија преноси ка суседном делу са истим y и z координатама:

$$P_{p1} = \frac{\vartheta_{i,j,k}^{p} - \vartheta_{i-1,j,k}^{p}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta x}{\Delta y^{\Delta z}/_2}} \text{ и } P_{p2} = \frac{\vartheta_{i,j,k}^{p} - \vartheta_{i+1,j,k}^{p}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta x}{\Delta y^{\Delta z}/_2}}$$

Снаге којима се топлотна енергија преноси ка суседном делу са истим x и z координатама:

$$P_{p3} = \frac{\vartheta_{i,j,k}^{p} - \vartheta_{i,j-1,k}^{p}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta y}{\Delta x^{\Delta z}/_2}} \text{ и } P_{p4} = \frac{\vartheta_{i,j,k}^{p} - \vartheta_{i,j+1,k}^{p}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta y}{\Delta x^{\Delta z}/_2}}$$

Снаге којима се топлотна енергија преноси ка суседном делу са истим x и y координатама:

$$P_{p5} = \frac{\vartheta_{i,j,k}^{p} - \vartheta_{i,j,k+1}^{p}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta z}{\Delta x \Delta y}}$$

Снага којима се топлотна енергија преноси ка околном флуиду преко доње стране коцке:

$$P_{sd} = \alpha_d \Delta x \Delta y \left(\vartheta_{i,j,k}^{p} - \vartheta_f\right)$$

Снаге којима се топлота генерише (по услову задатка постоји неко q_v) и акумулише у посматраном елементу износе:

$$P_{gen} = q_V \cdot V_{i,j,k} = q_V \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot {}^{\Delta z}/_2$$

$$P_{akum} = C_{i,j,k}^{T} \cdot \frac{\partial \vartheta_{m,n}}{\partial t} \approx C_{i,j,k}^{T} \cdot \frac{\vartheta_{i,j,k}^{p+1} - \vartheta_{i,j,k}^{p}}{\Delta t} = \Delta x \cdot \Delta y \cdot {}^{\Delta z}/_2 \cdot \rho \cdot c_p \cdot \frac{\vartheta_{i,j,k}^{p+1} - \vartheta_{i,j,k}^{p}}{\Delta t}$$

3. задатак

Прво је потребно одредити температуру уља на излазу из цеви. Целокупна топлотна енергија генерисана у цеви се преноси ка уљу и изазива пораст његове температуре дуж правца струјања (у смеру осе x), па важи:

$$P'L = \rho c_p Q(\vartheta_{izl} - \vartheta_{ul})$$

$$Q = vS = v\pi\frac{d^2}{4} = 0.1 \cdot \pi \cdot \frac{0.05^2}{4} = 0.00019635\, {}^{m^3}/_{s}$$

$$\frac{P'L}{\rho Q} = (2200 + 3.6\frac{\vartheta_{izl} + \vartheta_{ul}}{2})(\vartheta_{izl} - \vartheta_{ul})$$

$$\frac{P'L}{\rho Q} = 2200(\vartheta_{izl} - \vartheta_{ul}) + 1.8\left({\vartheta_{izl}}^2 - {\vartheta_{ul}}^2\right)$$

$$\vartheta_{izl}^2 + \frac{2200}{1.8}\vartheta_{izl} - {\vartheta_{ul}}^2 - \frac{2200}{1.8}\vartheta_{ul} - \frac{P'L}{1.8\rho Q} = 0$$

Решавањем квадратне једначине добија се да је температура уља на изласку из цеви једнака $\vartheta_{izl} = 25{,}69℃$.
По услову задатака, можемо апроксимирати вредност c_p као:

$$c_p = 2200 + 3.6\frac{\vartheta_{izl} + \vartheta_{ul}}{2} = 2282{,}242\ \mathrm{J}/kgK$$

Одредимо сада промену температуре уља дуж цеви. Посматрајмо део цеви од почетка до неке координате x. Овај део важи:

$$P'x = \rho c_p Q(\vartheta(x) - \vartheta_{ul})$$

$$\vartheta(x) = \vartheta_{ul} + \frac{P'}{\rho c_p Q} \cdot x$$

Сада је потребно одредити везу између температуре уља и температуре цеви. За део цеви елементарне дужине dx на одстојању x од почетка, може се написати следећи израз ($\vartheta^{ulja}(x)=\vartheta(x)$):

$$P'dx = \alpha \cdot d \cdot \pi \cdot dx \cdot \left(\vartheta^{cevi}(x) - \vartheta^{ulja}(x)\right)$$

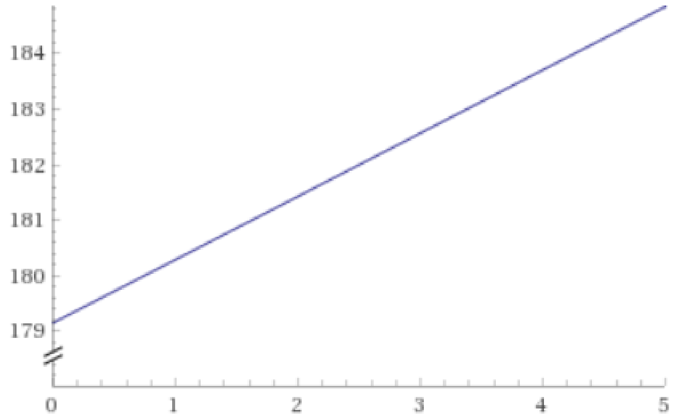
Одавде добијамо израз за температуру цеви:

$$\vartheta^{cevi}(x) = \vartheta^{ulja}(x) + \frac{P'}{\alpha \cdot d \cdot \pi}$$

Коначно добијамо израз за промену температуре цеви са координатом x:

$$\vartheta^{cevi}(x) = \vartheta_{ul} + \frac{P'}{\alpha \cdot d \cdot \pi} + \frac{P'}{\rho c_p Q} \cdot x = 179{,}15 + 1{,}1385 \cdot x$$

На слици испод приказана је зависност температуре цеви од координате x.



<u>4. задатак</u>

Прво је потребно написати и решити опште температурне једначине за оба материјала (грејач и изолатор). Због симетрије проблема, важи $\vartheta = f(r) = const(\varphi, z)$.

<u>За грејач</u>:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(\lambda r\frac{d\vartheta}{dr}\right) + q_v = 0$$

Опште решење ове диференцијалне једначине добија се двоструком интеграцијом:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right) = -\frac{q_v\, r}{\lambda}$$

$$\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right) = -\frac{q_v}{2\lambda}r^2 + C_1$$

$$\vartheta(r) = -\frac{q_v}{4\lambda}r^2 + C_1\ln(r) + C_2$$

<u>За изолатор</u>:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(\lambda r\frac{d\vartheta}{dr}\right) = 0$$

Опште решење и ове диференцијалне једначине добија се двоструком интеграцијом:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right) = 0$$

$$\left(r\frac{d\vartheta}{dr}\right) = C_3$$

$$\vartheta(r) = C_3\ln(r) + C_4$$

Дакле, температура се са координатом r мења по следећем закону:

$$\vartheta(r) = \begin{cases} -\frac{q_v}{4\lambda}r^2 + C_1\ln(r) + C_2, & \text{за } r_u \le r \le r_s \\ C_3\ln(r) + C_4, & \text{за } r_s < r \le r_s + \delta \end{cases}$$

Интеграционе константе се могу одредити из граничних услова:

$$-\lambda\cdot\frac{d\vartheta}{dr}(r_{u-}) = 0$$

$$\vartheta(r_{s-}) = \vartheta(r_{s+})$$

$$-\lambda\cdot\frac{d\vartheta}{dr}(r_{s-}) = -\lambda_{iz}\cdot\frac{d\vartheta}{dr}(r_{s+})$$

$$\left(-\lambda\cdot\frac{d\vartheta}{dr}(r_s+\delta)\right)\cdot(r_s+\delta)\pi = \alpha(r_s+\delta)\pi(\vartheta(r_s+\delta)-\vartheta_a) + \varepsilon\sigma_c(r_s+\delta)\pi((\vartheta(r_s+\delta)+273.15)^4 - (\vartheta_a+273.15)^4)$$

Имајући у виду да постоје 4 непознате (све четири интеграционе константе и запреминска густина снаге загревања q_v), за њихово одређивање поред ове четири једначине потребна нам је још једна. Ту једначину ћемо добити на следећи начин. Из $\frac{d\vartheta(r)}{dr} = 0$, при чему се користи израз за промену температуре у интервалу $r_u \le r \le r_s$, одреди се место (r_{max}) на коме је температура највећа. Имајући у виду да је унутрашња површ изолована, односно да целокупна генерисана топлота мора да се преноси ка спољашњости, лако се закључује, без тражења извода, да се максимална температура има за $r_{max} = r_u$. Пета једначина гласи (подсетимо, вредност максималне температуре ϑ_{max} је задата):

$$\vartheta_{max} = -\frac{q_v}{4\lambda}{r_u}^2 + C_1\ln(r_u) + C_2$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Други колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 150 минута
Укупан број поена износи 11 24. 12. 2019.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Одредити дозвољену једносекундну једносмерну струју кратког споја (I_{1sdoz}) проводника од бакра површине попречног пресека 95 mm^2 ако је максимална дозвољена температура изолације 180 °C, а кратак спој настаје при номиналном оптерећењу (температура 100°C). Познате су карактеристике бакра: c_{Cu}=385J/(kg ^{0}C), ρ_{Cu}=8933kg/m^3, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu}$ =56×10^6 S / m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Cu20} =4.29×10^{-3}°C^{-1}. Температура амбијента је 20°C. При прорачуну сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски. При прорачуну снаге генерисања топлоте узети у обзир температурну промену електричне проводности; може се сматрати да струја кратког споја има константну вредност. (1 поен) Која величина у изразу за I_{1sdoz} зависи од класе изолације? (0.5 поена) Коју вредност у изразу за I_{1sdoz} треба променити да би се добила дозвољена вредност струје за случај да се квар десио при укључењу проводника на температури амбијента (20°C)? (0.5 п.) Колико би износила дозвољена струја (I_{doz}) ако би заштита реаговала за 0.5s? (0.5 п.)

2. У огледу загревања трофазног трансформатора у кратком споју се користи метода за праћење промене средње температуре намотаја током загревања. За мерење напона се користи LC филтер, који је потребно подесити тако да се филтром врши слабљење компоненте напона учестаности 50 Hz на 0.1%. Вредност капацитета филтра износи C_F = 6.4 μF. Одредити индуктивност пригушнице филтра ако се зна да је реактанса пригушнице на 50 Hz једнака 70% њене отпорности. Унутрашњи отпор волтметра износи R_V = 10 MΩ. (2.5 п)

3. За један енергетски уљни трансформатор су познате следеће позиције (L) (у односу на дно суда) и висине (h) намотаја и хладњака: дно намотаја L_{dn1} (<) L_{dn2}, дно хладњака L_{dh} (L_{dh} > L_{dn2}), висина намотаја h_{n1} (<) h_{n2}, дужина (висина) хладњака h_h (>h_{n2}). Посматрају се два огледа загревања у кратком споју, у ONAF и ODAF режимима хлађења, при којима је проток уља кроз сваки од намотаја (Q_{n1}, Q_{n2}) и кроз хладњак (Q_h) у ODAF режиму 4 пута већи него у ONAF режиму. Познати су подаци из огледа загревања у ONAF режиму: порасти температура уља по висини сваког од намотаја и хладњака $\Delta\theta_{n1}$ = 24K, $\Delta\theta_{n2}$ = 21K и $\Delta\theta_h$ = 22K, пораст температуре доњег уља у односу на амбијент θ_{du} = 30K и порасти средњих температура намотаја у односу на средње температуре уља у намотају g_{n1} = 19K, g_{n2} = 20.5K, при чему је пад температуре услед провођења топлоте g_{np1} = 3K, g_{np2} = 6K. Може се сматрати да су порасти температура уља по висини сваког од намотаја и хладњака сразмерни са губицима у намотајима и обрнуто сразмерни са протоком кроз њих. Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи изолације на уље је сразмеран брзини струјања уља на степен 0.46. Фактори најтоплије тачке намотаја, дефинисани према температури уља у намотају, износе: у ONAF режиму H_{n1ON} = 1.2 и H_{n2ON} = 1.15, а у ODAF режиму H_{n1OD} = 1.18 и H_{n2OD} = 1.1. Одредити однос снаге губитака у ODAF режиму према снази губитака у ONAF режиму при којој ће вредност температуре најтоплије тачке у топлијем намотају бити иста у ODAF и ONAF режимима. Снага хлађења је сразмерна разлици средње температуре уља у хладњаку и температуре амбијента. (3 п.)

4. За један трансформатор са ODAF хлађењем одабран је компактан хладњак чија је номинална снага 30% већа од снаге укупних губитака у трансформатору. Сматра се да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun}=102°C и ϑ_{hun}=95,9°C, температуре хладног и топлог ваздуха: ϑ_{hvn}=40°C и ϑ_{tvn}=64,55°C, номинална снага P_{hn}=210kW, проток уља Q_u=68m^3/h и проток ваздуха Q_v=28,29m^3/s. Колико ће износити температуре: уља на уласку у хладњак, уља на изласку из хладњака и загрејаног ваздуха, на крају првог дела огледа загревања новог трансформатора при номиналној снази губитака и температури амбијента од 40°C. Усвојити следеће апроксимације: протоци уља и ваздуха једнаки као за номиналне услове, параметри уља и ваздуха су исти као за номиналне услове. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру. (3 п.)

1. Задатак

Пошто се термички процес по настанку кратког споја сматра адијабатским, занемарује се снага којом се топлота размењује са околином у току кратког споја и сматра да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности, тј. стварно загревање проводника у току кратког споја је мало мање од тако израчунатог.
Снага којом се топлотна енергија акумулира у бакру једнака је снази којом се топлота генерише услед Џулових губитака.

$$P_{gen} = P_{akum} \tag{1.1}$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом

$$P_{gen} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}}(1+\alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu}-20))\frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{Cu}} \tag{1.2}$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом

$$P_{akum} = C_{Cu}^T\frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} \tag{1.3}$$

Подужни топлотни капацитет проводника је једнак

$$C_{Cu}^T = \rho_{Cu}S_{Cu}c_{pCu} = 326.724\frac{J}{mK} \tag{1.4}$$

Из претходник израза се добија диференцијална једначина која описује промену температуре бакарног проводника. То је уједно и температура најтоплијих тачака изолације (унутрашња површ изолације, уз сам проводник). Решавањем диференцијалне једначине добија се израз за максималну дозвољену једносекундну струју кратког споја (израз 1.9).

$$C_{Cu}^T\frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}}(1+\alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu}-20^0\text{C}))\frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{Cu}} \tag{1.5}$$

$$\frac{d\vartheta_{Cu}}{(1+\alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu}-20^0\text{C}))} = \frac{1}{C_{Cu}^T\sigma_{Cu20}S_{Cu}}I_{1s\,doz}^2dt \tag{1.6}$$

$$\int_{\vartheta_{Cu}=100^0\text{C}}^{\vartheta_{max}=180^0\text{C}}\frac{d\vartheta_{Cu}}{(1+\alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu}-20))} = \int_{t=0}^{t_{ks}=1s}\frac{1}{C_{Cu}^T\sigma_{Cu20}S_{Cu}}I_{1s\,doz}^2dt = \frac{1}{C_{Cu}^T\sigma_{Cu20}S_{Cu}}I_{1s\,doz}^2t_{ks} \tag{1.7}$$

$$\frac{1}{\alpha_{Cu20}}\ln\frac{1+\alpha_{Cu20}(\vartheta_{max}-20^0\text{C})}{1+\alpha_{Cu20}(100^0\text{C}-20^0\text{C})} = \frac{1}{C_{Cu}^T\sigma_{Cu20}S_{Cu}}I_{1s\,max}^2t_{ks} \tag{1.8}$$

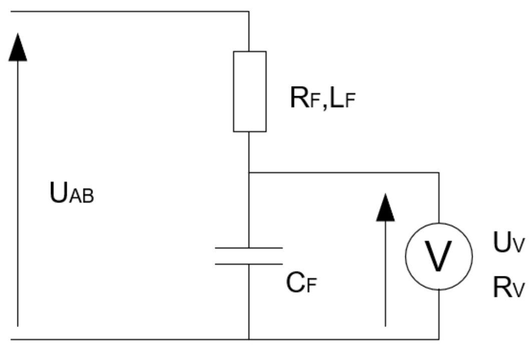
$$I_{1s\,doz} = \sqrt{\frac{C_{Cu}^T\sigma_{Cu20}S_{Cu}}{\alpha_{Cu20}t_{ks}}\ln\frac{1+\alpha_{Cu20}(180^0\text{C}-20^0\text{C})}{1+\alpha_{Cu20}(100^0\text{C}-20^0\text{C})}} = \sqrt{40516.82\ln\frac{1.6864}{1.3432}} = 9602\,A \tag{1.9}$$

Од класе изолације зависи вредност максималне дозвољене температуре изолације (ϑ_{max}). У случају квара при укључењу проводника на температури амбијента уместо вредности ϑ_{Cu}=100°C у израз би требало уврстити вредност температуре амбијента - ϑ_{Cu}=20°C.

$$I_{0.5s\,doz} = I_{1s\,doz}\sqrt{\frac{1s}{0.5s}} = 9602\sqrt{0.5} = 13579\,A \tag{1.10}$$

2. Задатак

На слици испод приказана је шема повезивања волтметра на LC филтер.



За напон који мери волтметар можемо написати:

$$U_V = \frac{R_V \frac{1}{j\omega C_F}}{R_V + \frac{1}{j\omega C_F}} \cdot \frac{U_{AB}}{(R_F + j\omega L_F) + \frac{R_V \frac{1}{j\omega C_F}}{R_V + \frac{1}{j\omega C_F}}} \tag{2.1}$$

Овај израз се једноставно може трансформисати у:

$$U_V = \frac{U_{AB} R_V}{(R_V + R_F - \omega^2 L_F C_F R_V) + j\omega(L_F + C_F R_F R_V)} \tag{2.2}$$

По условy задатка, потребно је да важи:

$$\left|\frac{U_V}{U_{AB}}\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_F}{R_V} - \omega^2 L_F C_F\right)^2 + \omega^2 \left(\frac{L_F}{R_V} + C_F R_F\right)^2}} = 0{,}001 \tag{2.3}$$

Одавде се, уз уважавање услова да је на 50Hz $\omega\ L_F = 0{,}7 R_F$, долази се до:

$$\left(1 + \frac{R_F}{R_V} - 0{,}7\omega R_F C_F\right)^2 + \left(\frac{0{,}7 R_F}{R_V} + \omega C_F R_F\right)^2 = 1000^2 \tag{2.3}$$

Решење ове квадратне једначине је $R_F = 407{,}8 k\Omega$, па је тражена индуктивност пригушнице $L_F = 908.7H$.

3. Задатак

За случај када трансформатор ради у ONAF режиму хлађења имамо да је:

- Пораст температуре доњег уља једнака:

$$\theta_{du}^{ON} = \vartheta_{du}^{ON} - \vartheta_a = 30K \tag{3.1}$$

- Порасти температура горњег уља намотаја су:

$$\theta_{gu,n1}^{ON} = \theta_{du}^{ON} + \Delta\theta_{n1}^{ON} = 30K + 24K = 54K \tag{3.2}$$

$$\theta_{gu,n2}^{ON} = \theta_{du}^{ON} + \Delta\theta_{n2}^{ON} = 30K + 21K = 51K \tag{3.3}$$

- Пораст температура горњег уља хладњака је:

$$\theta_{gu,h}^{ON} = \theta_{du}^{ON} + \Delta\theta_{h}^{ON} = 30K + 22K = 52K \tag{3.4}$$

- Пораст средње температуре уља у хладњаку:

$$\theta_{su,h}^{ON} = \theta_{du}^{ON} + \frac{\Delta\theta_h^{ON}}{2} = 30K + 11K = 41K \tag{3.5}$$

Пошто је снага хлађења сразмерна са порастом средње температуре уља у хладњаку имамо да важи:

$$\frac{\theta_{su,h}^{OD}}{\theta_{su,h}^{ON}} = \frac{P_h^{OD}}{P_h^{ON}} = x \tag{3.6}$$

Градијент уља по висини сваког од намотаја и хладњака пропорционалан је са снагом губитака, а обрнуто пропорционалан протоку, па важи:

$$\frac{\Delta\theta_{n1}^{OD}}{\Delta\theta_{n1}^{ON}} = \frac{\Delta\theta_{n2}^{OD}}{\Delta\theta_{n2}^{ON}} = \frac{\Delta\theta_{h}^{OD}}{\Delta\theta_{h}^{ON}} = \frac{P_{Cu}^{OD} Q^{ON}}{P_{Cu}^{ON} Q^{OD}} = x \cdot \frac{1}{4} \tag{3.7}$$

Сада можемо написати изразе за порасте температуре доњег и горњег уља намотаја:

$$\theta_{du}^{OD} = \theta_{su,h}^{OD} - \frac{\Delta\theta_h^{OD}}{2} = x \cdot \theta_{su,h}^{ON} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot x \cdot \Delta\theta_h^{ON} \tag{3.8}$$

$$\theta_{gu,n1}^{OD} = \theta_{du}^{OD} + \Delta\theta_{n1}^{OD} = x \cdot \theta_{su,h}^{ON} - \frac{1}{8} \cdot x \cdot \Delta\theta_h^{ON} + \frac{1}{4} \cdot x \cdot \Delta\theta_{n1}^{ON} \tag{3.9}$$

$$\theta_{gu,n2}^{OD} = \theta_{du}^{OD} + \Delta\theta_{n2}^{OD} = x \cdot \theta_{su,h}^{ON} - \frac{1}{8} \cdot x \cdot \Delta\theta_h^{ON} + \frac{1}{4} \cdot x \cdot \Delta\theta_{n2}^{ON} \tag{3.10}$$

Пораст средње температуре намотаја у односу на средњу температуру уља g_n састоји се из две компоненте (једна је последица преноса топлоте струјањем g_{ns}, а друга преноса топлоте провођењем g_{np}), па важи:

$$g_{ns1}^{ON} = g_{n1}^{ON} - g_{np1}^{ON} = 19K - 3K = 16K \tag{3.11}$$

$$g_{ns2}^{ON} = g_{n2}^{ON} - g_{np2}^{ON} = 20{,}5 - 6K = 14{,}5K \tag{3.12}$$

Компонента која је последица преноса топлоте струјањем, пропорционална је са коефицијентом преласка топлоте струјањем (α) тј. са протоком уља на степен 0,46. На основу овога могуће је одредити ове компоненте за случај ODAF хлађења:

$$g_{ns1}^{OD} = g_{ns1}^{ON}\left(\frac{\alpha_{n1}^{ON}}{\alpha_{n1}^{OD}}\right)\cdot\frac{P_{Cu}^{OD}}{P_{Cu}^{ON}} = g_{ns1}^{ON}\left(\frac{Q_{n1}^{ON}}{Q_{n1}^{OD}}\right)^{0,46}\cdot\frac{P_{Cu}^{OD}}{P_{Cu}^{ON}} = 16K\left(\frac{1}{4}\right)^{0,46}\cdot x = x\ \cdot 8,46K \tag{3.13}$$

$$g_{ns2}^{OD} = g_{ns2}^{ON}\left(\frac{\alpha_{n2}^{ON}}{\alpha_{n2}^{OD}}\right)\cdot\frac{P_{Cu}^{OD}}{P_{Cu}^{ON}} = g_{ns2}^{ON}\left(\frac{Q_{n2}^{ON}}{Q_{n2}^{OD}}\right)^{0,46}\cdot\frac{P_{Cu}^{OD}}{P_{Cu}^{ON}} = 14,5K\left(\frac{1}{4}\right)^{0,46}\cdot x = x\cdot 7,66K \tag{3.14}$$

Компонента која је последица преноса топлоте провођењем, пропорционална је са снагом губитака:

$$\frac{g_{np1}^{OD}}{q_{np1}^{ON}} = \frac{g_{np2}^{OD}}{q_{np2}^{ON}} = \frac{P_{Cu}^{OD}}{P_{Cu}^{ON}} = x \tag{3.15}$$

У случају ONAF хлађења порасти температуре најтоплије тачке намотаја су:

$$\theta_{hs1}^{ON} = \theta_{gu,n1}^{ON} + H_{n1ON}\,g_{n1}^{ON} = 76,8K \tag{3.16}$$

$$\theta_{hs2}^{ON} = \theta_{gu,n2}^{ON} + H_{n1ON}\,g_{n2}^{ON} = 74,58K \tag{3.17}$$

У случају ODAF хлађења порасти температуре најтоплије тачке намотаја рачунају се као:

$$\theta_{hs1}^{OD} = \theta_{gu,n1}^{OD} + H_{n1OD}\,g_{n1}^{OD} = x\left(\theta_{su,h}^{ON} - \frac{1}{8}\Delta\theta_{h}^{ON} + \frac{1}{4}\Delta\theta_{n1}^{ON}\right) + H_{n1OD}\left(x\left(\frac{1}{4}\right)^{0,46} g_{ns1}^{ON} + x g_{np1}^{ON}\right) \tag{3.18}$$

$$\theta_{hs2}^{OD} = \theta_{gu,n2}^{OD} + H_{n2OD}\,g_{n2}^{OD} = x\left(\theta_{su,h}^{ON} - \frac{1}{8}\Delta\theta_{h}^{ON} + \frac{1}{4}\Delta\theta_{n2}^{ON}\right) + H_{n2OD}\left(x\left(\frac{1}{4}\right)^{0,46} g_{ns2}^{ON} + x g_{np2}^{ON}\right) \tag{3.19}$$

Заменом бројних вредности и изједначавањем вредности пораста температуре најтоплије тачке са вредностима пораста температуре најтоплије тачке топлијег намотаја за случај ONAF хлађења (први намотај) добијају се следеће две једначине:

$$76,8 = 44,25x + 1,18(8,46 + 3)x \tag{3.20}$$

$$76,8 = 43,5x + 1,1(7,66 + 6)x \tag{3.21}$$

Решење прве једначине је $x = 1,3293$, а решење друге је $x = 1,3122$. Видимо да је критичан други намотај тј. он ће при ODAF хлађењу пре достићи вредност пораста температуре најтоплије тачке топлијег намотаја коју при ONAF хлађењу (и то при снази губитака која је око 31% већа).

Овде се завршава решење задатка (остатак је информативног карактера).

Сада је могуће прерачунати све порасте температуре за случај ODAF хлађења:

$$\Delta\theta_{n1}^{OD} = 7,92\text{К}$$

$$\Delta\theta_{n2}^{OD} = 6,93\text{К}$$

$$\Delta\theta_{h}^{OD} = 7,26\text{К}$$

$$\theta_{du}^{OD} = 50,49\text{К}$$

$$\theta_{gu,n1}^{OD} = \theta_{du}^{OD} + \Delta\theta_{n1}^{OD} = 58,41\text{К}$$

$$\theta_{gu,n2}^{OD} = \theta_{du}^{OD} + \Delta\theta_{n2}^{OD} = 57,42\text{К}$$

$$g_{np1}^{OD} = 3,96\text{К}$$

$$g_{np2}^{OD} = 7,92\text{К}$$

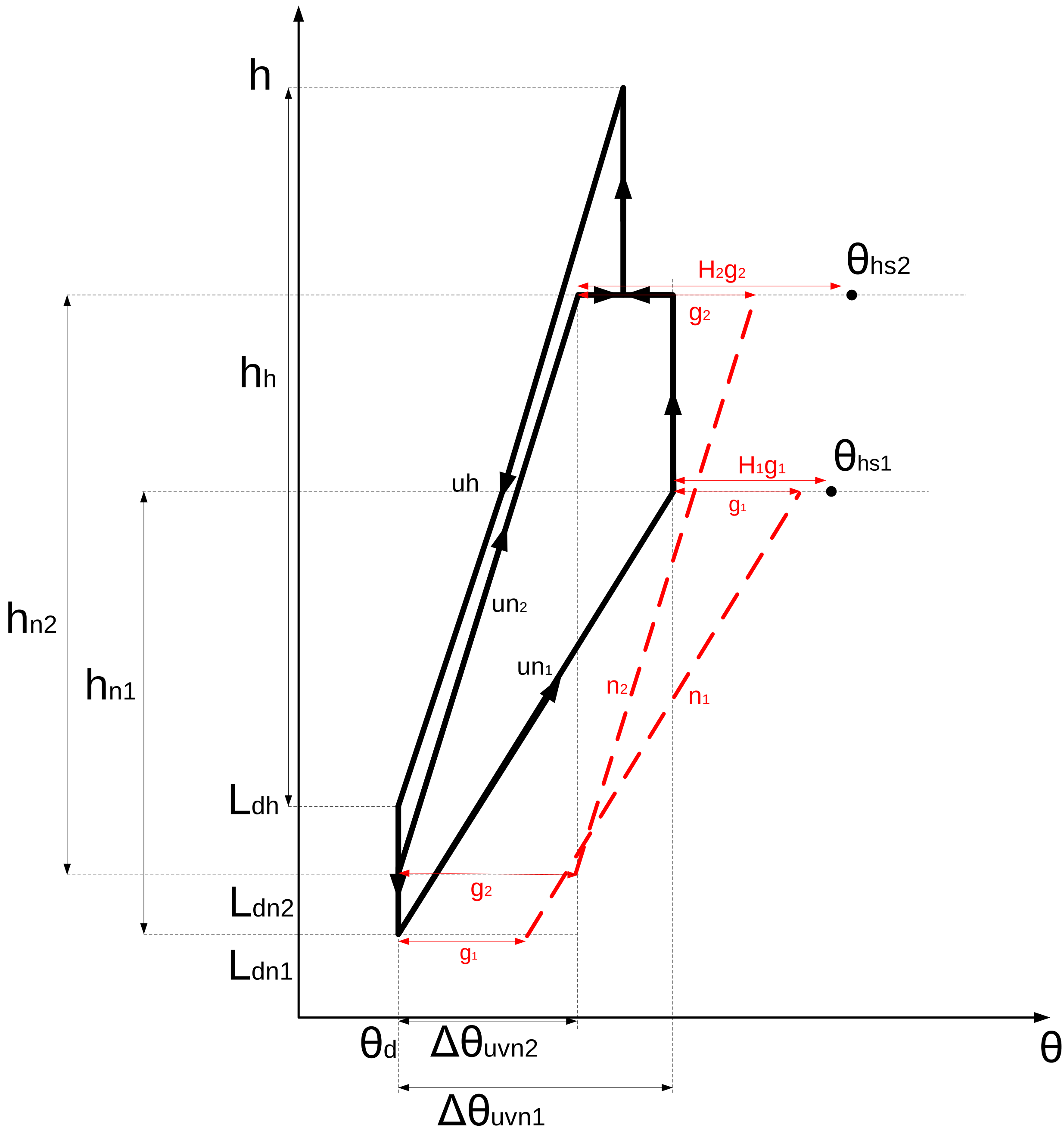
$$g_{ns1}^{OD} = 11,1\text{К}$$

$$g_{ns2}^{OD} = 10,05\text{К}$$

$$g_{n1}^{OD} = 15,06\text{К}$$

$$g_{n2}^{OD} = 17,97\text{К}$$

$$\theta_{hs1}^{OD} = \theta_{gu,n1}^{OD} + H_{n1OD}\,g_{n1}^{OD} = 76,18\text{К}$$



4. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_p S(\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl} - \vartheta_{tul} + \vartheta_{hul})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl}}{\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}}\right)} = \frac{K_p S(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)} \quad (4.1)$$

Применом израза (4.1) на номиналне податке хладњака се добија:

$$\Delta\vartheta_{izl} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 31{,}35℃ \quad (4.2)$$

$$\Delta\vartheta_{ul} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 62℃ \quad (4.3)$$

Заменом ових вредности у израз (4.1), уз $P_{hn} = 210kW$ добијамо да је:

$$K_p S = \frac{P_{hn} \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 4{,}672\,\frac{kW}{℃} \quad (4.4)$$

За уље и воду можемо написати следећа два израза:

$$P_{hn} = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \tag{4.5}$$

$$P_{hn} = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \tag{4.6}$$

Одавде добијамо да је:

$$\rho_u Q_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}} = 34{,}426\,\frac{kW}{°\mathrm{C}} \tag{4.7}$$

$$\rho_v Q_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}} = 8{,}554\,\frac{kW}{°\mathrm{C}} \tag{4.8}$$

Како је номинална снага хладњака за 30% већа од номиналне снаге губитака имамо да је $P_h = P_{hn}/1{,}3 = 161{,}54kW$. Сада, за ову снагу хлађења можемо написати изразе аналогне изразима (4.1), (4.5) и (4.6):

$$P_h = \frac{K_p S(\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}}\right)} \tag{4.9}$$

$$P_h = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \tag{4.10}$$

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{4.11}$$

Пошто за обе снаге хлађења важи да је $\vartheta_{hvn} = \vartheta_{hv} = 40°\mathrm{C}$, на основу израза (4.11) добијамо да је:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = \frac{161{,}54}{8{,}554} + 40 = 58{,}88°\mathrm{C} \tag{4.12}$$

Из једначине (4.10) добијамо:

$$\vartheta_{tu} = \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} + \vartheta_{hu} = \frac{161{,}54}{34{,}426} + \vartheta_{hu} = 4{,}69°\mathrm{C} + \vartheta_{hu} \tag{4.13}$$

Заменом овог израза у израз (4.9) имамо:

$$P_h = \frac{K_p S(\vartheta_{hu} - 58{,}88°\mathrm{C} - (\vartheta_{hu} + 4{,}69°\mathrm{C}) + 40°\mathrm{C})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - 58{,}88°\mathrm{C}}{\vartheta_{hu} + 4{,}69°\mathrm{C} - 40°\mathrm{C}}\right)} = \frac{4{,}672\,\frac{kW}{°\mathrm{C}} \cdot (-23{,}57°\mathrm{C})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - 58{,}88°\mathrm{C}}{\vartheta_{hu} - 35{,}31°\mathrm{C}}\right)} \tag{4.14}$$

Решење ове једначине је $\vartheta_{hu} = 83°\mathrm{C}$, а на основу израза (4.12) добијамо $\vartheta_{tu} = 87{,}69°\mathrm{C}$.

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит / други колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута / 150 минута 9. 1. 2020.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

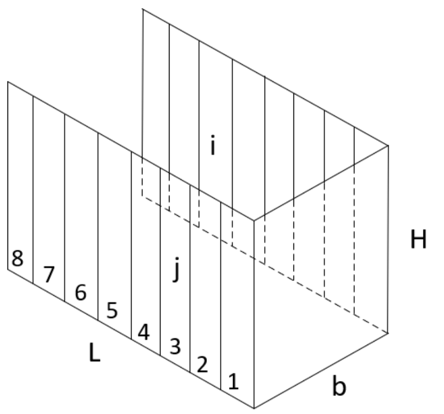
1. Написати израз у форми четвороструког интеграла из кога се може одредити фактор виђења између правоугаоних области i и j (слика уз задатак 5). Израз под интегралом треба да садржи само променљиве по којима се врши интеграција. (2,5 / 0 поена)

2. Израчунати температуру најтоплије тачке намотаја сувог електроенергетског трансформатора који се хлади ваздухом температуре 20°C, при чему коефицијент преласка топлоте струјањем са унутрашње стране површи на ваздух износи α_u = 6 W / m^2 K, а са спољашње стране површи на ваздух износи α_s = 8 W / m^2 K. Висина намотаја је H = 0.75 m, а унутрашњи пречник D_u = 363 mm. Намотај је фолијског типа и има N = 119 навојака, сваки висине једнаке висини намотаја; дебљина изолације између навојака износи δ_i = 0.046 mm, специфична топлотна проводност изолације λ_i = 0.15 W / m K, ширина проводника (алуминијум) δ_{Al} = 0.2 mm. Губици у једном навојку износе $P_{\gamma 1}$ = 10 W. Како би се смањио прорачун, даје се податак да се највећа вредност температуре јавља на 49-ом навојку. При решавању задатка сматрати да је отпор преносу топлоте провођењем кроз слојеве изолације исти, односно израчунавати га као отпор провођењу топлоте кроз раван зид површине (π (D_u + N δ_{Al} + (N + 1) δ_i)) H) и дебљине δ_i. Отпоре преласку топлоте струјањем на унутрашњој и спољашњој површи намотаја рачунати на основу њихове стварне површине. Слој изолације постоји и на унутрашњој страни скроз унутрашњег навојка и на спољној страни скроз спољашњег навојка. Збир првих n чланова аритметичког реда (први елемент реда a_1, разлика два суседна члана реда d) износи $n\ a_1$ + (n (n - 1))/2 d. (2,5 / 3 поена)

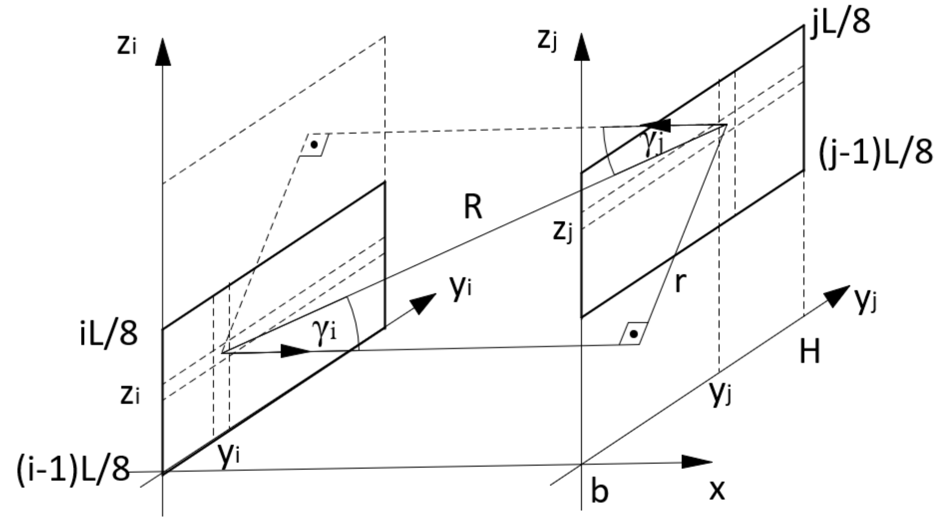
3. Једножилни кабл пресека бакра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu}$ =56×10^6 S/m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Cu20} =4.29×10^{-3}°C^{-1}) S_{Cu} = 95 mm^2, са PVC изолацијом дебљине изолације δ_{iz} = 1 mm (топлотне специфичне проводности λ_{PVC} = 0.16 W/(m K)) положен је у тло специфичне топлотне отпорности ρ_z=2.5 (m K)/W. Максимална дозвољена температура PVC изолације износи ϑ_{doz}=70°C, а температура земље удаљене од кабла ϑ_z=20°C. Нацртати криву промене максимално дозвољене вредности једносмерне струје која протиче кроз кабл у зависности од дебљине кошуљице (δ_k) сачињене од материјала специфичне топлотне отпорности ρ_{zk}=1 (m K)/W, чија се дебљина мења у опсегу 0 - 200 mm (график треба да садржи 9 еквидистантних тачака). При израчунавању сматрати да се за "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака ϑ_z=20°C, може узети цилиндар ваљка пречника D_{ref}=1000 mm. (1,5 / 2,5 поена)

4. За један трансформатор са ODAF хлађењем одабран је компактан хладњак чија је номинална снага 30% већа од снаге укупних губитака у трансформатору. Сматра се да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun}=102°C и ϑ_{hun}=95,9°C, температуре хладног и топлог ваздуха: ϑ_{hvn}=40°C и ϑ_{tvn}=64,55°C, номинална снага P_{hn}=210kW, проток уља Q_{un}=68m^3/h и проток ваздуха Q_{vn}=28,29m^3/s. Колико износи процентуално смањење укупног коефицијента преноса топлоте услед запрљања хладњака у тренутку у току експлоатације у коме су температуре уља, при оптерећењу при коме је снага губитака једнака номиналној, једнаке номиналним, при температури амбијента 40°C? У том тренутку, снага вентилатора на хладњаку је опала тако да је дошло до смањења протока ваздуха за 10%. Параметри уља и ваздуха су исти као за номиналне услове. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру. (2 / 2,5 поена)

5. Температура основе хладњака ширине W и висине H износи ϑ_h. Хладњак је сачињен од N правоугаоних ребара дужине L, висине H и дебљине d и израђен је од материјала термичке проводности λ. Температура околног ваздуха износи ϑ_a. Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи ребара на ваздух зависи од температуре површи као $\alpha(\theta)=\alpha_0(\theta /20)^{0.25}$, где је θ пораст температуре површи у односу на ваздух. Коефицијент сивоће материјала од кога је израђен хладњак је ε=1. Свако ребро је подељено на осам изотермичких делова дужине L/8. Сматрати да се фактор виђења између свака два правоугаоника i и j, који се налазе у две паралелне равни на растојању b = (W-N d)/(N-1), познат и да износи F_{ij}, као и фактор виђења између дела ребра i и правоугаоника на основи хладњака између два ребра b , који се налазе у управним равнима (F_{ib}). Написати једначине енергетског биланса за свако ребро. Претпоставити да је температура ваздуха између ребара константна и једнака амбијенталној. (2,5 / 3 поена).



1. Задатак



Фактор виђења између правоугаоних површи *i* и *j* одређује се по формули

$$F_{ij} = \frac{1}{S_i}\int_{S_i}\int_{S_j}\frac{\cos\gamma_i\cos\gamma_j}{R^2\,\pi}dS_i dS_j \tag{1.1}$$

Потег између два делића ових површи (R) може се израчунати као:

$$R^2 = b^2 + r^2 = b^2 + \left(y_j - y_i\right)^2 + \left(z_j - z_i\right)^2 \tag{1.2}$$

Пошто ове две површи припадају паралелним равнима, углови између вектора нормале на површину и потега (γ_i и γ_j) су једнаки, па важи:

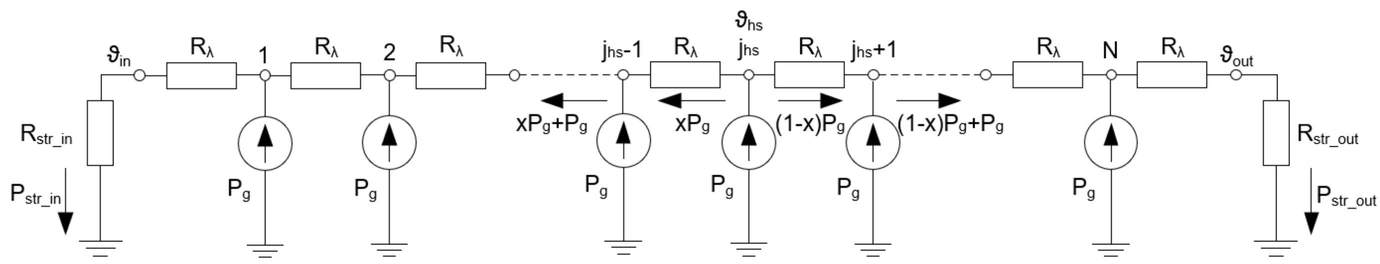
$$\cos\gamma = \cos\gamma_i = \cos\gamma_j = \frac{b}{R} = \frac{b}{\sqrt{b^2 + \left(y_j - y_i\right)^2 + \left(z_j - z_i\right)^2}} \tag{1.3}$$

Сада је комбиновањем израза (1.1), (1.2) и (1.3) могуће написати коначан израз за израчунавање фактора виђења између правоугаоних површи *i* и *j*:

$$F_{ij} = \frac{1}{{}^{L}\!/_{8}\cdot H}\int_{y_i=0}^{y_i=H}\int_{z_i=(i-1)\frac{L}{8}}^{z_i=i\frac{L}{8}}\int_{y_j=0}^{y_j=H}\int_{z_j=(j-1)\frac{L}{8}}^{z_j=j\frac{L}{8}}\frac{b^2}{\pi\left(b^2 + \left(y_j - y_i\right)^2 + \left(z_j - z_i\right)^2\right)^2}dz_j dy_j dz_i dy_i \tag{1.4}$$

где је i, j = 1, 2, … 8.

2. Задатак



Како услови хлађења спољашње и унутрашње површи намотаја нису симетрични, разликоваће се и снаге којима се топлота кроз ове површи струјањем предаје амбијенту:

$$P_{str,in} = xP_\gamma + (j_{hs} - 1)P_\gamma = (j_{hs} + x - 1)P_\gamma \tag{2.1}$$

$$P_{str,out} = (1 - x)P_\gamma + (N - j_{hs})P_\gamma = (N - j_{hs} - x + 1)P_\gamma \tag{2.2}$$

Површине површи потребне за израчунавање топлотних отпорности су:

$$S = \pi(D_u + N\delta_{Al} + (N + 1)\delta_i)H = 0{,}9244m^2 \tag{2.3}$$

$$S_{in} = \pi D_u H = 0{,}8553m^2 \tag{2.4}$$

$$S_{out} = \pi(D_u + 2N\delta_{Al} + 2(N + 1)\delta_i)H = 0{,}9935m^2 \tag{2.5}$$

Топлотни отпор преносу топлоте провођењем кроз слој изолације је:

$$R_\lambda = \frac{1}{\lambda}\frac{\delta_i}{S} = 3{,}3175 \cdot 10^{-4}\,\frac{K}{W} \tag{2.6}$$

Топлотни отпор преносу топлоте струјањем са граничних површи намотаја је:

$$R_{str,in} = \frac{1}{\alpha_u S_{in}} = 0{,}1949\,\frac{K}{W} \tag{2.7}$$

$$R_{str,out} = \frac{1}{\alpha_s S_{out}} = 0{,}1258\,\frac{K}{W} \tag{2.8}$$

Температуре граничних површи су:

$$\vartheta_{in} = \vartheta_a + P_{str,in} \cdot R_{str,in} \tag{2.9}$$

$$\vartheta_{out} = \vartheta_a + P_{str,out} \cdot R_{str,out} \tag{2.10}$$

Сада је могуће написати изразе за температуру најтоплије тачке и то на два начина, крећући се од спољашње граничне површи ка најтоплијој тачки и крећући се од унутрашње граничне површи ка најтоплијој тачки:

$$\vartheta_{hs} = \vartheta_{in} + \sum_{j=1}^{j_{hs}} R_\lambda P_j \tag{2.11}$$

$$\vartheta_{hs} = \vartheta_{out} + \sum_{j=j_{hs}}^{N} R_\lambda P_j \tag{2.12}$$

Изједначавањем израза (2.11) и (2.12) уз уважавање израза (2.9) и (2.10) добијамо:

$$\vartheta_a + P_{str,in} \cdot R_{str,in} + \sum_{j=1}^{j_{hs}} R_\lambda P_j = \vartheta_a + P_{str,out} \cdot R_{str,out} + \sum_{j=j_{hs}}^{N} R_\lambda P_j \tag{2.13}$$

$$P_{str,in} \cdot R_{str,in} - P_{str,out} \cdot R_{str,out} = R_\lambda \left[\sum_{j=j_{hs}}^{N} P_j - \sum_{j=1}^{j_{hs}} P_j \right] \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned} &(j_{hs} + x - 1)P_\gamma \cdot R_{str,in} - (N - j_{hs} - x + 1)P_\gamma \cdot R_{str,out} \\ &= R_\lambda \Big[\Big[(1-x)P_\gamma + \big((1-x)P_\gamma + P_\gamma\big) + \big((1-x)P_\gamma + 2P_\gamma\big) + \cdots + \big((1-x)P_\gamma + (N - j_{hs})P_\gamma\big) \Big] \\ &- \big[xP_\gamma + \big(xP_\gamma + P_\gamma\big) + \big(xP_\gamma + 2P_\gamma\big) + \cdots + \big(xP_\gamma + (j_{hs} - 1)P_\gamma\big) \big] \Big] \end{aligned} \tag{2.15}$$

Заменом бројних вредности за број навојака (N=119) и позицију најтоплијег навојка (j_{hs}=49) и сумирањем одговарајућих низова добија се:

$$\begin{aligned} &(48 + x)R_{str,in} - (71 - x)R_{str,out} \\ &= R_\lambda \left[\left[(1-x)(N - j_{hs} + 1) + \frac{(N - j_{hs})(N - j_{hs} + 1)}{2} \right] - \left[j_{hs} x + \frac{j_{hs}(j_{hs} - 1)}{2} \right] \right] \end{aligned} \tag{2.16}$$

$$(48 + x)R_{str,in} - (71 - x)R_{str,out} = R_\lambda (1380 - 120x) \tag{2.17}$$

Решавањем једначине (2.17) добијамо вредност x = 0,09546. Сада заменом ове вредности у изразе (2.9), (2.10) и (2.11) добијамо вредности температура граничних површи и најтоплије тачке:

$$\vartheta_{in} = 113{,}738\text{℃} \tag{2.18}$$

$$\vartheta_{out} = 109{,}198\text{℃} \tag{2.19}$$

$$\vartheta_{hs} = 117{,}655\text{℃} \tag{2.20}$$

3. Задатак

$$\delta k := \begin{pmatrix} 0 \\ 25 \\ 50 \\ 75 \\ 100 \\ 125 \\ 150 \\ 175 \\ 200 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$$

$$Dref := 1$$

$$\sigma Cu20 := 56 \cdot 10^{6}$$

$$\alpha Cu := 4.29 \cdot 10^{-3}$$

$$\lambda iz := 0.16 \qquad \lambda k := 1 \qquad \lambda z := \frac{1}{2.5}$$

$$SCu := 95 \cdot 10^{-6}$$

$$Du := \sqrt{\frac{4 \cdot SCu}{\pi}} \qquad \delta iz := 1 \cdot 10^{-3}$$

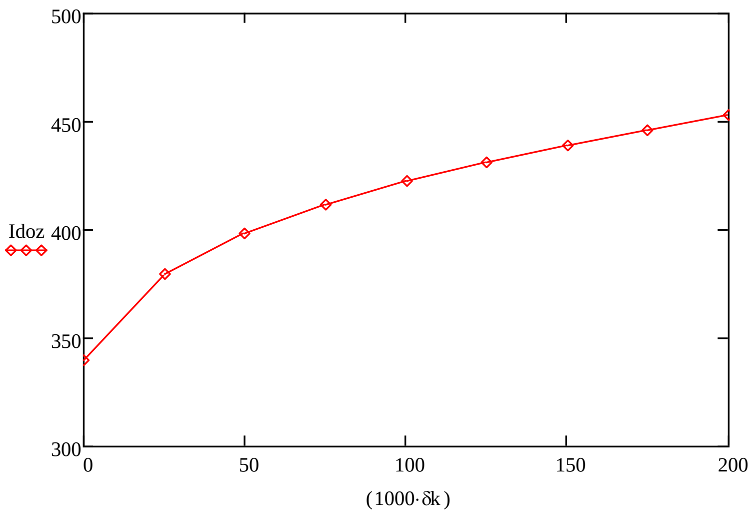
$$Ds := Du + 2 \cdot \delta iz$$

$$Dp := Ds + 2 \cdot \delta k$$

$$RlT := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda iz} \cdot \ln\left(\frac{Ds}{Du}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda k} \cdot \ln\left(\frac{Dp}{Ds}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda z} \cdot \ln\left(\frac{Dref}{Dp}\right)$$

$$RCu := \frac{1}{\sigma Cu20 \cdot SCu} \cdot [1 + \alpha Cu \cdot (70 - 20)]$$

$$Idoz := \sqrt{\frac{70 - 20}{RCu \cdot RlT}} = \begin{pmatrix} 340.039 \\ 379.918 \\ 398.684 \\ 411.973 \\ 422.563 \\ 431.511 \\ 439.34 \\ 446.354 \\ 452.743 \end{pmatrix}$$



4. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_p S(\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl} - \vartheta_{tul} + \vartheta_{hul})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl}}{\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}}\right)} = \frac{K_p S(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)} \tag{4.1}$$

Применом израза (4.1) на номиналне податке хладњака се добија:

$$\Delta\vartheta_{izl} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 31{,}35°\mathrm{C} \tag{4.2}$$

$$\Delta\vartheta_{ul} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 62°\mathrm{C} \tag{4.3}$$

Заменом ових вредности у израз (4.1), уз $P_{hn} = 210kW$ добијамо да је:

$$K_pS = \frac{P_{hn} \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 4{,}672\,\frac{kW}{°C} \tag{4.4}$$

За ваздух можемо написати следећи израз:

$$P_{hn} = \rho_v Q_{vn} c_{pv}(\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \tag{4.5}$$

Одавде добијамо да је:

$$\rho_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{Q_{vn}(\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn})} = 0{,}3024\,\frac{kWs}{m^3 °C} \tag{4.6}$$

Како је номинална снага хладњака за 30% већа од номиналне снаге губитака имамо да је $P_h = P_{hn}/1{,}3 = 161{,}54kW$. Проток ваздуха опао је на $Q_v = Q_{vn} \cdot 0{,}9 = 25{,}461\,m^3/s$. Сада, за ову снагу хлађења и овај проток можемо написати израз аналоган изразу (4.5):

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{4.7}$$

Пошто, по услову задатка, за обе снаге хлађења важи да је $\vartheta_{hv} = 40°C$, на основу израза (4.7) долазимо до:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = 60{,}98°C \tag{4.8}$$

За стварну снагу хлађења можемо написати израз аналоган изразу (4.1):

$$P_h = \frac{K_p^z S(\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}}\right)} \tag{4.9}$$

где је $\vartheta_{hun} = \vartheta_{hu} = 95{,}9°C$ и $\vartheta_{tun} = \vartheta_{tu} = 102°C$. Из претходног израза се добија

$$K_p^z S = \frac{P_h \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 3{,}425\,\frac{kW}{°C}, \tag{4.10}$$

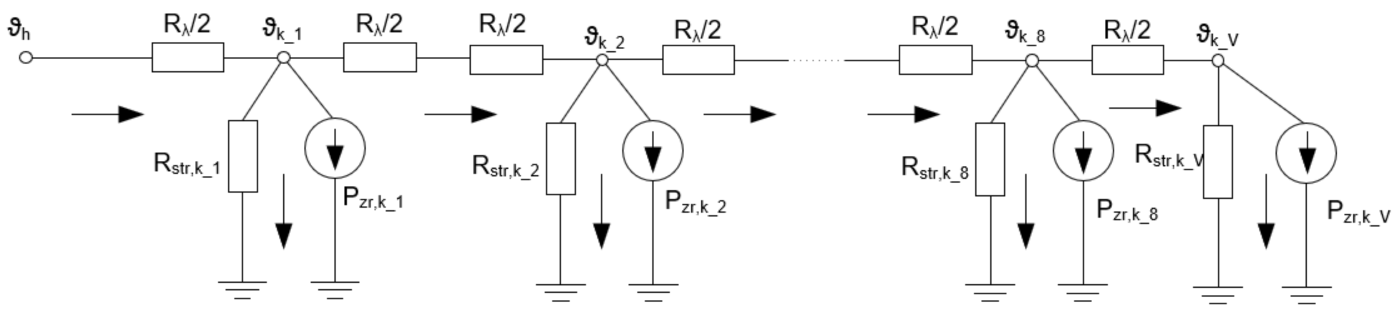
односно

$$\frac{K_p^z S}{K_p\, S} = \frac{K_p^z}{K_p} = \frac{3{,}425}{4{,}672} = 0{,}7331. \tag{4.11}$$

Дакле, услед запрљања дошло је до смањења укупног коефицијента преноса топлоте за 26,69%.

5. Задатак

Посматрајмо *k*-то ребро (*k*=1, 2, …, *N*), и на њему означимо са *i* редни број изотермичког дела запремине (*i*=1, 2, …, 8). На слици испод приказана је топлотна шема *k*-тог ребра хладњака:



Топлотна отпорност провођењу за произвољан изотермички део једнака је:

$$R_\lambda = \frac{1}{\lambda}\frac{L/8}{Hd} \tag{5.1}$$

Топлотна отпорност струјању са омотача *i*-тог изотермичког дела на *k*-том ребру је:

$$R_{\alpha,i}^k = \frac{1}{\alpha_i^k S} = \frac{1}{\alpha_0\left(\frac{\vartheta_i^k - \vartheta_a}{20}\right)^{0{,}25} \cdot 2(H+d)\frac{L}{8}} \tag{5.2}$$

Топлотна отпорност струјању са врха *k*-тог ребра је:

$$R_{\alpha,V}^k = \frac{1}{\alpha_V^k S_V} = \frac{1}{\alpha_0\left(\frac{\vartheta_V^k - \vartheta_a}{20}\right)^{0{,}25} \cdot Hd} \tag{5.3}$$

За свако ребро (пишемо једначине за k -то ребро) можемо написати систем од осам једначина:

-За први део (i=1):

$$\frac{\vartheta_h - \vartheta_1^k}{R_\lambda/2} = \frac{\vartheta_1^k - \vartheta_2^k}{R_\lambda} + \frac{\vartheta_1^k - \vartheta_a}{R_{\alpha,1}^k} + P_{zr,1}^k \tag{5.4}$$

-За делове i=2, 3, …,7:

$$\frac{\vartheta_{i-1}^k - \vartheta_i^k}{R_\lambda} = \frac{\vartheta_i^k - \vartheta_{i+1}^k}{R_\lambda} + \frac{\vartheta_i^k - \vartheta_a}{R_{\alpha,i}^k} + P_{zr,i}^k \tag{5.5}$$

-За последњи део (i=8):

$$\frac{\vartheta_7^k - \vartheta_8^k}{R_\lambda} = \frac{\vartheta_8^k - \vartheta_V^k}{R_\lambda/2} + \frac{\vartheta_8^k - \vartheta_a}{R_{\alpha,8}^k} + P_{zr,8}^k \tag{5.6}$$

-За горњи базис ребра:

$$\frac{\vartheta_8^k - \vartheta_V^k}{R_\lambda/2} = \frac{\vartheta_V^k - \vartheta_a}{R_{\alpha,V}^k} + P_{zr,V}^k \tag{5.7}$$

Снага одвођења топлоте зрачењем са врха сваког ребра је:

$$P_{zr,V}^k = \varepsilon\sigma H d\left[{T_V^k}^4 - T_a^4\right] \tag{5.8}$$

За снаге одвођења топлоте зрачењем ($P_{zr,i}^k$) постоје два карактеристична случаја. Први се односи на два крајња ребра (k=1 и k=N), која само преко једне вертикалне стране размењују топлоту замрачењем са другим ребрима, док сва остала ребра преко обе вертикалне стране размењују топлоту са другим ребрима.

1.) Крајња ребра (k=1 и k=N):

$$\begin{aligned} P_{zr,i}^k = {} & \varepsilon\sigma(2d+H)\frac{L}{8}\left[\left(T_i^k\right)^4 - T_a^4\right] + F_{ib}\varepsilon\sigma H\frac{L}{8}\left[\left(T_i^k\right)^4 - T_h^4\right] + \sum_{j=1}^{8} F_{ij}\varepsilon\sigma H\frac{L}{8}\left[\left(T_i^k\right)^4 - \left(T_j^l\right)^4\right] \\ & + \left(1 - F_{ib} - \sum_{j=1}^{8} F_{ij}\right)\varepsilon\sigma H\frac{L}{8}\left[\left(T_i^k\right)^4 - T_a^4\right] \end{aligned} \tag{5.9}$$

где је i=1, 2, …,8 и l=2 за k=1, односно l= N-1 за k= N.

2.) Остала ребра (k=2, 3, …, N-1):

$$\begin{aligned} P_{zr,i}^k = {} & \varepsilon\sigma 2d\frac{L}{8}\left[\left(T_i^k\right)^4 - T_a^4\right] + 2F_{ib}\varepsilon\sigma H\frac{L}{8}\left[\left(T_i^k\right)^4 - T_h^4\right] + \sum_{j=1}^{8} F_{ij}\varepsilon\sigma H\frac{L}{8}\left[\left(T_i^k\right)^4 - \left(T_j^{k+1}\right)^4\right] \\ & + \sum_{j=1}^{8} F_{ij}\varepsilon\sigma H\frac{L}{8}\left[\left(T_i^k\right)^4 - \left(T_j^{k-1}\right)^4\right] + \left(1 - 2F_{ib} - 2\sum_{j=1}^{8} F_{ij}\right)\varepsilon\sigma H\frac{L}{8}\left[\left(T_i^k\right)^4 - T_a^4\right] \end{aligned} \tag{5.10}$$

где је i=1, 2, …,8.

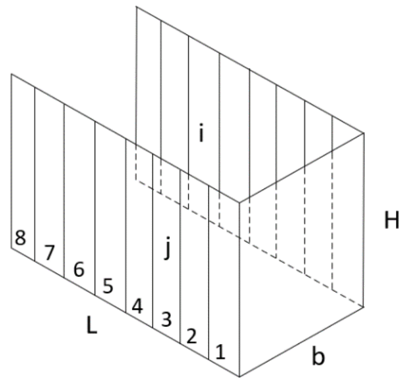
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит / други колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

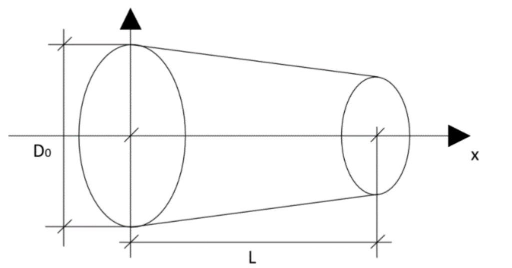
Испит траје максимално 180 минута / 150 минута 30. 1. 2020.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Написати израз у форми четвороструког интеграла из ког се може одредити фактор виђења између правоугаоних области i и b (слика). Израз под интегралом треба да садржи само променљиве по којима се врши интеграција. (2 / 0 поена)



2. Израчунати температуру најтоплије тачке намотаја сувог електроенергетског трансформатора који се хлади ваздухом температуре 20°C, при чему коефицијент преласка топлоте струјањем са унутрашње стране површи на ваздух износи α_u = 6 W / m^2 K, а са спољашње стране површи на ваздух износи α_s = 10 W / m^2 K. Висина намотаја је H = 0.75 m, а унутрашњи пречник D_u = 363 mm. Намотај је фолијског типа и има N = 119 навојака, сваки висине једнаке висини намотаја; дебљина изолације између навојака износи δ_i = 0.046 mm, специфична топлотна проводност изолације λ_i = 0.15 W / m K, ширина проводника (алуминијум) δ_{Al} = 0.2 mm. Губици у једном навојку износе $P_{\gamma 1}$ = 10 W. Како би се смањио обим израчунавања, даје се податак да се 78,94% снаге губитака у најтоплијем навојку одводи ка унутрашњој површи намотаја, а остатак ка спољашњој. При решавању задатка сматрати да је отпор преносу топлоте провођењем кроз слојеве изолације исти, односно израчунавати га као отпор провођењу топлоте кроз раван зид површине (π (D_u + N δ_{Al} + (N + 1) δ_i)) H) и дебљине δ_i. Отпоре преласку топлоте струјањем на унутрашњој и спољашњој површи намотаја рачунати на основу њихове стварне површине. Слој изолације постоји и на унутрашњој страни скроз унутрашњег навојка и на спољној страни скроз спољашњег навојка. Збир првих n чланова аритметичког реда (први елемент реда a_1, разлика два суседна члана реда d) износи $n\, a_1$ + (n (n - 1))/2 d. (2 / 2,5 поена)

3. Написати диференцијалну једначину[1] чијим се решавањем може одредити промена температуре дуж ребра за хлађење (приказаног на слици) $\vartheta(x)$ чији је већи базис ослоњен на тело температуре површи ϑ_b (промена температуре ребра по r координати се може занемарити). Такође написати и граничне услове помоћу којих се могу одредити интеграционе константе приликом решавања ове диференцијалне једначине. Ребро је кружног попречног пресека који је променљив са растојањем (x) од базиса веће површине. Зависност пречника ребра описана је следећим изразом $D = D_0 + a \cdot x$, где је D_0 пречник већег базиса, а a позната негативна константа. Дужина ребра је L. Коефицијент преласка топлоте са површи ребра на ваздух температуре ϑ_a износи α. Топлотна проводности материјала од кога је сачињено ребро износи λ. Сматрајући да је диференцијална једначина решена, односно да је познат израз за промену температуре дуж ребра, написати изразе помоћу којих је могуће израчунати укупну снагу одвођења топлоте струјањем са ребра, као и израз за ефикасност ребра за хлађење. (2 / 2,5 поена)



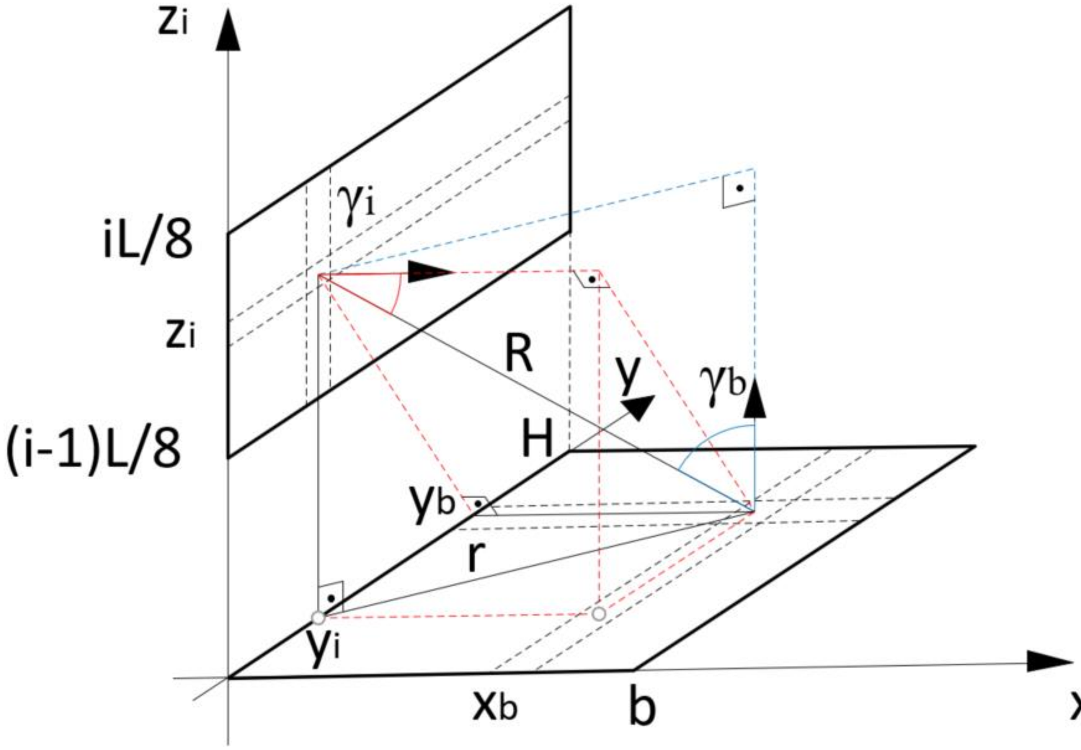
Израз за градијент функције f у цилиндрицном координатном систему: $gradf = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{\imath}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{\imath}_\varphi + \frac{f\vartheta}{\partial x}\vec{\imath}_x$

4. Како гласи дефиниција идеалног сивог тела. Колико износи јачина зрачења идеалног сивог тела температуре 800°C и емисивности 0.7 у правцу који са нормалом на површ заклапа угао од 30°? (2 / 2,5 поена)

5. Које се додатне мере предвиђају техничким препорукама ЕПС-а на деловима укрштања кабловског вода са топловодом? Референтна ситуација је да се кабл и топловод полажу у тло, без ограничења њихове међусобне удаљености. (2 / 2,5 поена)

[1] Свести израз до коначног облика који претходи самом решавању диференцијалне једначине. Израз мора да садржи само непознату примењљиву, променљиву координате x и константе које се одређују на основу познатих (у тексту задатих) параметара.

1. Задатак



Фактор виђења између правоугаоних површи i и b одређује се по формули

$$F_{ij} = \frac{1}{S_i}\int_{S_i}\int_{S_b}\frac{\cos\gamma_i\cos\gamma_b}{R^2\,\pi}dS_i dS_b \tag{1.1}$$

Потег између два делића ових површи (R) може се израчунати као:

$$R^2 = z_i^2 + r^2 = z_i^2 + x_b^2 + (y_b - y_i)^2 \tag{1.2}$$

Косинуси углова (γ_i и γ_b) између вектора нормале на површи и потега су, редом, једнаки:

$$\cos\gamma_b = \frac{z_i}{R} = \frac{z_i}{\sqrt{z_i^2 + x_b^2 + (y_b - y_i)^2}} \tag{1.3}$$

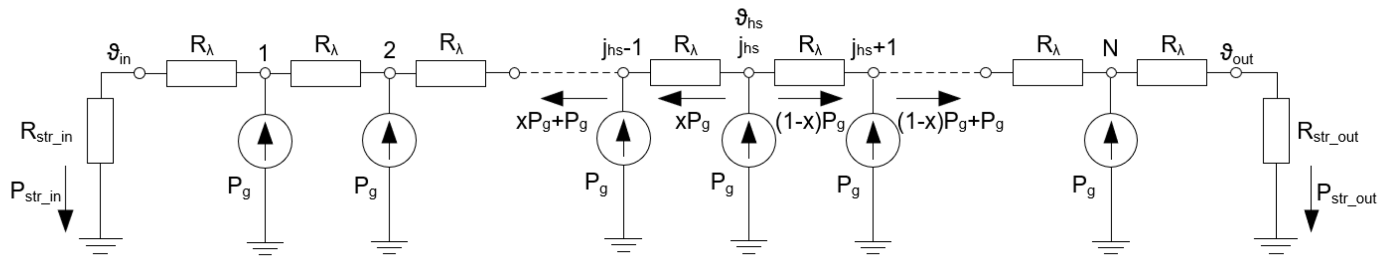
$$\cos\gamma_i = \frac{x_b}{R} = \frac{x_b}{\sqrt{z_i^2 + x_b^2 + (y_b - y_i)^2}} \tag{1.4}$$

Сада је комбиновањем израза (1.1), (1.2), (1.3) и (1.4) могуће написати коначан израз за израчунавање фактора виђења између правоугаоних површи i и j:

$$F_{ij} = \frac{1}{{}^{L}/_{8}\cdot H}\int_{z_i=(i-1)\frac{L}{8}}^{z_i=i\frac{L}{8}}\int_{y_i=0}^{y_i=H}\int_{y_b=0}^{y_b=H}\int_{x_b=0}^{x_b=b}\frac{z_i\cdot x_b}{\pi(z_i^2 + x_b^2 + (y_b - y_i)^2)^2}dx_b dy_b dy_i dz_i \tag{1.5}$$

где је i = 1, 2, … 8.

2. Задатак



Како услови хлађења спољашње и унутрашње површи намотаја нису симетрични, разликоваће се и снаге којима се топлота кроз ове површи струјањем предаје амбијенту, а позиција најтоплије тачке неће бити на средини (j_{hs}):

$$P_{str,in} = xP_\gamma + (j_{hs} - 1)P_\gamma = (j_{hs} + x - 1)P_\gamma \tag{2.1}$$

$$P_{str,out} = (1-x)P_\gamma + (N - j_{hs})P_\gamma = (N - j_{hs} - x + 1)P_\gamma \tag{2.2}$$

Површине површи потребне за израчунавање топлотних отпорности су:

$$S = \pi(D_u + N\delta_{Al} + (N+1)\delta_i)H = 0{,}9244m^2 \tag{2.3}$$

$$S_{in} = \pi D_u H = 0{,}8553m^2 \tag{2.4}$$

$$S_{out} = \pi(D_u + 2N\delta_{Al} + 2(N+1)\delta_i)H = 0{,}9935m^2 \tag{2.5}$$

Топлотни отпор преносу топлоте провођењем кроз слој изолације је:

$$R_\lambda = \frac{1}{\lambda}\frac{\delta_i}{S} = 3{,}3175 \cdot 10^{-4}\frac{K}{W} \tag{2.6}$$

Топлотни отпор преносу топлоте струјањем са граничних површи намотаја је:

$$R_{str,in} = \frac{1}{\alpha_u S_{in}} = 0{,}1949\frac{K}{W} \tag{2.7}$$

$$R_{str,out} = \frac{1}{\alpha_s S_{out}} = 0{,}1007\frac{K}{W} \tag{2.8}$$

Температуре граничних површи су:

$$\vartheta_{in} = \vartheta_a + P_{str,in} \cdot R_{str,in} \tag{2.9}$$

$$\vartheta_{out} = \vartheta_a + P_{str,out} \cdot R_{str,out} \tag{2.10}$$

Сада је могуће написати изразе за температуру најтоплије тачке и то на два начина, крећући се од спољашње граничне површи ка најтоплијој тачки и крећући се од унутрашње граничне површи ка најтоплијој тачки:

$$\vartheta_{hs} = \vartheta_{in} + \sum_{j=1}^{j_{hs}} R_\lambda P_j \tag{2.11}$$

$$\vartheta_{hs} = \vartheta_{out} + \sum_{j=j_{hs}}^{N} R_\lambda P_j \tag{2.12}$$

Изједначавањем израза (2.11) и (2.12) уз уважавање израза (2.9) и (2.10) добијамо:

$$\vartheta_a + P_{str,in} \cdot R_{str,in} + \sum_{j=1}^{j_{hs}} R_\lambda P_j = \vartheta_a + P_{str,out} \cdot R_{str,out} + \sum_{j=j_{hs}}^{N} R_\lambda P_j \tag{2.13}$$

$$P_{str,in} \cdot R_{str,in} - P_{str,out} \cdot R_{str,out} = R_\lambda \left[\sum_{j=j_{hs}}^{N} P_j - \sum_{j=1}^{j_{hs}} P_j\right] \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned} &(j_{hs} + x - 1)P_\gamma \cdot R_{str,in} - (N - j_{hs} - x + 1)P_\gamma \cdot R_{str,out} \\ &= R_\lambda \Big[\Big[(1-x)P_\gamma + \big((1-x)P_\gamma + P_\gamma\big) + \big((1-x)P_\gamma + 2P_\gamma\big) + \dots + \big((1-x)P_\gamma + (N - j_{hs})P_\gamma\big)\Big] \\ &- \big[xP_\gamma + \big(xP_\gamma + P_\gamma\big) + \big(xP_\gamma + 2P_\gamma\big) + \dots + \big(xP_\gamma + (j_{hs} - 1)P_\gamma\big)\big]\Big] \end{aligned} \tag{2.15}$$

Заменом бројних вредности за број навојака (N=119) и вредности дела снаге губитака у најтоплијем навојку који се одводи ка унутрашњој површини намотаја (x=0,7894) и сумирањем одговарајућих низова добија се:

$$\begin{aligned} &(j_{hs} + x - 1)R_{str,in} - (N - j_{hs} - x + 1)R_{str,out} \\ &= R_\lambda \left[\left[(1-x)(N - j_{hs} + 1) + \frac{(N - j_{hs})(N - j_{hs} + 1)}{2}\right] - \left[j_{hs}x + \frac{j_{hs}(j_{hs} - 1)}{2}\right]\right] \end{aligned} \tag{2.16}$$

$$(j_{hs} - 0{,}2106)R_{str,in} - (119{,}2106 - j_{hs})R_{str,out} = R_\lambda(7165{,}272 - 121 \cdot j_{hs}) \tag{2.17}$$

Решавањем једначине (2.17) добијамо вредност $j_{hs} = 42{,}9627$. Одавде следи да је најтоплији 43. навојак. Сада заменом ове вредности у изразе (2.9), (2.10) и (2.11) добијамо вредности температура граничних површи и најтоплије тачке:

$$\vartheta_{in} = 103{,}397℃ \tag{2.18}$$

$$\vartheta_{out} = 96{,}744℃ \tag{2.19}$$

$$\vartheta_{hs} = 106{,}505℃ \tag{2.20}$$

3. Задатак

Површинска густина снаге провођења рачуна се по формули:

$$\vec{q}_s = -\lambda \cdot grad\vartheta = -\lambda \cdot \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\vec{\imath}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varphi}\vec{\imath}_\varphi + \frac{\partial\vartheta}{\partial x}\vec{\imath}_x\right) \tag{3.1}$$

Пошто се температуре ребра мења само дуж x-осе тј. важи $\vec{q}_s = \vec{q}_s(x) = const(r,\varphi)$, израз (3.1) се своди на:

$$\vec{q}_{s,x} = -\lambda \cdot \frac{\partial\vartheta}{\partial x}\vec{\imath}_x \tag{3.2}$$

Флукс вектора површинске густине снаге кроз површ пречника $D(x)$:

$$q(x) = \vec{q}_{s,x} \cdot \vec{S}(x) = q_{s,x} \cdot \vec{\imath}_x \cdot \vec{\imath}_x \cdot S(x) = -\lambda \cdot \frac{(D_0 + a \cdot x)^2\pi}{4} \cdot \frac{d\vartheta}{dx} \tag{3.3}$$

Диференцирањем по x координати израза (3.3) добија се израз за биланс снаге провођења на делићу ребра, на одстојању x од координатног почетка, и дебљине dx:

$$\frac{dq(x)}{dx} = -\frac{\lambda\pi}{4}\left[2 \cdot (D_0 + a \cdot x) \cdot a \cdot \frac{d\vartheta}{dx} + (D_0 + a \cdot x)^2 \cdot \frac{d^2\vartheta}{dx^2}\right] \tag{3.4}$$

Са површине, овог истог, делића постоји одвођење топлоте струјањем:

$$dq_{str}(x) = \alpha \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \cdot \pi\,(D_0 + a \cdot x) \cdot dx \tag{3.5}$$

Израз за биланс снаге на овом делићу гласи:

$$dq_{str}(x) = -dq(x) \tag{3.6}$$

Заменом израза (3.4) и (3.5) у израз (3.6) добија се тражена диференцијална једначина:

$$\alpha \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \cdot= \frac{\lambda\pi}{4}\left[2 \cdot\cdot a \cdot \frac{d\vartheta}{dx} + (D_0 + a \cdot x) \cdot \frac{d^2\vartheta}{dx^2}\right] \tag{3.7}$$

која се компактније може записати као:

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} + A \cdot \frac{d\vartheta}{dx} + B \cdot \vartheta(x) + C = 0 \tag{3.8}$$

где су A, B и C:

$$A = \frac{2 \cdot a}{D_0 + a \cdot x} \tag{3.9}$$

$$B = -\frac{4 \cdot \alpha}{\lambda \cdot (D_0 + a \cdot x)} \tag{3.10}$$

$$C = \frac{4 \cdot \alpha \cdot \vartheta_a}{\lambda \cdot (D_0 + a \cdot x)} \tag{3.11}$$

Гранични услови:

$$\vartheta(x = 0) = \vartheta_b \tag{3.12}$$

$$-\lambda\frac{d\vartheta}{dt}(x = L) = \alpha \cdot (\vartheta(x = L) - \vartheta_a) \tag{3.13}$$

Уколико је познат начин промене температуре дуж ребра ($\vartheta(x)$), укупна снага која се са ребра одводи струјањем рачуна се као:

$$q_{uk} = -\lambda \cdot \frac{{D_0}^2\pi}{4} \cdot \frac{d\vartheta}{dt}(x = 0) \tag{3.14}$$

Ефикасност ребра за хлађење дефинише се као однос снаге којом се топлота односи са реалног ребра и снаге којом би се топлота односила са површи омотача цилиндричног ребра за хлађење чија би температура била ϑ_b:

$$\eta = \frac{q_{uk}}{\alpha S_{rebra}(\vartheta_b - \vartheta_a)} \tag{3.15}$$

где је S_{rebra}:

$$\begin{aligned} S_{rebra} &= \int_{x=0}^{L} dS + \frac{(D_0 + a \cdot L)^2\pi}{4} = \int_{x=0}^{L} (D_0 + a \cdot x) \cdot \pi \cdot dx + \frac{(D_0 + a \cdot L)^2\pi}{4} \\ &= \pi\left(D_0 L + \frac{aL^2}{2}\right) + \frac{(D_0 + a \cdot L)^2\pi}{4} \end{aligned} \tag{3.16}$$

4. Задатак

Предавања часови 7-9.

Површинска густина снаге зрачења сивог тела рачуна се на основу Штефан-Болцмановог закона:

$$q_s^{st} = \varepsilon \sigma_c T^4 \tag{4.1}$$

где је:

- ε - коефицијент емисивности сивог тела,
- σ_c =5.67 · 10^{-8} W/(m^2K^4) – Штефан - Болцманова константа и
- T – апсолутна температура сивог тела (К).

$$q_s^{st} = 0.7 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (800 + 273.15)^4 = 52.64\ kW/m^2 \tag{4.2}$$

Јачина зрачења идеалног сивог тела у правцу нормале се може одредити као

$$J_0 = \frac{q_s^{st}}{\pi} = 16.76\ kW/srad \tag{4.3}$$

А на основу Ламбертовог закона се долази до јачине зрачења у задатом правцу

$$J_{30} = J_0 \cdot cos 30° = 14.51\ kW/srad \tag{4.4}$$

5. Задатак

Предавања часови 25 – 27 стр. 4.

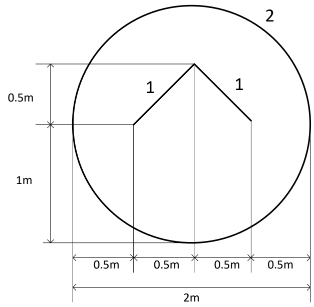
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 3. 7. 2020.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић
Максимални број поена који се може добити на сваком од питања је 2.

1. Израчунати фактор виђења површи 2 (бесконачно дугачак цилиндар пречника 2m) са површи 1 (два бесконачно дуга правоугаоника странице $0.5 \cdot \sqrt{2}$ m).



2. Написати израз за промену температуре дуж ребра за хлађење ослоњеног на тело са кога се топлота одводи снагом P. Површина попречног пресека ребра износи S, а његов обим O. Дужина ребра износе L, а специфична топлотна проводност λ. Коефицијент преласка топлоте струјањем на омотачу ребра има вредност α_1, а на базису α_2. Користити тачан гранични услов на базису ребра који се хлади. Занемарити компоненту хлађења ребра зрачењем. Позната је вредност температуре амбијента (ваздуха) ϑ_a.

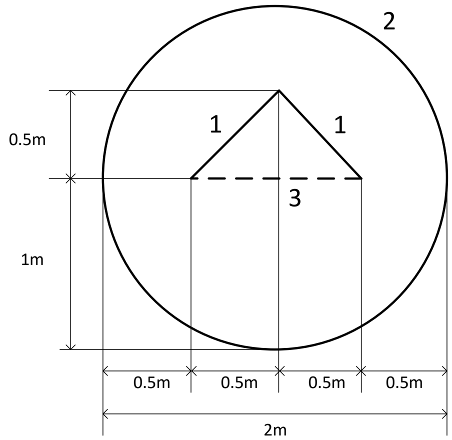
3. Посматрајмо зид трансформаторског суда сачињен од гвожђа дебљине $\delta_{Fe} = 8$ mm са чије је унутрашње стране нанет слој фарбе дебљине $\delta_{fu} = 0.1$ mm, а са спољашње слој цинка дебљине $\delta_{Zn} = 0.08$ mm и слој фарбе дебљине $\delta_{fs} = 0.15$ mm. Специфична топлотна проводност фарбе износи $\lambda_f = 0.2 \frac{W}{m \cdot K}$ и много је мања од вредности за гвожђе и цинк. Коефицијент преласка топлоте струјањем према уљу температуре $\vartheta_u = 70°C$ износи $\alpha_u = 65 \frac{W}{m^2 \cdot K}$, а према амбијенталном ваздуху температуре $\vartheta_a = 20°C$ износи $\alpha_a = 5 \frac{W}{m^2 \cdot K}$. За три ситуације у погледу загревања зида услед расутог магнетског флукса потребно је одредити: а) Снагу хлађења уља преко зида у случају да у зиду не постоји генерисање топлоте. б) Граничну површинску густину снаге генерисања топлоте у зиду при којој уље престаје да се хлади и почиње да се загрева. в) Површинску густину снаге генерисања топлоте у зиду при којој површ која је у додиру са уљем достиже 100°C?

4. Приказати дијаграм промене температуре у трансформатору - уља у намотајима, уља у радијатору и намотаја, укључујући и најтоплију тачку намотаја. Приказ дати за трансформатор са два намотаја различитих висина (почетак намотаја се налази на истој висини), различитих губитака и протока уља (различити су и вертикални градијенти температура) у сваком од њих, различитих градијената температуре намотај – уље у намотају и различитих фактора најтоплије тачке. До мешања уља из намотаја долази на координати висине вишег намотаја. На слици квалитативно приказати промене које настају уколико би проток уља кроз један намотај за ΔQ био већи, а кроз други намотај за за ΔQ мањи од претпостављеног. Сматрати да се при промени протока за ΔQ не мењају температура уља на уласку у намотаје, као ни температура помешаног уља (температура у термометарском џепу). Такође, сматрати да се не мењају ни следеће вредности за сваки од намотаја: губици, разлика средње температуре намотаја и уља у намотају и фактор најтоплије тачке намотаја.

5. Једножилни кабл површине попречног пресека бакра S_{Cu} = 95 mm^2 (специфична електрична проводност бакра на 20°C је $\sigma_{20\,Cu}$ =56·10^6 S/m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности бакра са температуром износи α_{Cu20} =4.29·10^{-3}°C^{-1}) са PVC изолацијом дебљине изолације d_{iz} = 1 mm (топлотна специфична проводност λ_{PVC} = 0.16 W/(m K)). Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл за два случаја: а) кабл је положен директно у тло специфичне топлотне отпорности ρ_z = 2.5 (m K)/W и температуре ϑ_{tlo}=15°C, б) кабл се налази у ваздуху (коефицијент преласка топлоте струјањем са површине кабла на ваздух температуре ϑ_{vazd}=20°C је α = 7 W/(m^{2}K)). Дозвољена температура PVC изолације износи ϑ_{doz}=70°C. При израчунавању сматрати да се као "референтна земља", на којој је температура земље једнака ϑ_{tlo}, може узети цилиндар ваљка пречника D_{ref}=1000 mm. Израз за градијент температуре у цилиндричном координатном систему гласи $grad\vartheta = \frac{\partial\vartheta}{\partial r}\vec{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varphi}\vec{i}_\varphi + \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\vec{i}_z$.

1. Задатак

Пошто су површи 1 и 2 бесконачно дуге, могу се занемарити ефекти крајева на вредности фактора виђења. Како би одредили вредност фактора виђења површи 2 са површи 1, допунићемо површ 1 са површи 3 (видети слику испод) тако да добијемо затворену површ чији је попречни пресек једнакокраки правоугаони троугао (ову површ означићемо са 1').



Слика 1

На овај начин добија се затворени систем од две површи (1' и 2) за које важи следећи израз:

$$F_{1'1'} + F_{1'2} = 1 \tag{1.1}$$

Из чињенице да целокупно зрачење са тела 1' стиже до тела 2, следи $F_{1'2} = 1$ и $F_{1'1'} = 0$. Сада је могуће одредити вредност фактора виђења $F_{21'}$ као:

$$F_{21'} = \frac{S_{1'}}{S_2} \cdot F_{1'2} = \frac{\left(2 \cdot 0.5 \cdot \sqrt{2} + 1\right) \cdot L}{2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot L} \cdot 1 = 0{,}3842 \tag{1.2}$$

Имајући у виду облике површи 1 и 1', може се написати

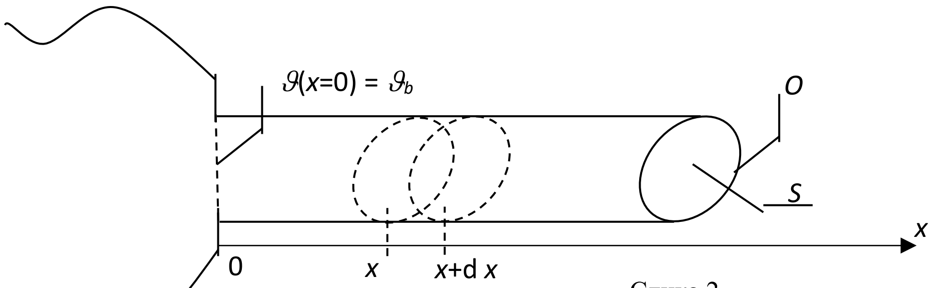
$$F_{21} = F_{21'} = 0{,}3842 \tag{1.3}$$

Коначно, могуће је одредити и тражени фактор виђења:

$$F_{12} = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_{21} = \frac{2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot L}{2 \cdot 2 \cdot 0.5 \cdot \sqrt{2} \cdot L} \cdot 0{,}3842 = 0{,}8536 \tag{1.4}$$

2. Задатак

Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра, дужине d*x*, на растојању *x* од тела на које је ребро ослоњено (слика 2) гласи:



Слика 2

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \tag{2.1}$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе *x* (на месту *x*), а $dq_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине d*x*. Зависност снаге провођења од координате *x* гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \tag{2.2}$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати *x*, једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \tag{2.3}$$

Израз (2.3) важи само за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \alpha_1 \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{2.4}$$

Уврштавањем у једначину (2.1) израза за диференцијал функције (2.3) и снаге преноса топлоте струјањем (2.4), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \alpha_1 \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{2.5}$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\alpha_1 \cdot O}{\lambda \cdot S} \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{2.6}$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент преласка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a \tag{2.7}$$

где је m параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{\alpha_1 \cdot O}{\lambda \cdot S} \tag{2.8}$$

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалних једначина се одређују на основу граничних услова за два базиса ребра за хлађење.

1. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра која је ослоњена на тело:

$$P = -\lambda \cdot S \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0} \tag{2.9}$$

2. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L$), који је у додиру са расхладним флуидом, температуре ϑ_a, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем са базиса на флуид α_2. Прецизан исказ другог граничног услова гласи:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=L} = \alpha_2(\vartheta(x = L) - \vartheta_a) \tag{2.10}$$

Заменом израза (2.7) у (2.9), односно (2.7) у (2.10) добија се:

$$-\lambda \cdot S \cdot (C_1 \cdot m \cdot e^{m\cdot 0} - C_2 \cdot m \cdot e^{-m\cdot 0}) = P \tag{2.11}$$

$$-\lambda \cdot (C_1 \cdot m \cdot e^{m\cdot L} - C_2 \cdot m \cdot e^{-m\cdot L}) = \alpha_2(C_1 e^{m\cdot L} + C_2 e^{-m\cdot L} + \vartheta_a - \vartheta_a) \tag{2.12}$$

Из једначине (2.11) се долази до:

$$C_2 = \frac{P}{\lambda S m} + C_1 \tag{2.13}$$

Заменом израза (2.13) у израз (2.12) добија се:

$$-\lambda m \cdot \left(C_1 e^{mL} - \frac{P}{\lambda S m} \cdot e^{-mL} - C_1 e^{-mL}\right) = \alpha_2 (C_1 e^{mL} + \frac{P}{\lambda S m} \cdot e^{-mL} + C_1 e^{-mL}) \tag{2.14}$$

$$-\lambda m C_1 \cdot (e^{mL} - e^{-mL}) + \frac{P}{S} \cdot e^{-mL} = \alpha_2 C_1 \cdot (e^{mL} + e^{-mL}) + \frac{P\alpha_2}{\lambda S m} \cdot e^{-mL} \tag{2.15}$$

$$2\alpha_2 C_1 \cdot \cosh(mL) + 2\lambda m C_1 \cdot \sinh(mL) = \frac{P}{S} \cdot e^{-mL} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_2}{\lambda m}\right) \tag{2.16}$$

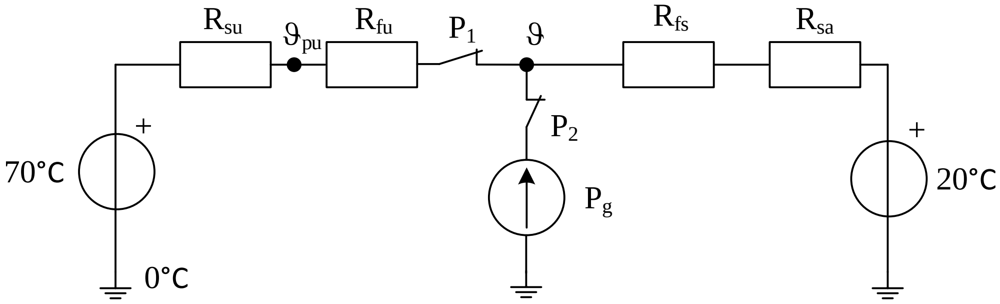
$$C_1 = \frac{\frac{P}{S} \cdot e^{-mL} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_2}{\lambda m}\right)}{2(\alpha_2 \cdot \cosh(mL) + \lambda m \cdot \sinh(mL))} \tag{2.17}$$

Коначно, заменом израза (2.17) у израз (2.13) добија се вредност коефицијента C_2

$$C_2 = \frac{P}{\lambda S m} + \frac{\frac{P}{S} \cdot e^{-mL} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_2}{\lambda m}\right)}{2(\alpha_2 \cdot \cosh(mL) + \lambda m \cdot \sinh(mL))} \tag{2.18}$$

3. Задатак

Одговарајућа топлотна шема приказана је на слици 3:



Слика 3

R_{fu} - топлотни отпор преносу топлоте провођењем кроз унутрашњи слој фарбе
R_{fs} - топлотни отпор преносу топлоте провођењем кроз спољашњи слој фарбе
R_{su} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка уљу
R_{sa} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка ваздуху (амбијенту)
P_g - снага загревања зида (гвожђе дебљине 8mm)
ϑ_{pu} - температура површи унутрашње стране зида

Вредности параметара топлотне шеме могу се одредити на следећи начин:

$$R_{fu} = \frac{\delta_{fu}}{\lambda_f S} = 0.0005/S \tag{3.1}$$

$$R_{fs} = \frac{\delta_{fs}}{\lambda_f S} = 0.00075/S \tag{3.2}$$

$$R_{su} = \frac{1}{\alpha_u S} = 0.01538/S \tag{3.3}$$

$$R_{sa} = \frac{1}{\alpha_u S} = 0.2/S \tag{3.4}$$

$$P_g = p_g S \tag{3.5}$$

a) Снага хлађења уља преко зида у случају да у зиду не постоји генерисање топлоте одговара ситуацији приказаној на слици 3 при отвореном прекидачу P_2:

$$p_{hl} = \frac{\vartheta_u - \vartheta_a}{(R_{su} + R_{fu} + R_{fs} + R_{sa})S} = \frac{70 - 20}{0.01538 + 0.0005 + 0.00075 + 0.2} = 230\ W/m^2 \tag{3.6}$$

b) Гранична вредност површинске густине снаге генерисања топлоте у зиду при којој уље престаје да се хлади и почиње да се загрева се одређује из услова да температура гвожђа (ϑ) постане једнака температури уља ($\vartheta = \vartheta_{gr} = 70$°C). Овом случају одговара ситуација на слици 3 у којој је прекидач P_1 отворен, а прекидач P_2 затворен. При овим условима, површинска снага генерисања топлоте у зиду износи:

$$p_{g,b} = \frac{\vartheta_{gr} - \vartheta_a}{(R_{fs} + R_{sa})S} = \frac{70 - 20}{0.00075 + 0.2} = 249{,}07\ W/m^2 \tag{3.7}$$

c) Површинска густина снаге генерисања топлоте у зиду при којој површ која је у додиру са уљем достиже 100°C ($\vartheta_{pu} = 100$°C) се одређује на следећи начин. Пошто је температура унутрашње површи зида већа од температуре уља, снага генерисања топлоте у зиду је већа од вредности одређене у случају под b) тј. уље се додатно загрева од зида. Прво је потребно одредити вредност снаге којом се топлота струјањем одводи са зида на уље:

$$p_{us} = \frac{\vartheta_{pu} - \vartheta_u}{R_{su} S} = \frac{100 - 70}{0.01538} = 1950.59\ W/m^2 \tag{3.8}$$

Сада је могуће одредити вредност температуре гвозденог зида:

$$\vartheta = \vartheta_u + (R_{fu}S + R_{su}S)\, p_{us} = 70 + (0.0005 + 0.01538) \cdot 1950.59 = 100.98℃ \tag{3.9}$$

Коначно, снага површинске густине генерисања топлоте у зиду се одређује као збир снаге којом се топлота струјањем одводи са унутрашње површине зида (израз (3.9)) и снаге којом се топлота струјањем одводи са спољашње површине зида (ка амбијенту):

$$p_{g,c} = p_{us} + \frac{\vartheta - \vartheta_a}{(R_{fs} + R_{sa})S} = 1950.59 + \frac{100.98 - 20}{0.00075 + 0.2} = 2353.97\ W/m^2 \tag{3.10}$$

4. Задатак

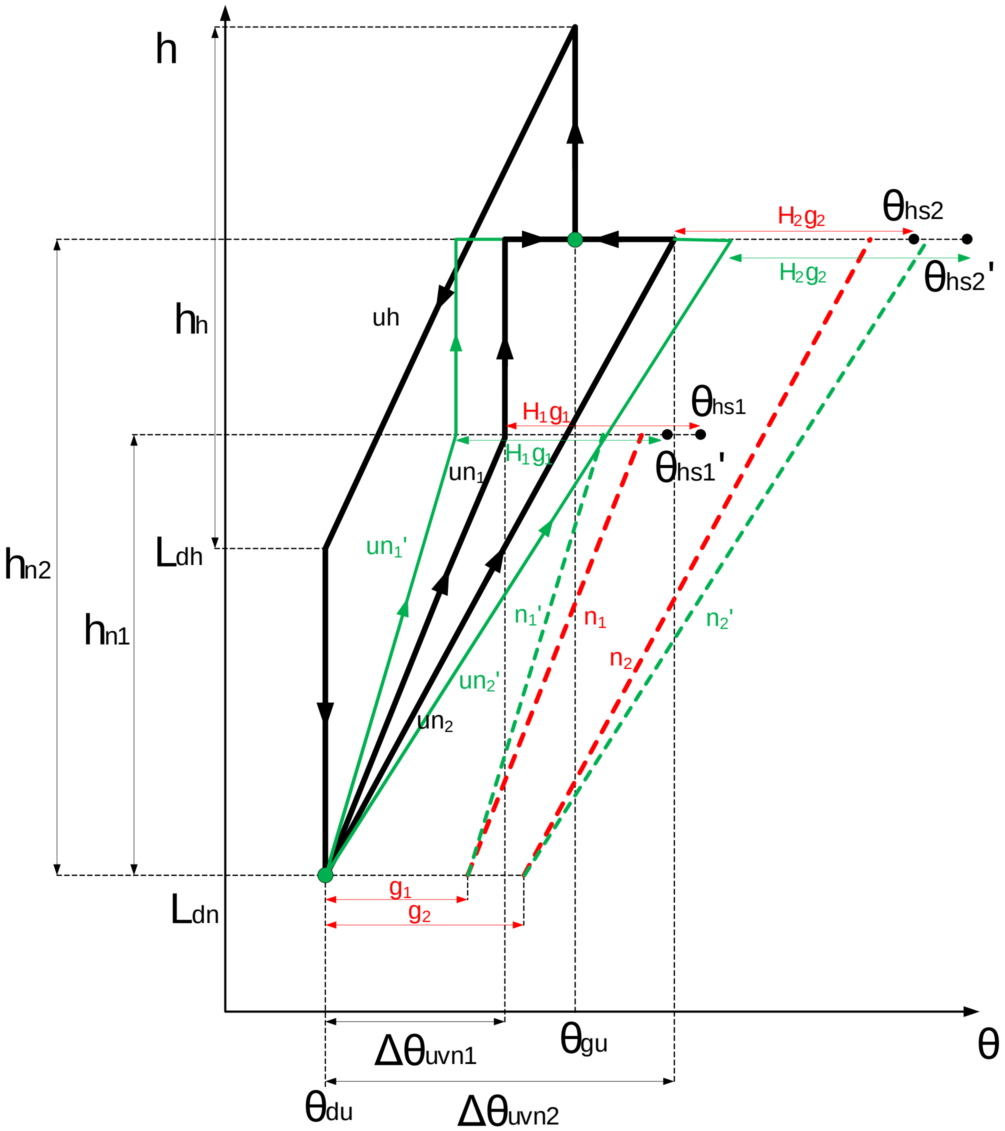
На слици 2.1, црним и црвеним линијама, приказан је дијаграм промене температуре у трансформатору за неке претпостављене вредности протока уља кроз намотаје (протоци су такви да се разликују порасти температура уља у намотајима). Према услову задатка, при разматрању ефекта промене протока (вредност једног протока (нпр. кроз први намотај) се повећава за ΔQ, а другог смањује за ΔQ), сматра се да се температура помешаног уља (температура у термометарском џепу) и температура уља на уласку у намотаје не мењају. Ове температуре су на дијаграму (слика 2) приказане као зелене тачке. Такође, по услову задатка, задржавају се и вредности разлике средње температуре намотаја и средње температуре уља у намотају (g_i), као и фактора најтоплије тачке.

Градијент уља по висини сваког од намотаја пропорционалан је са снагом губитака (по услову задатка снага губитака је иста у оба случаја), а обрнуто пропорционалан протоку, па важи (за случај повећања протока кроз први и смањења протока кроз други намотај):

$$\frac{\Delta\theta'_{uvn1}}{\Delta\theta_{uvn1}} = \frac{Q_1}{Q'_1} = \frac{Q_1}{Q_1 + \Delta Q} < 1 \qquad (4.1)$$

$$\frac{\Delta\theta'_{uvn2}}{\Delta\theta_{uvn2}} = \frac{Q_2}{Q'_2} = \frac{Q_2}{Q_2 - \Delta Q} > 1 \qquad (4.2)$$

Промене које настају због промене протока приказане су на дијаграму зеленим линијама. При конструкцији су уважени усови задатка: $g_1' = g_1$, $H_1' = H_1$, $g_2' = g_2$, $H_2' = H_2$.



Слика 4.1

5. Задатак

Пречник бакарног проводника износи

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10.998 \approx 11mm, \tag{5.1}$$

па је спољашњи пречник једножилног кабла:

$$D_s = D_u + 2\delta_{iz} = 11 + 2 = 13mm \tag{5.2}$$

У граничном случају, при дозвољеној једносмерној струји, температура бакарног проводника једнака је 70℃, па вредност подужне електричне отпорности бакра износи:

$$R_{Cu}^{70℃} = \frac{1}{\sigma \cdot S}\big(1 + \alpha(70℃ - 20℃)\big) = \frac{1}{56 \cdot 95}(1 + 4.29 \cdot 10^{-3} \cdot 50) = 2.28 \cdot 10^{-4}\Omega m \tag{5.3}$$

У стационарном топлотном стању сва топлота која настаје као последица Џулових губитака у бакарном проводнику одводи се, преко PVC изолације, у околину (у случају под а) провођењем ка околном тлу, а у случају под b) струјањем ка околном ваздуху). Ово стање описује се следећом једначином:

$$R_{Cu}^{70℃} \cdot I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_{okoline}}{R_l^T} \tag{5.4}$$

Одакле се једноставно добија израз помоћу којег је могуће прорачунати вредност дозвољене једносмерне струје кроз једножилни кабл:

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_{okoline}}{R_{Cu}^{70℃} \cdot R_l^T}} \tag{5.5}$$

Вредност подужне топлотне отпорности износи:

а) уколико је кабл положен у земљу важи:

$$R_l^T = R_{prov,PVC}^T + R_{prov,tlo}^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) + \frac{\rho_z}{2\pi} ln\left(\frac{D_{ref}}{D_s}\right) = 1{,}8941\ Km/W \tag{5.6}$$

b) уколико се кабл налази у ваздуху:

$$R_l^T = R_{prov,PVC}^T + R_{str}^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) + \frac{1}{\alpha D_s \pi} = 3{,}6641\ Km/W \tag{5.7}$$

Заменом вредности топлотне отпорности (изрази (5.6) и (5.7)) у израз (5.5), при чему је у случају под а) $\vartheta_{okoline} = \vartheta_{tlo} = 15℃$, а у случају под b) $\vartheta_{okoline} = \vartheta_{vazd} = 20℃$, добијају се дозвољене вредности једносмерне струје:

$$I_a = 356{,}87\ A \tag{5.8}$$

$$I_b = 244{,}64\ A \tag{5.9}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

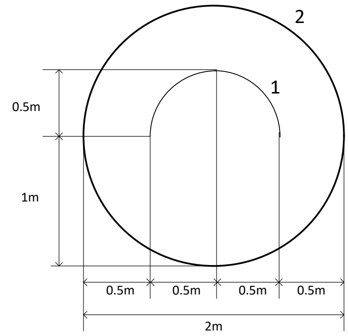
Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 26. 8. 2020.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић
Максимални број поена који се може добити на сваком од питања је 2.

1. Написати скуп алгебарских једначина чијим се решавањем може одредити температура тела које се хлади ребром за хлађење, при чему је снага одвођења топлоте P. Ребро се састоји од два дела. Попречни пресек у оба дела износи S, а обим попречног пресека у оба дела O. Дужине делова износе L_1 и L_2, а специфична електрична проводност λ_1 и λ_2. Сматрати да коефицијент преласка топлоте струјањем има константну вредност на свим додирним површима са ваздухом. Занемарити компоненту хлађења ребра зрачењем. Позната је вредност температуре амбијента (ваздуха) ϑ_a.

2. Израчунати фактор виђења површи 2 (бесконачно дугачак цилиндар пречника 2m) са површи 1 (бесконачно дуг полукружни цилиндар полупречника 0.5 m).



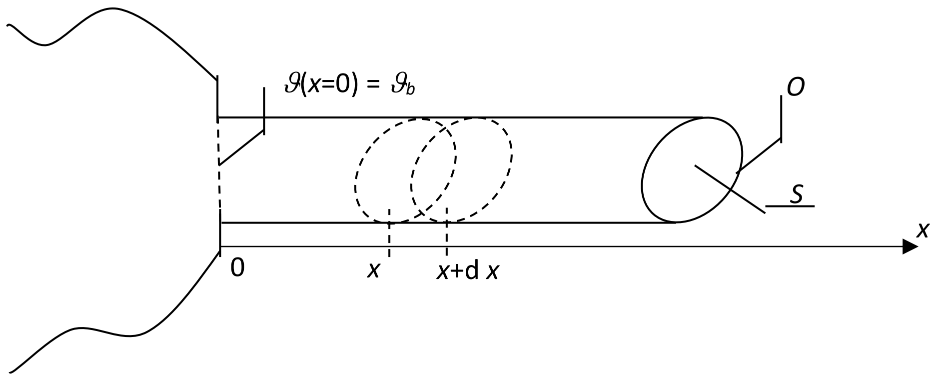
3. Нацртати расподелу јачине зрачења (поларни дијаграм) идеалног црног тела температуре површи 600^0C. Колика треба да буде температура идеалног сивог тела емисивности 0.7 да би поларни дијаграм његове расподеле зрачења био исти.

4. Одредити дозвољену једносекундну једносмерну струју кратког споја (I_{1sdoz}) голих проводника од бакра/алуминијума површине кружног попречног пресека 95 mm^2 ако је максимална дозвољена температура изолације 180 °C, а кратак спој настаје при номиналном оптерећењу (температура 100°C). Температура амбијента износи 30°C. Познате су карактеристике бакра/алуминијума: c_{Cu} /c_{Al}=385/903 J/(kg ^{0}C), ρ_{Cu}/ρ_{Al}=8933/2702 kg/m^3, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\ Cu}/\sigma_{20\ Al}$ =56/37.7×10^6 S / m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20}/\alpha_{Al20}$ =4.29/3.86×10^{-3}°C^{-1}. Колика је разлика у израчунатој струји уколико се сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски и ако се уважи хлађење струјањем са спољње површи омотача, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем константан и износи α=10W/(m^2 K). При прорачуну снаге генерисања топлоте узети у обзир температурну промену електричне проводности; може се сматрати да струја кратког споја има константну вредност.

5. За одређивање параметара топлотних шема које описују термичко понашање трансформатора током рада на мрежи потребно је применити методе за естимацију параметара. Улазни скуп података за нумерички поступак естимације представља промена температуре у усвојеним карактеристичним тачкама придруженим чворовима током огледа загревања. Која су два начина да се дође до карактеристичне температуре намотаја у случају да се усвоји да то буде температуре најтоплије тачке намотаја?

1. Задатак

Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра, дужине d*x*, на растојању *x* од тела на које је ребро ослоњено (слика 1) гласи:



Слика 1

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \tag{1.1}$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе *x* (на месту *x*), а $dq_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине d*x*. Зависност снаге провођења од координате *x* гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \tag{1.2}$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати *x*, једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \tag{1.3}$$

Израз (1.3) важи само за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине d*x* је

$$dq_{strujanja} = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{1.4}$$

Уврштавањем у једначину (1.1) израза за диференцијал функције (1.3) и снаге преноса топлоте струјањем (1.4), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \alpha \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{1.5}$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{1.6}$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент прелаcка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a \tag{1.7}$$

где је *m* параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda \cdot S} \tag{1.8}$$

Опште решење (1.7) важи за оба дела ребра, при чему је вредност параметра *m* различита за први и други део:

1.) За део изграђен од материјала топлотне отпорности λ_1:

$$\vartheta_1(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a \tag{1.9}$$

$$m^2 = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda_1 \cdot S} \tag{1.10}$$

за $x \in [0, L_1]$.

2.) За део изграђен од материјала топлотне отпорности λ_2:

$$\vartheta_2(x) = C_3 e^{nx} + C_4 e^{-nx} + \vartheta_a \tag{1.11}$$

$$n^2 = \frac{\alpha \cdot O}{\lambda_2 \cdot S} \tag{1.12}$$

за $x \in (L_1, L_1 + L_2]$.

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалних једначина се одређују на основу граничних услова за базисе на почетку и крају ребра за хлађење и из граничних услова на додирној површи два дела ребра различите топлотне проводности.

3. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра која је ослоњена на тело:

$$P = -\lambda_1 \cdot S \cdot \left(\frac{d\vartheta_1}{dx}\right)_{x=0} \tag{1.13}$$

4. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L_1 + L_2$), који је у додиру са расхладним флуидом, температуре ϑ_a, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем са базиса на флуид α. Прецизан исказ другог граничног услова гласи:

$$-\lambda_2 \cdot \left(\frac{d\vartheta_2}{dx}\right)_{x=L_1+L_2} = \alpha \cdot (\vartheta_2(x = L_1 + L_2) - \vartheta_a) \tag{1.14}$$

5. Трећи гранични услов се добија из једнакости температура на споју два материјала:

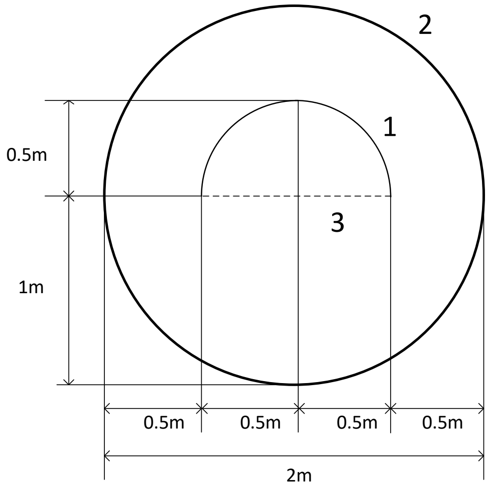
$$\vartheta_1(x = L_1^-) = \vartheta_2(x = L_1^+) \tag{1.15}$$

6. Четврти гранични услов се добија из једнакости снага преноса ка (у делу са λ_1) и од (у делу са λ_2) додирног слоја два материјала:

$$-\lambda_1 \left(\frac{d\vartheta_1}{dx}\right)_{x=L_1^-} = -\lambda_2 \left(\frac{d\vartheta_2}{dx}\right)_{x=L_1^+} \tag{1.16}$$

<u>2. Задатак</u>

Пошто су површи 1 и 2 бесконачно дуге, могу се занемарити ефекти крајева на вредности фактора виђења. Како би одредили вредност фактора виђења површи 2 са површи 1, допунићемо површ 1 са површи 3 (видети слику испод) тако да добијемо затворену површ (ову површ означићемо са 1').



Слика 2

На овај начин добија се затворени систем од две површи (1' и 2) за које важи следећи израз:

$$F_{1'1'} + F_{1'2} = 1 \tag{2.1}$$

Из чињенице да целокупно зрачење са тела 1' стиже до тела 2, следи $F_{1'2} = 1$ и $F_{1'1'} = 0$. Сада је могуће одредити вредност фактора виђења $F_{21'}$ као:

$$F_{21'} = \frac{S_{1'}}{S_2} \cdot F_{1'2} = \frac{(0{,}5 \cdot \pi + 1) \cdot L}{2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot L} \cdot 1 = 0{,}4092 \tag{2.2}$$

Имајући у виду облике површи 1 и 1', може се написати

$$F_{21} = F_{21'} = 0{,}4092 \tag{2.3}$$

Коначно, могуће је одредити и тражени фактор виђења:

$$F_{12} = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_{21} = \frac{2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot L}{2 \cdot 0.5 \cdot \pi \cdot L} \cdot 0{,}4092 = 0{,}8184 \tag{2.4}$$

<u>3. Задатак</u>

Површинска густина снаге зрачења са површи извора износи:

$$q_c = \sigma_c \mathrm{T}_c^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (600 + 273.15)^4 = 32956.3 \frac{W}{m^2} \tag{3.1}$$

Јачина зрачења по јединици површине извора у правцу нормале на површ извора износи (видети задатак 18 из збирке):

$$I_{n,S} = \frac{q_c}{\pi} = 10490.32 \frac{W}{m^2 srad} \tag{3.2}$$

Пошто идеално црно тело зрачи дифузионо, јачина зрачења у произвољном правцу који са нормалом на површ извора заклапа угао φ, дата је следећим изразом:

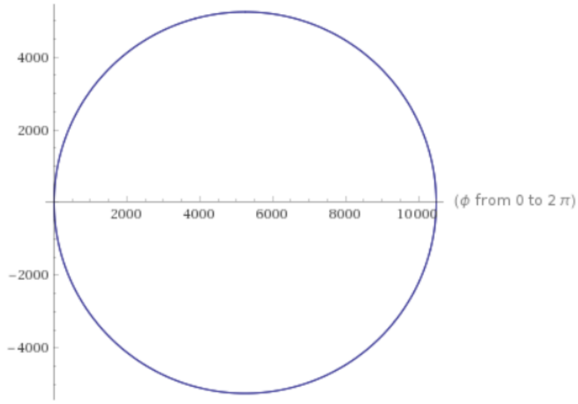
$$I_{\varphi,S} = I_{n,S} \cdot cos\,\varphi \tag{3.3}$$

Дијаграм расподеле јачине зрачења приказан је на слици 3.

Да би идеално сиво тело имало исти поларни дијаграм расподеле зрачења потребно је да важи:

$$\sigma_c \mathrm{T}_c^4 = \varepsilon \sigma_c \mathrm{T}_s^4 \tag{3.4}$$

Из овог услова добијамо да је тражена температура сивог тела $\vartheta_c = 681{,}43$°C.



Слика 3

<u>4. Задатак</u>

У општем случају важи следећа једначина енергетског биланса:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{str} \tag{4.1}$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом:

$$P_{gen} = \frac{1}{\sigma_{20}} (1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20\,))\frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} \tag{4.2}$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом:

$$P_{akum} = C^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt} \tag{4.3}$$

где је подужни топлотни капацитет једнак:

$$C^T = \rho_{prov} S_{prov} c_{prov} \tag{4.4}$$

Подужна снага којом се топлотна енергија одводи са површине проводника природним струјањем дата је изразом:

$$P_{str} = \alpha \cdot O_{prov} \cdot \left(\vartheta_{prov} - \vartheta_{amb}\right) \tag{4.5}$$

где је обим проводника једнак:

$$O_{prov} = D_{prov} \cdot \pi = \sqrt{\frac{4 \cdot S_{prov}}{\pi}} \cdot \pi = \sqrt{4 \cdot S_{prov} \cdot \pi} = 0{,}03455m \tag{4.6}$$

Уколико се усвоји претпоставка да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски, занемарује се снага којом се топлота у току кратког споја одводи у околину ($P_{str} = 0$) и сматра да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности, тј. пораст температуре проводника у току кратког споја је мало мањи од тако израчунатог. Израз (4.1) тада постаје:

$$P_{gen} = P_{akum} \tag{4.7}$$

Заменом израза (4.2), (4.3) и (4.4) у (4.7) добија се следећа диференцијална једначина која описује промену температуре проводника. То је уједно и температура најтоплијих тачака изолације (тачке на унутрашњој површи изолације уз сам проводник).

$$C^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt} = \frac{1}{\sigma_{20}} (1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20\,)) \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} \tag{4.8}$$

$$\frac{d\vartheta_{prov}}{(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20\,))} = \frac{1}{C^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{1s\,doz}^2 dt \tag{4.9}$$

$$\int_{\vartheta_{prov}=100}^{\vartheta_{max}=180} \frac{d\vartheta_{prov}}{(1 + \alpha_{20}(\vartheta_{prov} - 20\,))} = \int_{t=0}^{t_{ks}} \frac{1}{C^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{1s\,doz}^2 dt = \frac{1}{C^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{1s\,doz}^2 t_{ks} \tag{4.10}$$

$$\frac{1}{\alpha_{20}} \ln \frac{1 + \alpha_{20}(180 - 20\,)}{1 + \alpha_{20}(100 - 20\,)} = \frac{1}{C^T \sigma_{20} S_{prov}} I_{1s\,max}^2 t_{ks} \tag{4.11}$$

$$I_{1s\,doz} = \sqrt{\frac{C^T \sigma_{20} S_{prov}}{\alpha_{20} t_{ks}} \ln \frac{1 + \alpha_{20} \cdot 160}{1 + \alpha_{20} \cdot 80}} \tag{4.12}$$

У случају проводника од бакра подужни топлотни капацитет има вредност $C_{Cu}^T = \rho_{Cu} S_{prov} c_{Cu} = 326{,}7245 \frac{J}{mK}$, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu}$ =56×10^6 S / m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Cu20} =4.29×10^{-3}°C^{-1}. Заменом ових вредности у израз (4.12) добија се вредност дозвољене једносекундне једносмерне струје кратког споја за случај бакарног проводника

$$I_{1s\,doz}^{Cu} = 9601{,}7A \tag{4.13}$$

У случају проводника од алуминијума подужни топлотни капацитет има вредност $C_{Al}^T = \rho_{Al} S_{prov} c_{Al} = 231{,}7911 \frac{J}{mK}$, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Al}$ =37.7×10^6 S / m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Al20} =3.86×10^{-3}°C^{-1}. Заменом ових вредности у израз (4.12) добија се вредност дозвољене једносекундне једносмерне струје кратког споја за случај алуминијумског проводника

$$I_{1s\,doz}^{Al} = 6749{,}69A \tag{4.14}$$

Уколико се уважава одвођење топлоте са површине проводника, потребно је решити једначину (4.1). Заменом израза (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) и (4.6) у (4.1) добија се следећа диференцијална једначина која описује промену температуре проводника.

$$\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20}\left(\vartheta_{prov} - 20\,\right)\right) \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} = C^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt} + \alpha \cdot O_{prov} \cdot \left(\vartheta_{prov} - \vartheta_{amb}\right) \tag{4.15}$$

$$\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20}\left(\vartheta_{prov} - 20\,\right)\right) \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot \left(\vartheta_{prov} - \vartheta_{amb}\right) = C^T \frac{d\vartheta_{prov}}{dt} \tag{4.16}$$

$$\int_{\vartheta_{prov}=100}^{\vartheta_{max}=180} \frac{d\vartheta_{prov}}{\frac{1}{\sigma_{20}} \left(1 + \alpha_{20}\left(\vartheta_{prov} - 20\,\right)\right) \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot \left(\vartheta_{prov} - \vartheta_{amb}\right)} = \int_{t=0}^{t_{ks}} \frac{dt}{C^T} \tag{4.17}$$

$$\frac{1}{\frac{\alpha_{20}}{\sigma_{20}} \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov}} \ln \frac{\frac{1}{\sigma_{20}} (1 + \alpha_{20}(180 - 20\,)) \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot (180 - 30)}{\frac{1}{\sigma_{20}} (1 + \alpha_{20}(100 - 20\,)) \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot (100 - 30)} = \frac{t_{ks}}{C^T} \tag{4.18}$$

$$\ln \frac{\frac{1}{\sigma_{20}} (1 + \alpha_{20} \cdot 160) \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot 150}{\frac{1}{\sigma_{20}} (1 + \alpha_{20} \cdot 80) \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov} \cdot 70} = \frac{1}{C^T} \left(\frac{\alpha_{20}}{\sigma_{20}} \frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{prov}} - \alpha \cdot O_{prov}\right) \tag{4.19}$$

Једначина (4.19) нема аналитичко решење, али је могуће решити је итеративним путем (или употребом одговарајућег калкулатора).

За случај проводника од бакра, заменом одговарајућих вредности параметара једначине добија се следећа једначина:

$$\ln\frac{3{,}17\cdot 10^{-4}\cdot {I_{1s\,doz}^{Cu}}^{2}-51{,}8272}{2{,}52\cdot 10^{-4}\cdot {I_{1s\,doz}^{Cu}}^{2}-24{,}1860}=\frac{8{,}06\cdot 10^{-7}\cdot {I_{1s\,doz}^{Cu}}^{2}-0{,}3455}{326{,}7245} \tag{4.20}$$

Решавањем једначине (4.20) добија се:

$${I_{1s\,doz}^{Cu}}^{2}=93154733{,}92\mathrm{A}^{2} \tag{4.21}$$

$$I_{1s\,doz}^{Cu}=9651{,}67\mathrm{A} \tag{4.22}$$

За случај проводника од алуминијума, заменом одговарајућих вредности параметара једначине добија се следећа једначина:

$$\ln\frac{4{,}52\cdot 10^{-4}\cdot {I_{1s\,doz}^{Al}}^{2}-51{,}8272}{3{,}65\cdot 10^{-4}\cdot {I_{1s\,doz}^{Al}}^{2}-24{,}1860}=\frac{1{,}08\cdot 10^{-6}\cdot {I_{1s\,doz}^{Al}}^{2}-0{,}3455}{231{,}7911} \tag{4.23}$$

Решавањем једначине (4.23) добија се:

$${I_{1s\,doz}^{Al}}^{2}=45976272{,}81\mathrm{A}^{2} \tag{4.24}$$

$$I_{1s\,doz}^{Al}=6780.58\mathrm{A} \tag{4.25}$$

Дакле, уколико се уважи утицај хлађења, проводнике је могуће оптеретити већом једносмерном струјом за 49,97A у случају бакарног проводника, односно 30.89A у случају алуминијумског проводника.

5. Задатак

Одговор на ово питање налази се у поглављу 7.4. предавања (Часови 22 до 24).

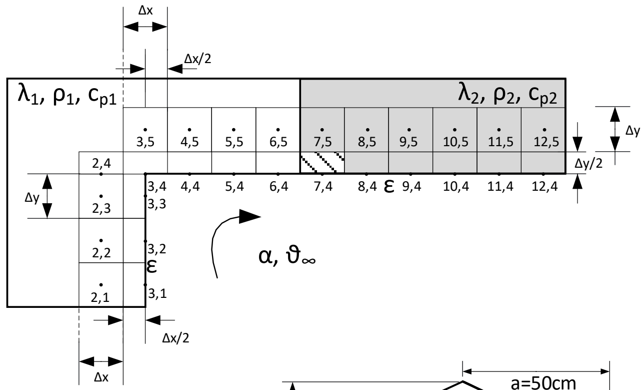
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

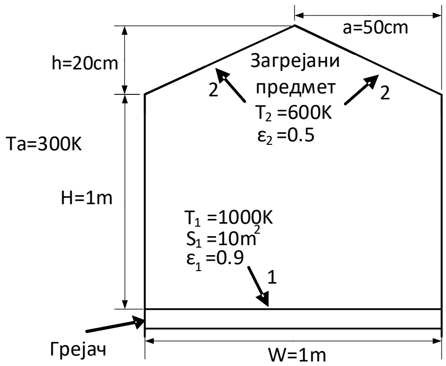
Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 16. 9. 2020.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић
Максимални број поена који се може добити на сваком од питања је 2.

1. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (7,4) (шрафирана површина). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити имплицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2, специфични топлотни капацитети су c_{p1} и c_{p2}, густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α. Димензије и положај елемента су приказани на слици. Пренос топлоте зрачењем занемарити.



2. Одредити снагу загревања грејача при којој су температуре једнаке вредностима датим на слици. Дужина (дубинска координата) површи (1) и (2) износи 10 m. Десна, лева, предња и задња вертикална површ су отворене, односно кроз њих се топлота зрачењем размењује са амбијентом. Пренос топлоте струјањем се може занемарити, а за површи се може сматрати да зраче дифузно. “Фактори виђења“ између паралелних правоугаоних површи димензија 10 m x 1 m, које се налазе на растојању 1 m, износи 0,39.



3. Номинални подаци (чистог) хладњака дужине L_c=1.993m: проток воде Q_{vn}=4,167·10^{-3}m^3/s, проток уља Q_{un}=22,2·10^{-3}m^3/s, температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun}=72°C и ϑ_{hun}=64°C, температуре хладне и топле воде: ϑ_{hvn}=25°C и ϑ_{tvn}=42°C, расхладна снага хладњака P_{hn}=298 kW. Хладњак се може посматрати као елементарни облик хладњака дужине 2L_c, пречника отвора унутрашње цеви, кроз коју протиче вода, d_{un}=13mm и дебљине цеви δ_{cv}=1mm, при чему су протоци воде и уља кроз сваку од N_c=109 цеви једнаки укупним протоцима воде и уља, подељеним са N_c, респективно. Смерови струјања уља и воде су исти. Параметри воде и уља: ρ_v=1001 kg/m^3, c_{pv}=4209 J/(kg K), ρ_u =895kg/m^3, c_{pu}=2198J/(kg K).

Израчунати расхладну снагу и температуру уља на изласку из хладњака при номиналном протоку воде и протоку уља Q_u=24,42·10^{-3}m^3/s. Температура уља на уласку у хладњак ϑ_{tu}=72°C, а температура воде на уласку у хладњак ϑ_{hvn}=25°C. Запрљање се може занемарити. Производ коефицијента преласка топлоте и додирне површи на страни уља износи 60% вредности производа коефицијента преласка топлоте и додирне површи на страни воде. Сматрати да је коефицијент преласка топлоте струјањем, у случају уља, сразмеран са $Q_u^{0,46}$. Отпор преласку топлоте провођењем кроз саму цев се може занемарити.

4. За један енергетски уљни трансформатор је изведен оглед загревања константном снагом (сматрати да су познате снаге инјектирања топлоте у оба чвора топлотне шеме). Како се могу одредити параметри топлотне шеме (топлотних провдности $\Lambda_1 = K_1(\theta_{Cu} - \theta_u)^{n_1}$ и $\Lambda_2 = K_2\theta_u^{n_2}$ и топлотних капацитета, ако су у еквидистантним тренуцима из мерења одређени порасти карактеристичних температура у чворовима 1 и 2 топлотне шеме у односу на амбијент познате температуре.

5. Један енергетски трансформатор је смештен унутар металног кућишта (киоска). За прорачун загревања трансформатора потребно је поставити топлотни модел трансформатора и кућишта. Део комплексног топлотног модела су модели појединих површи металног кућишта, што је тема овог задатка. Посматра се зид површине S, дебљине d, топлотне проводности материјала λ, специфичног запреминског топлотног капацитета c и коефицијента сивоће ε. Потребно је нацртати топлотну шему чијим се решавањем може одредити снага преноса топлоте струјањем између ваздуха са унутрашње стране зида и површи зида металног кућишта унутар кога је смештен трансформатор. Температура ваздуха унутар кућишта је ϑ_{vun}, а амбијенталног ваздуха (изван кућишта) је ϑ_a. Коефицијент преласка топлоте струјањем на унутрашњој површи зида је α_{un}, а на спољашњој α_{sp}. Површинска густина снаге зрачења од трансформатора на зид је q_{zr_un}, док је површинска густина снаге која стиже од сунца q_{sun}. Поред ове две компоненте зрачења, постоји и размена топлоте између спољне површи зида и неба, које се може посматрати као црно тело температуре ϑ_a. (1.5 поена) Навести на које параметре топлотне шеме утичу три величине које карактеришу амбијенталне (атмосферске) услове. (0.5 поена)

1. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (7,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \tag{1.1}$$

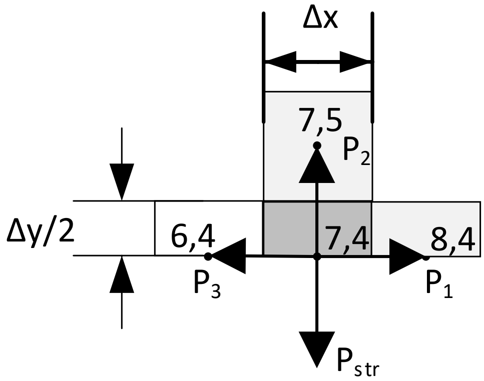
где су:

- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По имплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у тренутном (p) тренутку у односу на претходни тренутак (*p-1*):

$$P_{akum} = \rho_2\, c_{p2} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{7,4}}{dt} = \rho_2\, c_{p2} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{7,4}^{p-1}}{\Delta t} \tag{1.2}$$



Слика 1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем и струјањем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \tag{1.3}$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (8,4), (7,5) и (6,4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^{3} P_k \tag{1.4}$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{8,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{L \, {}^{\Delta y}/_{2}}} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{8,4}^{p}}{\frac{2}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{1.5}$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{7,5}^{p}}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta y}{L \Delta x}} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{7,5}^{p}}{\frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta y}{\Delta x}} \tag{1.6}$$

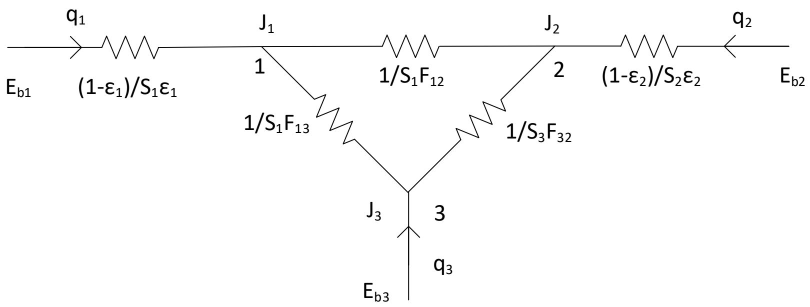
$$P_3 = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{6,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x/2}{L \, {}^{\Delta y}/_{2}} + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x/2}{L \, {}^{\Delta y}/_{2}}} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{6,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1 L} \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{1.7}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L \Delta x}} = \alpha L \Delta x \left(\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}\right) \tag{1.8}$$

2. Задатак

Пошто је при прорачунима могуће занемарити пренос топлоте струјањем, топлотни процес се може описати радијационом шемом приказаном на слици 2. За такав приступ је потребно формирати затворену површ. Поред површи грејача (1) и загреваног предмета (2), затворени простор се формира помоћу површи 3, коју чине четири вертикалне отворене површи (предња, задња, лева и десна вертикална површ ка амбијенту), које се могу посматрати као апсолутно црно тело. Површина површи 3 износи $S_3 = 2\ \cdot\ (1\ \mathrm{m}\ \cdot\ 10\ \mathrm{m}) +\ 2\ \cdot\ (1\ \mathrm{m}\ \cdot\ 1\ \mathrm{m}) +\ 2\ \cdot\ (0{,}2\ \mathrm{m}\ \cdot\ 0{,}5\ \mathrm{m}) = 22{,}2\ m^2$.



Слика 2

За решавање радијационе шеме је потребно одредити вредности међусобних фактора виђења између површи (1, 2, и 3).

Пошто је дубинска димензија (10 m) много већа од осталих, може се сматрати да је површина једнокраких троуглова (основице $2a$ и висине h) много мања од површине површи (2), односно да је фактор виђења између површи (1) и (2) једнак фактору виђења између површи (1) и правоугаоне површи димензија 1 m x 10 m која је паралелна површи (1) и налази се на растојању H од ње (ова површ ће се означити са (2')). Следи да је $F_{12} = F_{12'} = 0.39$, на основу поставке задатка.

Даље, на основу димензија површи (1) и (2) добијамо ($S_2 = 2 \cdot \left(10 \cdot \sqrt{0{,}2^2 + 0{,}5^2}\right) = 10{,}77\ m$):

$$F_{21} = \frac{S_1}{S_2} F_{12} = \frac{10}{10{,}8} 0{,}39 = 0{,}3621 \tag{2.1}$$

За површ 1 важи $F_{11} = 0$, па су фактори виђења између површи (1) и (3):

$$F_{13} = 1 - F_{12} - F_{11} = 0{,}61 \tag{2.2}$$

$$F_{31} = \frac{S_1}{S_3} F_{13} = \frac{10}{22{,}2} \cdot 0{,}61 = 0{,}2748 \tag{2.3}$$

На основу симетрије следи:

$$F_{32} = F_{32'} = F_{31} = 0{,}2748 \tag{2.4}$$

Из геометрије добијамо и преостали фактор виђења између површи (2) и (3):

$$F_{23} = \frac{S_3}{S_2} F_{32} = \frac{22{,}2}{10{,}77} \cdot 0{,}2748 = 0{,}5664 \tag{2.5}$$

Из познатих температура самих површи се долази до:

$$E_{b1} = \sigma_c T_1^4 = 56700\ W/m^2 \tag{2.6}$$

$$E_{b2} = \sigma_c T_2^4 = 7348{,}32\ W/m^2 \tag{2.7}$$

$$E_{b3} = \sigma_c T_\mathrm{a}^4 = 459{,}27\ W/m^2 \tag{2.8}$$

Једначина за чвор 1:

$$q_1 = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1}} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{S_1 F_{12}}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{S_1 F_{13}}} \tag{2.9}$$

Једначина за чвор 2:

$$q_2 = \frac{E_{b2} - J_2}{\frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{S_1 F_{12}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{S_2 F_{23}}} \tag{2.10}$$

Једначина за чвор 3:

$$q_3 = \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{S_1 F_{13}}} + \frac{J_3 - J_2}{\frac{1}{S_3 F_{32}}} \tag{2.11}$$

Пошто се површ 3 може посматрати као апсолутно црно тело, за чвор 3 важи следећа једнакост: $J_3 = E_{b3} = 459{,}27\ W/m^2$.

Решавањем система од две једначине (2.9) и (2.10) са две непознате J_1 и J_2 добија се:

$$J_1 = 51589{,}67\ W/m^2 \tag{2.12}$$

$$J_2 = 13632{,}29\ W/m^2 \tag{2.13}$$

Дакле, тражена снага загревања површи 1 је:

$$q_1 = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1}} = \frac{56700 - 51589{,}67}{\frac{1-0{,}9}{0{,}9 \cdot 10}} = 459{,}93\ kW \tag{2.14}$$

3. Задатак

На слици 2 приказан је елементарни хладњака са потоком воде и уља у истом смеру.

Слика 3

Елементарна снага преноса топлоте кроз размењивач на делићу шитине dx који се налази на координати x је:

$$dq = \frac{\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)}{dR^T} \tag{3.1}$$

где је:

- $\vartheta_t\,(x)$ - температура топлог флуида на координати x,
- $\vartheta_h\,(x)$ - температура хладног флуида на координати x.

Елементарни отпор преносу топлоте кроз зид размењивача одређује као збир топлотних отпора струјању течности на обе стране унутрашње цеви и топлотног отпора провођењу кроз саму цев, који је, по тексту задатка, могуће занемарити:

$$dR^T = \frac{1}{\pi d_{sp} \alpha_u dx} + \frac{1}{\pi d_{un} \alpha_v dx} \tag{3.2}$$

где је:

- d_{un} – унутрашњи пречник цеви,
- d_{sp} – спољашњи пречник цеви,
- α_u – коефицијент прелаcка топлоте струјањем са топлог флуида (уља) на спољашњу површ унутрашње цеви,
- α_v – коефицијент прелаcка топлоте струјањем са унутрашње површи унутрашње цеви на хладни флуид (воду).

Заменом израза (3.2) у (3.1) добија се:

$$dq = \pi\ dx \left(\frac{1}{d_{sp}\alpha_u} + \frac{1}{d_{un}\alpha_v} \right)^{-1} \left(\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x) \right) \tag{3.3}$$

$$dq = \pi\ d_{un}\ dx \left(\frac{d_{un}}{d_{sp}\alpha_u} + \frac{1}{\alpha_v} \right)^{-1} \left(\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x) \right) \tag{3.4}$$

Из једначине (3.4) могуће је добити вредност јединственог коефицијента преноса топлоте:

$$k_p = \left(\frac{d_{un}}{d_{sp}\alpha_u} + \frac{1}{\alpha_v} \right)^{-1} \tag{3.5}$$

Површина унутрашње и спољашње површи цеви кроз коју тече вода (хладан флуид) рачуна се као:

$$S_{hladnjaka}^{un} = N_c \pi d_{un}\ 2\ L_c = 17{,}7442\ m^2 \tag{3.6}$$

$$S_{hladnjaka}^{sp} = N_c \pi d_{sp}\ 2\ L_c = N_c \pi (d_{un} + 2\delta_{cv}) 2\ L_c = 20{,}4741\ m^2 \tag{3.7}$$

Ако се израз (3.5) помножи изразом (3.6) добија се нова једнакост у којој се појављују топлотне отпорности преносу топлоте струјањем на обе стране унутрашње цеви:

$$k_p S_{hladnjaka}^{un} = \left(\frac{1}{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}} + \frac{1}{\alpha_v S_{hladnjaka}^{un}} \right)^{-1} \tag{3.8}$$

По услову задатка важи:

$$\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp} = 0,6 \cdot \alpha_v S_{hladnjaka}^{un} \tag{3.9}$$

Заменом (3.9) у (3.8) добија се:

$$k_p S_{hladnjaka}^{un} = \left(\frac{16}{6} \cdot \frac{1}{\alpha_v S_{hladnjaka}^{un}} \right)^{-1} \tag{3.10}$$

$$k_p S_{hladnjaka}^{un} = \frac{3}{8} \cdot \alpha_v S_{hladnjaka}^{un} \tag{3.11}$$

$$\alpha_v = \frac{8}{3} \cdot k_p \tag{3.12}$$

$$\alpha_u = 0,6 \cdot \frac{8}{3} \cdot k_p \cdot \frac{S_{hladnjaka}^{un}}{S_{hladnjaka}^{sp}} \tag{3.13}$$

Јединствени коефицијент преласка топлоте при номиналним радним условима може се одредити као:

$$k_{p,nom} = \frac{P_{hn} \ln \left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,nom}}{\Delta\vartheta_{ul,nom}} \right)}{S_{hladnjaka}^{un} (\Delta\vartheta_{izl,nom} - \Delta\vartheta_{ul,nom})} \tag{3.14}$$

где је:

- $\Delta\vartheta_{ul,nom} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 72 - 25 = 47°\mathrm{C}$,
- $\Delta\vartheta_{izl,nom} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 64 - 42 = 22°\mathrm{C}$.

Заменом бројних вредности добија се да јединствени коефицијент преласка топлоте струјањем при номиналним условима има вредност $k_{p,nom} = 509,9425\, W/(m^2K)$. Сада је могуће, помоћу израза (3.12) и (3.13), израчунати вредности коефицијента преласка топлоте струјањем при номиналним условима: $\alpha_{v,nom} = 1359,8466\, W/(m^2K)$ и $\alpha_{u,nom} = 707,1202\, W/(m^2K)$.

При новим радним условима, проток воде има номиналну вредност ($Q_v = Q_{vn}$), док је проток уља повећан. Због тога коефицијент преласка топлоте струјањем за воду остаје исти ($\alpha_v = \alpha_{v,nom}$), а за уље има вредност:

$$\alpha_u = \alpha_{u,nom} \cdot \left(\frac{Q_u}{Q_{un}} \right)^{0,46} = 738,8119\, W/(m^2K) \tag{3.15}$$

Сада је могуће прорачунати и нову вредност коефицијента преноса топлоте:

$$k_p = \left(\frac{d_{un}}{d_{sp}\alpha_u} + \frac{1}{\alpha_v} \right)^{-1} = 523,9905\, W/(m^2K) \tag{3.16}$$

Сва топлота која се одузме од топлог флуида (уља) преда се хладном флуиду (води), на основу овога могуће је написати следећа два израза:

$$P_h = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \tag{3.17}$$

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{3.18}$$

где је $\vartheta_{tu} = \vartheta_{tun} = 72°C$, $\vartheta_{hv} = \vartheta_{hvn} = 25°C$.

При новим радним условима израз (3.14) има следећи облик:

$$k_p = \frac{P_h \ln \left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}} \right)}{S_{hladnjaka}^{un} (\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} \tag{3.19}$$

Изрази (3.17), (3.18) и (3.19) чине систем од три једначине са три непознате:

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} \tag{3.20}$$

$$\vartheta_{tv} = \vartheta_{hv} + \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} \tag{3.21}$$

$$k_p = \frac{P_h \ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}}\right)}{S_{hladnjaka}^{un}((\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}) - (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}))} \tag{3.22}$$

Решење овог система је:

$$\vartheta_{hu} = 65{,}52°C \tag{3.23}$$

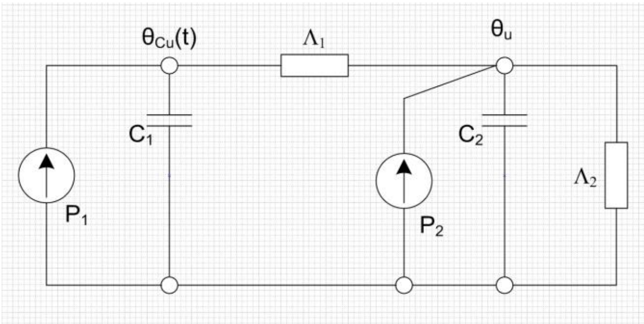
$$\vartheta_{tv} = 42{,}74°C \tag{3.24}$$

$$P_h = 311{,}438\ kW \tag{3.25}$$

<u>4. Задатак</u>

Одељак 7.6., часови предавања “Casovi_22_do_24”:

Топлотна шема и њени елементи:



Слика 4

P_1 - снага губитака у намотајима

P_2 - снага губитака у језгру и у суду

Λ_1 - топлотна проводност преноса топлоте од намотаја ка суду

Λ_2 - топлотна проводност преноса топлоте од суда ка амбијенту

C_1 - топлотни капацитет намотаја

C_2 - топлотни капацитет уља, језгра и суде

θ_1 - пораст карактеристичне температуре намотаја

θ_2 - пораст карактеристичне температуре уља

Користећи принцип минимизације суме квадрата одступања, уз нешто обимније израчунавање (већи број израчунатих и измерених тачака), из измерених вредности температура током прелазних топлотних процеса могу се одредити вредности параметара K и n топлотних проводности Λ_1 и Λ_2 и топлотних капацитета C_1 и C_2. Из низа измерених пораста температура (примера ради, на сваких 15 секунди током огледа загревања од 12 сати) које одговарају чворовима I и II могу се теоретски одредити и вредности топлотних капацитета и вредности параметара функција топлотних проводности.

Порасти температуре који одговарају чворовима топлотне шеме 1 и 2 у сваком од дискретних тренутака $k\,\Delta t$; $k = 1, 2, \ldots$, израчунавају се према изразима

$$\theta_{Cu,k+1} = \theta_{Cu,k} + \frac{\Delta t}{C_1}\Big(P_1 - \Lambda_{1,k}\big(\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}\big)\Big) = \theta_{Cu,k} + \frac{\Delta t}{C_1}\Big(P_1 - K_1\big(\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}\big)^{n_1+1}\Big) \tag{4.1}$$

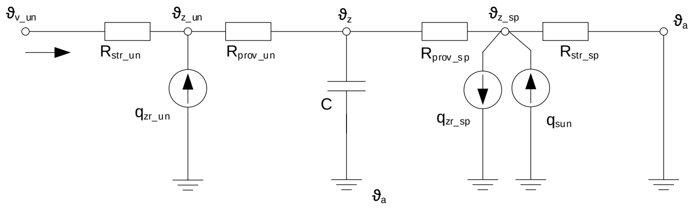
$$\begin{aligned}\theta_{u,k+1} &= \theta_{u,k} + \frac{\Delta t}{C_2}\big(P_2 + \Lambda_{1,k}\big(\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}\big) - \Lambda_{2,k}\theta_{u,k}\big) \\ &= \theta_{u,k} + \frac{\Delta t}{C_2}\Big(P_2 + K_1\big(\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}\big)^{n_1+1} - K_2{\theta_{u,k}}^{n_2+1}\Big)\end{aligned} \tag{4.2}$$

Параметари K_1, n_1, K_2, n_2, C_1 и C_2 се одређују применом нумеричког поступка који мења ове параметре тако да се постигне минимум суме квадрата одступања N измерених од N израчунатих вредности температура:

$$min\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\left(\theta_{u,i}-\theta_{u,im}\right)^2+\left(\theta_{Cu,i}-\theta_{Cu,im}\right)^2\right)\right) \tag{4.3}$$

5. Задатак

Топлотна шема приказана је на слици 5.



Слика 5

Тражена снага преноса топлоте струјањем на унутрашњој површи зида:

$$P_{str\_un}=\alpha_{un}S\left(\vartheta_{z\_un}-\vartheta_{v\_un}\right) \tag{5.1}$$

Непозната температура унутрашње површи зида се добија решавањем система једначина које се постављају за сваки од три чвора у шеми:

1) Чвор ϑ_{z_un}

$$\frac{\vartheta_{v\_un}-\vartheta_{z\_un}}{R_{str\_un}}+P_{zr\_un}=\frac{\vartheta_{z\_un}-\vartheta_z}{R_{pr\_un}} \tag{5.2}$$

2) Чвор ϑ_z

$$C\frac{d\left(\vartheta_z-\vartheta_{v\_sp}\right)}{dt}=\frac{\vartheta_{z\_un}-\vartheta_z}{R_{pr\_un}}-\frac{\vartheta_z-\vartheta_{z\_sp}}{R_{pr\_sp}} \tag{5.3}$$

3) Чвор ϑ_{z_sp}

$$\frac{\vartheta_z-\vartheta_{z\_sp}}{R_{pr\_sp}}-P_{zr\_sp}+P_{sun}=\frac{\vartheta_{z\_sp}-\vartheta_{\mathrm{a}}}{R_{str\_sp}} \tag{5.4}$$

При чему је:

$$C=c\,\rho\,S\,d \tag{5.5}$$

$$R_{str\_un}=\frac{1}{\alpha_{un}S} \tag{5.6}$$

$$R_{str\_sp}=\frac{1}{\alpha_{sp}S} \tag{5.7}$$

$$R_{pr\_un}=R_{pr\_sp}=\frac{d/2}{\lambda S} \tag{5.8}$$

$$P_{zr\_un}=\varepsilon q_{zr\_un}S \tag{5.9}$$

$$P_{zr\_sp}=\sigma_c\varepsilon S\left((\vartheta_{z\_sp}+273.15)^4-(\vartheta_{\mathrm{a}}+273.15)^4\right) \tag{5.10}$$

$$P_{sun}=\varepsilon q_{sun}S \tag{5.11}$$

Величине које карактеришу амбијенталне услове, а утичу на параметре топлотне шеме су:

- Температура амбијенталног ваздуха – референтни чвор се налази овој температури (ϑ_{a}) и на снагу која се зрачењем одводи са спољашње површине зида (q_{zr_sp}),
- Површинска густина сунчевог зрачења која стиже на површину зида – утиче на површинску густину снаге (q_{sun}),
- Брзина ветра – утиче на коефицијент преласка топлоте струјањем на спољашњој површини зида (α_{sp}) тј. на одговарајућу топлотну отпорност (R_{str_sp}).

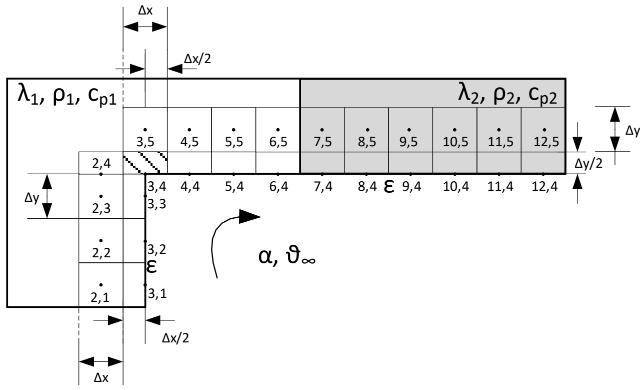
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

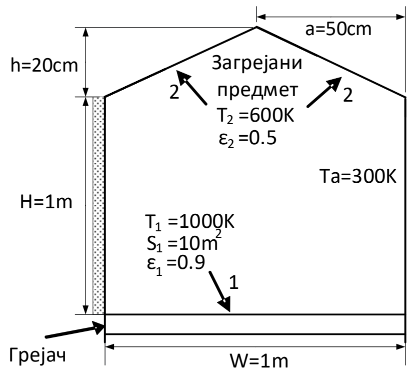
Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 26. 9. 2020.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић
Максимални број поена који се може добити на сваком од питања је 2.

1. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (3,4) (шрафирана површина). При постављању израза који обухвата и временску промењљивост температуре, користити експлицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2, специфични топлотни капацитети су c_{p1} и c_{p2}, густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α. Димензије и положај елемента су приказани на слици. Пренос топлоте зрачењем занемарити.



2. Написати систем од четири једначине са 4 непознате чијим се решавањем може одредити снага загревања грејача при којој се остварују температуре приказане на слици (T_1, T_2 и T_a). Дужина (дубинска координата) површи (1) и (2) износи L и много је већа од осталих димензија приказаних на слици. Десна и предња вертикална површ су отворене, односно кроз њих се топлота зрачењем размењује са амбијентом. Лева и задња страна су идеално топлотно изоловане. Пренос топлоте струјањем се може занемарити, а за површи се може сматрати да зрачe дифузно. “Фактор виђења“ између паралелних правоугаоних површи димензија L x W, које се налазе на растојању H, износи F_1, а сопствени фактор виђења површи састављене од једног правоугаоника димензија L x H и једног дела облика „кућице“ (правоугаоник W x H и једнакокраки троугао висине h и дужине основе W) је F_2.



3. Колико износи јачина зрачења идеалног сивог тела температуре 800°C и емисивности 0.7 у правцу који са нормалом на површ заклапа угао од 30°?

4. Описати типски (према стандардима) оглед загревања енергетског уљног трансформатора. Одредити вредност фактора најтоплије тачке намотаја H претпостављајући да је у трансформатор уграђен фибер-оптички сензор на локацији најтоплије тачке у намотају. Које су све вредности, поред температуре на локацији најтоплије тачке у намотају (ϑ_{HS}), потребне да би се одредио фактор H?

5. На основу података о транзијентним топлотним отпорима из каталога при номиналном оптерећењу и губицима, за транзистор (R_{Thn}) и хладњак (R_{hln}), написати израз по коме се може одредити температура на месту генерисања топлоте у pn споју полупроводника, после времена t^* од тренутка повећања снаге у стационарном номиналном режиму, при коме се имају номинални губици P_{gn} (уређај је радио у дуготрајном режиму) на вредност снаге при којој су губици 50% већи (1.5 P_{gn}). Температура ваздуха (ϑ_a) којом се хлади хладњак транзистора је једнака номиналној вредности (ϑ_{an}). При одређивању температуре хладњака у прелазном режиму занемарити процес акумулисања енергије у тиристору. Топлотни отпор R_{hl} при снази губитака која је 50% већа од номиналне је 10% мања од топлотног отпора при номиналној снази губитака R_{hln}, док се R_{Th} не мења са снагом губитака.

1. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (3,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \tag{1.1}$$

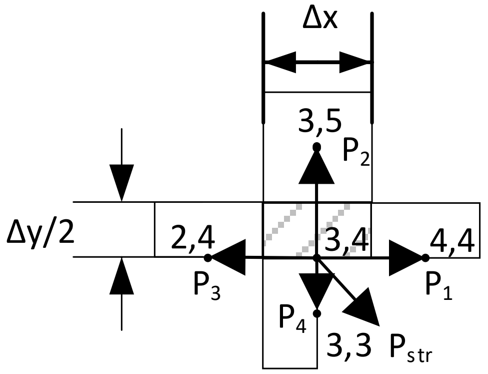
где су:

- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном ($p+1$) тренутку у односу на тренутни тренутак (n):

$$P_{akum} = \rho_1\, c_{p1} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{3,4}}{dt} = \rho_1\, c_{p1} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{3,4}^{p+1} - \vartheta_{3,4}^{p}}{\Delta t} \tag{1.2}$$



Слика 1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем и струјањем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \tag{1.3}$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из четири члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (4,4), (3,5), (2,4) и (3,3).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^{4} P_k \tag{1.4}$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{4,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{L \Delta y/_2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{4,4}^{p}}{\frac{2}{\lambda_1 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{1.5}$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{3,5}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta y}{L \Delta x}} = \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{3,5}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1 L} \frac{\Delta y}{\Delta x}} \tag{1.6}$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{2,4}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{L \Delta y/_2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{2,4}^{p}}{\frac{2}{\lambda_1 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{1.7}$$

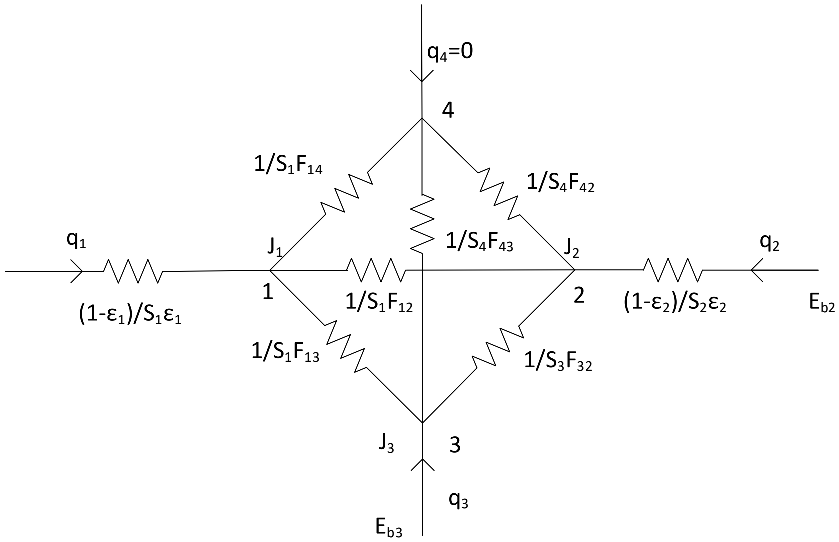
$$P_4 = \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{3,3}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta y/2}{L \Delta x/_2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{3,3}^{p}}{\frac{1}{\lambda_1 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \tag{1.8}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{3,4}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L \Delta x/2}} = \frac{1}{2} \alpha L \Delta x \left(\vartheta_{7,4}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}\right) \tag{1.9}$$

2. Задатак

Пошто је при прорачунима могуће занемарити пренос топлоте струјањем, топлотни процес се може описати радијационом шемом приказаном на слици 2. За такав приступ је потребно формирати затворену површ. Поред површи грејача (1) и загреваног предмета (2), затворени простор се формира помоћу површи 3, коју чине десна и предња вертикална површ (које се могу посматрати као апсолутно црно тело) и површи 4 коју чине лева и задња вертикална површ (непознате температуре T_x). Површине површи 3 и 4 су једнаке и износе $S_3 = S_4 = \mathrm{H} \cdot \mathrm{L} + \mathrm{H} \cdot \mathrm{W} + \mathrm{h} \cdot \mathrm{W}$.



Слика 2

За решавање радијационе шеме је потребно одредити вредности међусобних фактора виђења између површи (1, 2, 3 и 4).

Пошто је дубинска димензија L много већа од осталих, може се сматрати да је површина једнакокраких троуглова (основице $2a$ и висине h) много мања од површине површи (2), односно да је фактор виђења између површи (1) и (2) једнак фактору виђења између површи (1) и правоугаоне површи димензија W x L која је паралелна површи (1) и налази се на растојању H од ње (ова површ ће се означити са (2')). Следи да је $F_{12} = F_{12'}$. На основу поставке задатка, $F_{12'} = F_1$.

Даље, на основу димензија површи (1) и (2) добијамо ($S_2 = 2 \cdot \left(\mathrm{L} \cdot \sqrt{a^2 + h^2}\right)$):

$$F_{21} = \frac{S_1}{S_2} F_{12} = \frac{S_1}{S_2} F_1 \tag{2.1}$$

За површ 1 важи $F_{11} = 0$. Због симетрије за површи 3 и 4 важи $F_{13} = F_{14}$, па су фактори виђења између површи (1) и (3), односно (1) и (4):

$$F_{13} = F_{14} = \frac{1 - F_{12} - F_{11}}{2} = \frac{1 - F_1}{2} \tag{2.2}$$

$$F_{41} = F_{31} = \frac{S_1}{S_3} F_{13} = \frac{S_1}{S_4} F_{14} = \frac{S_1}{S_3} \cdot \frac{1 - F_1}{2} \tag{2.3}$$

На основу симетрије следи:

$$F_{32} = F_{32'} = F_{31} = \frac{S_1}{S_3} \cdot \frac{1 - F_1}{2} \tag{2.4}$$

$$F_{42} = F_{42'} = F_{41} = \frac{S_1}{S_3} \cdot \frac{1 - F_1}{2} \tag{2.5}$$

Из геометрије добијамо и преостали фактор виђења између површи (2) и (3):

$$F_{23} = \frac{S_3}{S_2} F_{32} = \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{1 - F_1}{2} \tag{2.6}$$

$$F_{24} = \frac{S_4}{S_2} F_{42} = \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{1 - F_1}{2} \tag{2.7}$$

По тексту задатка важи $F_{33} = F_{44} = F_2$, одакле се долази до:

$$F_{43} = 1 - F_{41} - F_{42} - F_{44} = 1 - 2 \cdot \frac{S_1}{S_3} \cdot \frac{1 - F_1}{2} - F_2 \tag{2.8}$$

Из познатих температура самих површи се долази до:

$$E_{b1} = \sigma_c T_1^4 \tag{2.9}$$
$$E_{b2} = \sigma_c T_2^4 \tag{2.10}$$
$$E_{b3} = \sigma_c T_\mathrm{a}^4 \tag{2.11}$$

Једначина за чвор 1:

$$q_1 = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1}} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{S_1 F_{12}}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{S_1 F_{13}}} + \frac{J_1 - J_4}{\frac{1}{S_1 F_{14}}} \tag{2.12}$$

Једначина за чвор 2:

$$q_2 = \frac{E_{b2} - J_2}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{S_1 F_{12}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{S_3 F_{32}}} + \frac{J_2 - J_4}{\frac{1}{S_4 F_{42}}} \tag{2.13}$$

Једначина за чвор 3:

$$q_3 = \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{S_1 F_{13}}} + \frac{J_3 - J_2}{\frac{1}{S_3 F_{32}}} + \frac{J_3 - J_4}{\frac{1}{S_4 F_{43}}} \tag{2.14}$$

Пошто се површ 3 може посматрати као апсолутно црно тело, за чвор 3 важи следећа једнакост: $J_3 = E_{b3}$.

Једначина за чвор 4:

$$q_4 = 0 = \frac{J_4 - J_1}{\frac{1}{S_1 F_{14}}} + \frac{J_4 - J_2}{\frac{1}{S_4 F_{42}}} + \frac{J_4 - J_3}{\frac{1}{S_4 F_{43}}} \tag{2.15}$$

Из једначине (2.12) добија се:

$$\mathrm{J}_1 = E_{b1} - q_1 \cdot \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} = \sigma_c T_1^4 - q_1 \cdot \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} \tag{2.16}$$

Заменом овог израза у изразе (2.12), (2.13), (2.14) и (2.15) добија се тражени систем од четири једначине са четири непознате (q_1, J_2, J_3, J_4):

$$q_1 = \frac{\sigma_c T_1^4 - q_1 \cdot \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} - J_2}{\frac{1}{S_1 F_{12}}} + \frac{\sigma_c T_1^4 - q_1 \cdot \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} - J_3}{\frac{1}{S_1 F_{13}}} + \frac{\sigma_c T_1^4 - q_1 \cdot \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} - J_4}{\frac{1}{S_1 F_{14}}} \tag{2.17}$$

$$\frac{\sigma_c T_2^4 - J_2}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{J_2 - \sigma_c T_1^4 - q_1 \cdot \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1}}{\frac{1}{S_1 F_{12}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{S_3 F_{32}}} + \frac{J_2 - J_4}{\frac{1}{S_4 F_{42}}} \tag{2.18}$$

$$J_3 = \sigma_c T_\mathrm{a}^4 \tag{2.19}$$

$$0 = \frac{J_4 - \sigma_c T_1^4 - q_1 \cdot \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1}}{\frac{1}{S_1 F_{14}}} + \frac{J_4 - J_2}{\frac{1}{S_4 F_{42}}} + \frac{J_4 - J_3}{\frac{1}{S_4 F_{43}}} \tag{2.20}$$

<u>3. Задатак</u>

Површинска густина снаге зрачења сивог тела на основу Штефан - Болцмановог закона је:

$$q_s^{st} = \varepsilon \sigma_c T^4 \tag{3.1}$$

где је:

- ε - коефцијент емисивности сивог тела,
- σ_c =5,67 · 10^{-8} W/(m^2K^4) – Штефан - Болцманова константа и
- T – апсолутна температура сивог тела (K).

Заменом бројних вредности у једначину (3.1) добија се површинска густина снаге зрачења сивог тела:

$$q_s^{st} = 0{,}7 \cdot 5{,}67 \ \cdot \ 10^{-8} \cdot (800 + 273{,}15)^4 = 52{,}64 \ kW/m^2 \tag{3.2}$$

Јачина зрачења идеалног сивог тела у правцу нормале се може одредити као:

$$J_0 = \frac{q_s^{st}}{\pi} = 16{,}76\ kW/srad \tag{3.3}$$

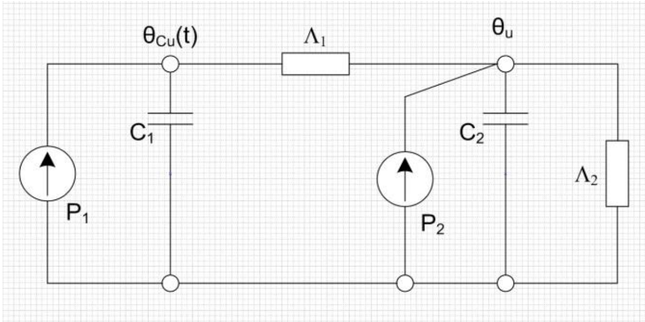
Коначно, на основу Ламбертовог закона се долази до јачине зрачења у жељеном правцу:

$$J_{30} = J_0 cos30° = 14{,}51\ kW/srad \tag{3.4}$$

<u>4. Задатак</u>

Типски (према стандардима) оглед загревања енергетског уљног трансформатора: Предавања, часови 19 до 22, страна 2.

Топлотна шема и њени елементи:



Слика 4

P_1 - снага губитака у намотајима

P_2 - снага губитака у језгру и у суду

Λ_1 - топлотна проводност преноса топлоте од намотаја ка суду

Λ_2 - топлотна проводност преноса топлоте од суда ка амбијенту

C_1 - топлотни капацитет намотаја

C_2 - топлотни капацитет уља, језгра и суде

θ_1 - пораст карактеристичне температуре намотаја (најприродније је усвојити критичну температуру – температуру најтоплије тачке намотаја)

θ_2 - пораст карактеристичне температуре уља (најприродније је усвојити критичну температуру – температуру горњег уља)

Снага губитака у стационарном стању у првом делу огледа: $P_1 = P_{Cun} + P_{Fen}$

Пораст температуре горњег уља, измерен у стационарном стању успостављеном у другом делу огледа загревања (θ_{gun})

$$\Lambda_2 = \frac{\theta_{gu\,n}}{P_{Cun} + P_{Fen}} \tag{4.1}$$

Снага губитака на крају првог дела огледа: $P_1 = P_{Cun}'$ (P_{Cun} је снага губитака у намотајима при номиналној струји и номиналној средњој температури намотаја; теоретски посматрано, P_{Cun}' је мало мања о P_{Cun} јер је средња температура намотаја мало нижа од номиналне).

Пораст температуре најтоплије тачке намотаја, измерен на крају другог дела огледа (у тренутку пре искључења) ($\theta_{Cuhs\,1h}$)

Пораст температуре горњег уља, измерен на крају другог дела огледа (у тренутку пре искључења) (θ_{gu1h})

$$\Lambda_1 = \frac{\theta_{Cuhs\,1h} - \theta_{gu\,1h}}{P_{Cun}'} \tag{4.2}$$

Пораст средње температуре намотаја, добијен екстраполацијом криве хлађења намотаја ($\theta_{Cusr\,1h}$)

Пораст температуре доњег уља, измерен на крају другог дела огледа (у тренутку пре искључења) (θ_{du1h})

$$H = \frac{\theta_{Cuhs\,1h} - \theta_{gu\,1h}}{\theta_{Cusr\,1h} - \frac{\theta_{gu\,1h} + \theta_{du\,1h}}{2}} \tag{4.3}$$

<u>5. Задатак</u>

Општи израз:

$$\vartheta(t) = \vartheta_\infty + (\vartheta(t=0) - \vartheta_\infty) + \left(R_{trans}(t \to \infty) \cdot P_\gamma - (\vartheta(t=0) - \vartheta_\infty)\right) \frac{R_{trans}(t)}{R_{trans}(t \to \infty)} \tag{5.1}$$

За хладњак важи: $\vartheta_\infty = \vartheta_{an}$ и $R_{trans} = R_{hln}$.

За тиристор важи: $\vartheta_\infty = \vartheta_{hl}$ и $R_{trans} = R_{Thn}$.

У случају стационарног стања при номиналној снази губитакаж (P_{gn}) важи:

$$\theta_{HlStac1} = R_{hln}(t \to \infty) P_{gn} \tag{5.2}$$

$$\theta_{Th-HlStac1} = R_{Thn}(t \to \infty) P_{gn} \tag{5.3}$$

Температура се у прелазном режиму након повећања снаге рачуна као:

$$\begin{aligned} \vartheta(t) = \vartheta_{an} + \theta_{Th-HlStac1} + \left(R_{Thn}(t \to \infty) \cdot 1{,}5P_{gn} - \theta_{Th-HlStac1}\right) \frac{R_{Thn}(t)}{R_{Thn}(t \to \infty)} + \\ \theta_{HlStac1} + \left(0.9\, R_{hln}(t \to \infty) \cdot 1.5P_{gn} - \theta_{HlStac1}\right) \frac{R_{hln}(t)}{R_{hln}(t \to \infty)} \end{aligned} \tag{5.4}$$