



Први колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 150 минута

Укупан број поена износи 11

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

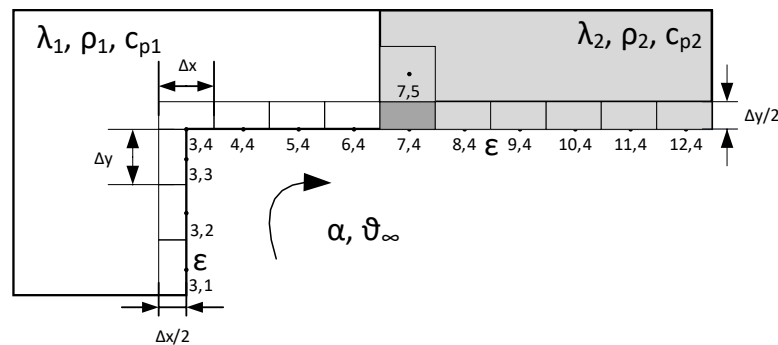
24. 11. 2018.

1. Раван хомоген зид сачињен од гвожђа дебљине $\delta_{Fe} = 8 \text{ mm}$ загрева се услед генерисања топлоте по запремини снагом чија се запреминска густина мења на следећи начин: $q_v(x) = q_{v0} \cdot e^{-x/\delta}$ ($\delta = 5 \text{ mm}$). Са унутрашње стране зида нанет је слој фарбе дебљине $\delta_{fu} = 0.1 \text{ mm}$, а са спољашње слој цинка дебљине $\delta_{zn} = 0.08 \text{ mm}$ и слој фарбе дебљине $\delta_{fs} = 0.15 \text{ mm}$. Специфична топлотна проводност фарбе износи $\lambda_f = 0.2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$ и много је мања од

вредности за гвожђе и цинк. Колика је максимална вредност q_{v0} при којој температура површи са унутрашње стране (са којом је уље у додиру) не прелази 100°C ? Коефицијент преласка топлоте струјањем према уљу температуре $\vartheta_u = 70^\circ\text{C}$ износи $\alpha_u = 65 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$, а према амбијенталном ваздуху температуре $\vartheta_a = 20^\circ\text{C}$ износи $\alpha_a = 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$.

(2.5 поена)

2. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (7,4). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити експлицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2 , специфични топлотни капацитети су c_{p1} и c_{p2} , густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α . Димензије и положај елемента су приказани на слици. Коефицијент сивоће површи износи $\varepsilon = 1$. Уважити размену топлоте зрачењем са сваким елементом, при чему се код одређивања размене топлоте између два елемента може сматрати да су они елементарни, занемарљиво малих димензија (димензија по дубини је мала). (3 поена)



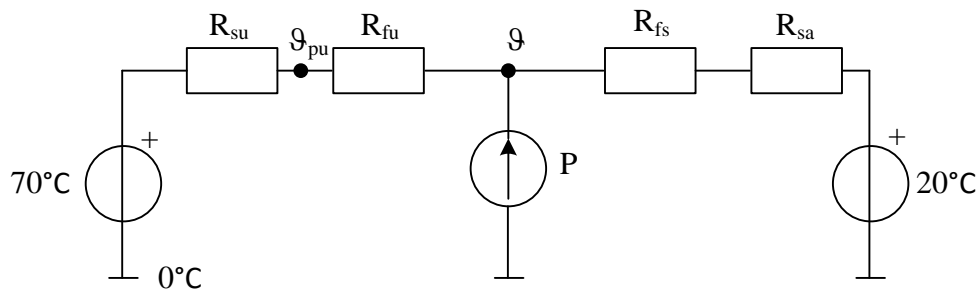
3. Површ бесконачно дугачког цилиндра спољашњег пречника $D_u = 5 \text{ cm}$, емисивности $\varepsilon_u = 0.8$, потребно је загревањем унутар цилиндра одржавати на температури $\vartheta_u = 800^\circ\text{C}$. Одредити степен смањења потребне снаге загревања ако се око цилиндра стави екран у облику цеви емисивности $\varepsilon_{su} = 0.2$, унутрашњег пречника: а) $D_{su1} = 7.5 \text{ cm}$, б) $D_{su2} = 10 \text{ cm}$. Сматрати да је цев направљена од идеално топло-проводног материјала. Дебљина цеви износи $\delta = 2 \text{ mm}$, а емисивност спољашње површи $\varepsilon_{ss} = 0.8$. Занемарити пренос топлоте струјањем. Температура амбијента износи 20°C . (2.5 поена)

4. Посматрајмо електроотпорну грејну плочу стакло-керамичког шпорета снаге $P = 1200 \text{ W}$, пречника $D_{gp} = 14 \text{ cm}$. На грејну плочу се поставља метална посуда истог пречника, запремине $V = 2 \text{ l}$, потпуно испуњена водом. Специфични топлотни капацитет материјала од кога је сачињена шерпа износи $c_{ps} = 474 \text{ J/(kg K)}$, а густина $\rho_s = 8700 \text{ kg/m}^3$. Дебљина дна и поклопаца (може се сматрати да су они облика диска), и зидова (облика шупљег цилиндра) износи $\delta = 2 \text{ mm}$. Густина воде $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, специфични топлотни капацитет воде $c_{pv} = 4200 \text{ J/(kgK)}$. Време загревања воде од почетне температуре 20°C до 100°C износи 11 min . Колико би износило време загревања за идентичне услове, са једином разликом да запремина шерпе, потпуно испуњене водом, износи $V' = 3 \text{ l}$? Сматрати да је једини топлотни отпор преносу топлоте струјање са спољне површи шерпе на околни ваздух температуре 20°C , при чему је коефицијент преласку топлоте струјањем константан и исти за обе посуде. Топлотни капацитет грејача и плоче шпорета износи $C_g = 450 \text{ J/K}$. (3 поена)

Решења задатака:

1. задатак

Топлотна шема:



R_{fu} - топлотни отпор преносу топлоте повођењем кроз унутрашњи слој фарбе

R_{fs} - топлотни отпор преносу топлоте повођењем кроз спољашњи слој фарбе

R_{su} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка уљу

R_{sa} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка ваздуху (амбијенту)

P - снага загревања зида (гвожђе дебљине 8mm)

ϑ_{pu} - температура површи унутрашње стране зида

$$P = \int_V q_v(x) dV = \int_{x=0}^{\delta_{fe}} q_v(x) S dx = \int_{x=0}^{\delta_{fe}} q_{v0} \cdot e^{-x/\delta} S dx = q_{v0} S \delta \left(1 - e^{-\delta_{fe}/\delta}\right) = q_{v0} S 3.99 \cdot 10^{-3}$$

$$R_{su} = \frac{1}{\alpha_u S} = 0.01539/S$$

$$R_{fu} = \frac{\delta_{fu}}{\lambda_f S} = 0.0005/S$$

$$R_{fs} = \frac{\delta_{fs}}{\lambda_f S} = 0.00075/S$$

$$R_{sa} = \frac{1}{\alpha_a S} = 0.2/S$$

$$p_{us} = \frac{\vartheta_{pu} - \vartheta_u}{R_{su} S} = \frac{100 - 70}{0.01539} = 1949.32 \text{ W}$$

$$\vartheta = \vartheta_u + (R_{fu} S + R_{su} S) p_{us} = 70 + (0.0005 + 0.01539) 1949.32 = 100.975^\circ\text{C}$$

$$p_s = p_{us} + \frac{\vartheta - \vartheta_a}{(R_{fs} + R_{sa}) S} = 1949.32 + \frac{100.975 - 20}{0.20075} = 2352.68 \text{ W}$$

$$q_{v0} = \frac{2352.68 S}{3.99 \cdot 10^{-3} S} = 589.64 \cdot 10^3 \text{ W/m}^3$$

2. задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (7,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa},$$

где су:

P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,

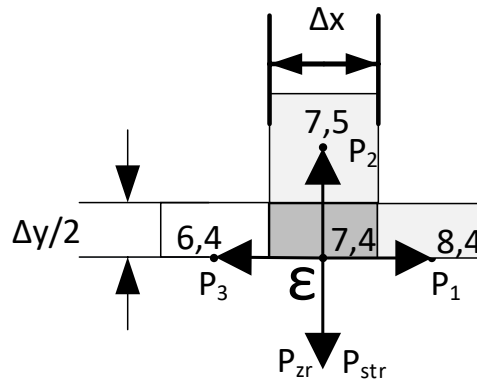
P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и

$P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном $(p+1)$ тренутку у односу на текући тренутак p :

$$P_{akum} = \rho_2 c_{p2} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{7,4}}{dt} = \rho_2 c_{p2} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{7,4}^{p+1} - \vartheta_{7,4}^p}{\Delta t}.$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr}.$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (8,4), (7,5) и (6,4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^3 P_k$$

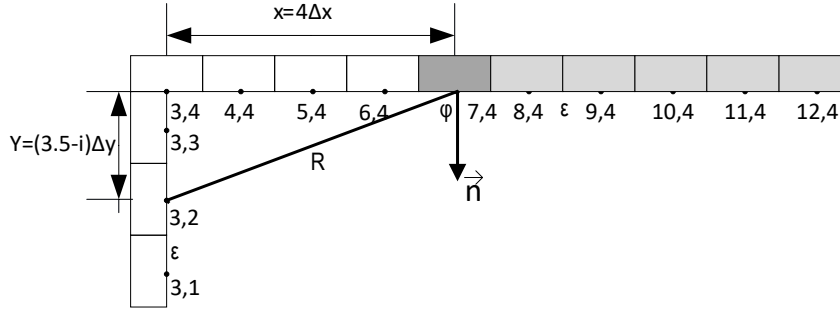
$$P_1 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{8,4}^p}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{L} \frac{\Delta y}{2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{8,4}^p}{\frac{2}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}}$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,5}^p}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta y}{L \Delta x}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,5}^p}{\frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta y}{\Delta x}}$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{6,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{2L} \frac{\Delta y}{2} + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{2L} \frac{\Delta y}{2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{6,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1 L} \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{\infty}^p}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L \Delta x}} = \alpha L \Delta x (\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{\infty}^p)$$



Слика 1.2

Топлота се са посматраног елемента може пренети зрачењем на вертикалне елементе са координатама од (3,1) до (3,3), при чему се између посматраног и сваког од три вертикална елемента мора одредити фактор виђења. Према тексту задатка површи су елементарне. Основна формула за фактор виђења се за случај елементарних површи своди на

$$F = \frac{1}{S_{7,4}} \int_{S_{7,4}} \int_{S_{3,i}} \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{\pi R^2} dS_{7,4} dS_{3,i} = \frac{1}{S_{7,4}} \int_{S_{7,4}} dS_{7,4} \int_{S_{3,i}} dS_{3,i} \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{\pi R^2} = \frac{S_{7,4} S_{3,i}}{S_{7,4}} \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{\pi R^2} = \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{\pi R^2} S_{3,i}$$

где је угао φ угао између потега од посматране до једне од вертикалних елементарних површи (R) и нормале на посматрану елементарну површ са координатама (7,4), као на слици 1.2, $i=1..3$. Тригонометријске функције посматраних углова φ могу се изразити на следећи начин:

$$\sin \varphi = \frac{x}{R} \quad \cos \varphi = \frac{y}{R}$$

Како се за све посматране случајеве растојање елементарних површи по x координати не мења и износи $x = 4\Delta x$, потег R се на основу ознака на слици 1.2 може изразити као

$$R^2 = (4\Delta x)^2 + ((3.5 - i)\Delta y)^2 = 16\Delta x^2 + (3.5 - i)^2 \Delta y^2.$$

Даље су тригонометријске функције:

$$\sin \varphi = \frac{4\Delta x}{\sqrt{16\Delta x^2 + (3.5-i)^2 \Delta y^2}} \quad \cos \varphi = \frac{(3.5-i)\Delta y}{\sqrt{16\Delta x^2 + (3.5-i)^2 \Delta y^2}}$$

Израз за елементарне површи је:

$$S_{3,i} = L\Delta x.$$

Коначан израз за фактор виђења је:

$$F = \frac{(3.5-i)\Delta y 4\Delta x}{\pi(16\Delta x^2 + (3.5-i)^2 \Delta y^2)^2} \Delta x L.$$

Снага преноса топлоте зрачењем се одређује помоћу наредне формуле:

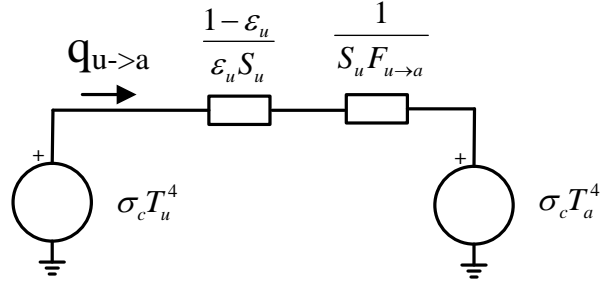
$$P_{Zr} = \sum_{i=1}^3 F_i S_{3,i} \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{7,4}^p + 273,15)^4 - (\vartheta_{3,i}^p + 273,15)^4)$$

$$P_{Zr} = \sum_{i=1}^3 \frac{(3.5 - i)\Delta y 4\Delta x}{\pi(16\Delta x^2 + (3.5 - i)^2 \Delta y^2)^2} \Delta x L L \Delta x \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{7,4}^p + 273,15)^4 - (\vartheta_{3,i}^p + 273,15)^4)$$

$$P_{Zr} = \sum_{i=1}^3 \frac{(3.5 - i)\Delta y 4\Delta x^3}{\pi(16\Delta x^2 + (3.5 - i)^2 \Delta y^2)^2} L^2 \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{7,4}^p + 273,15)^4 - (\vartheta_{3,i}^p + 273,15)^4)$$

3. задатак

У случају да екран није постављен, спољашња површ цеви и амбијент образују затворен простор. Размена енергије зрачењем између површи које образују затворен простор може се анализирати на основу следеће радијационе шеме (слика).



Пошто сва енергија емитована са површи цеви доспева у амбијент, на основу дефиниције фактора виђења се закључује следеће:

$$F_{u \rightarrow a} = \frac{Q_{u \rightarrow a}}{Q_{uk}} = 1 \quad (3.1)$$

где је $Q_{u \rightarrow a}$ енергија која, емитована са површи цеви, стиже у амбијент, а Q_{uk} је укупна енергија емитована са површи цеви. Израз (3.1) би важио и када би се енергије замениле одговарајућим снагама.

$$F_{u \rightarrow u} + F_{u \rightarrow a} = 1 \Rightarrow F_{u \rightarrow u} = 1 - F_{u \rightarrow a} = 0 \quad (3.2)$$

Укупна енергија која се размењује између спољашње површи цеви и амбијента износи:

$$q_{u \rightarrow a} = \frac{\sigma_c (T_u^4 - T_a^4)}{\frac{1 - \epsilon_u}{S_u \epsilon_u} + \frac{1}{S_u F_{u \rightarrow a}}} = \epsilon_u S_u \sigma_c (T_u^4 - T_a^4) \quad (3.3)$$

$$q_{u \rightarrow a} = 9399 \text{ W/m}$$

Након постављања екрана, енергија се зрачењем преноси између спољашње површи цеви и унутрашње површи екрана и између спољашње површи екрана и амбијента. Екран је цилиндричан и отпор преносу топлоте између унутрашње и спољашње површи екрана је нула, јер је материјал идеално топлопроводан, тако да су температуре спољашње и унутрашње површи екрана једнаке и важи једначина:

$$T_{su} = T_{ss} = T_s. \quad (3.4)$$

Како нема генерисања топлотне енергије у екрану, закључује се да је и:

$$q_{u \rightarrow su} = q_{ss \rightarrow a} = q_{u \rightarrow a}'. \quad (3.5)$$

Снага која се размењује између спољашње површи цилиндра и унутрашње површи екрана по јединици дужине износи:

$$q_{u \rightarrow su} = \frac{\sigma_c (T_u^4 - T_s^4)}{\frac{1 - \epsilon_u}{S_u \epsilon_u} + \frac{1}{S_u F_{u \rightarrow su}} + \frac{1 - \epsilon_{su}}{S_{su} \epsilon_{su}}} \quad (3.6)$$

где је T_s температура екрана, а $F_{u \rightarrow su}$ фактор виђења између спољашње површи цилиндра и унутрашње површи екрана. Пошто сва енергија емитована са спољашње површи цилиндра доспева на унутрашњу површ екрана, закључује се да је $F_{u \rightarrow su} = 1$.

Снага која се размењује између спољашње површи екрана и амбијента по јединици дужине износи:

$$q_{ss \rightarrow a} = \frac{\sigma_c (T_s^4 - T_a^4)}{\frac{1 - \epsilon_{ss}}{S_{ss} \epsilon_{ss}} + \frac{1}{S_{ss} F_{ss \rightarrow a}}} \quad (3.7)$$

Из (3.5), (3.6) и (3.7) следи

$$q_{u \rightarrow a}' = \frac{\sigma_c (T_u^4 - T_a^4)}{\frac{1 - \epsilon_u}{S_u \epsilon_u} + \frac{1}{S_u F_{u \rightarrow su}} + \frac{1 - \epsilon_{su}}{S_{su} \epsilon_{su}} + \frac{1 - \epsilon_{ss}}{S_{ss} \epsilon_{ss}} + \frac{1}{S_{ss} F_{ss \rightarrow a}}} \quad (3.8)$$

$$F_{u \rightarrow su} = 1;$$

$$F_{ss \rightarrow a} = 1;$$

$$S_u = D_u \pi L;$$

$$S_{su} = D_{su} \pi L;$$

$$S_{ss} = D_{ss} \pi L;$$

$$S_u = 0.1571L$$

$$a) S_{su} = 0.2356L$$

$$S_{ss} = 0.2482L$$

$$q_{u \rightarrow a}' = \frac{5.67 \cdot 10^{-8}(1073.16^4 - 293.16^4)}{1.5913 + 6.3654 + 16.978 + 1.0073 + 4.029} = \frac{74785.209}{29.971} = 2495.26W/m$$

Однос поменутих снага износи:

$$\frac{q_{u \rightarrow a}'}{q_{u \rightarrow a}} = 3.77$$

Потребна снага загревања се смањује за 73.5%.

$$a) S_{su} = 0.3142L$$

$$S_{ss} = 0.3267L$$

$$q_{u \rightarrow a}' = \frac{5.67 \cdot 10^{-8}(1073.16^4 - 293.16^4)}{1.5913 + 6.3654 + 12.7307 + 0.7652 + 3.0609} = \frac{74785.209}{24.5135} = 3050.78W/m$$

Однос поменутих снага износи:

$$\frac{q_{u \rightarrow a}'}{q_{u \rightarrow a}} = 3.08$$

Потребна снага загревања се смањује за 67.6%.

4. задатак

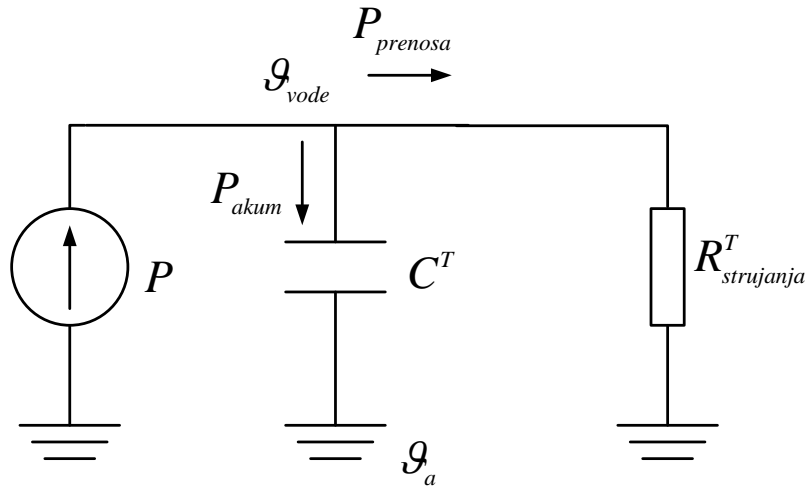
Биланс снаге за посматрани систем је:

$$P = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (4.1)$$

P - укупна снага којом се енергија генерише у грејачу,

P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у плочи, шерпи и води, и

$P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује струјањем са околином.



$$C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R_{strujanja}^T} = P \quad (4.2)$$

$$\theta = g_{vode} - g_a$$

$$R_{strujanja}^T \cdot C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta = R^T \cdot P \quad (4.3)$$

$$\tau \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta = \frac{\tau}{C^T} \cdot P \quad (4.4)$$

где је са τ означена временска константа загревања (хлађења):

$$\tau = R_{strujanja}^T \cdot C^T \quad (4.5)$$

За случај да је пораст температуре воде у тренутку $t=0$ једнак нули:

$$\theta(t) = \theta_{stac} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (4.6)$$

где је

$$\theta_{stac} = R_{strujanja}^T \cdot P \quad (4.7)$$

$$\theta^* = R_{strujanja}^T \cdot P \cdot (1 - e^{-\frac{t^*}{R_{strujanja}^T \cdot C^T}}) \quad (4.8)$$

Топлотни капацитет воде, шерпе и грејне плоче износи:

$$C^T = C_v^T + C_s^T + C_g^T = \rho_v \cdot V \cdot c_{pv} + \rho_s \cdot V_s \cdot c_{ps} + C_g^T \quad (4.9)$$

$$H_s = \frac{V}{S} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0.14^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 0.13m$$

$$C^T = 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 4.2 \cdot 10^3 + 8700 \cdot ((2 \cdot 0.14^2 \cdot \frac{\pi}{4} + 0.14 \cdot \pi \cdot 0.13) \cdot 0.002) \cdot 474 + 450$$

$$C^T = 8400 + 725.5 + 450 = 9575.5 \text{ J/K}$$

Отпор преласку топлоте ка околини износи:

$$R_{strujanja}^T = \frac{1}{\alpha \cdot S_s} \quad (4.10)$$

$$S_s = \pi D_{gp} H_s + \frac{\pi D_{gp}^2}{4} = 0.07257 \text{ m}^2$$

$$R_{strujanja}^T = \frac{13.78}{\alpha}$$

Из (4.8):

$$100 - 20 = \frac{13.78}{\alpha} \cdot 1200 \cdot \left(1 - e^{-\frac{10 \cdot 60}{\alpha \cdot 9575.5}}\right)$$

Решавањем једначине добија се: $\alpha = 13.4 \text{ W / (m}^2 \text{ K)}$

Шерпа запремине $3l$:

$$H_{3s} = \frac{V}{S} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0.14^2 \cdot \pi / 4} = 0.1949 \text{ m}$$

$$C_3^T = 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 4.2 \cdot 10^3 + 8700 \cdot \left(\left(2 \cdot 0.14^2 \cdot \pi / 4 + 0.14 \cdot \pi \cdot 0.1949 \right) \cdot 0.002 \right) \cdot 474 + 450$$

$$C_3^T = 14010.89 \text{ J/K}$$

$$R_{3strujanja}^T \approx \frac{1}{13.4 \cdot \left(\pi \cdot 0.14 \cdot 0.1949 + 0.14^2 \cdot \pi / 4 \right)} = \frac{9.8897}{13.4} = 0.7380 \text{ K / W}$$

$$t^* = -\tau \cdot \ln \frac{R_{3strujanja}^T \cdot P - 80}{R_{3strujanja}^T \cdot P} = R_{3strujanja}^T \cdot C_3^T \cdot \ln \frac{R_{3strujanja}^T \cdot P}{R_{3strujanja}^T \cdot P - 80}$$

$$t^* = 0.7380 \cdot 14010.89 \cdot \ln \frac{0.7380 \cdot 1200}{0.7380 \cdot 1200 - 80}$$

$$t^* = 16.32 \text{ min}$$



Први колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 150 минута

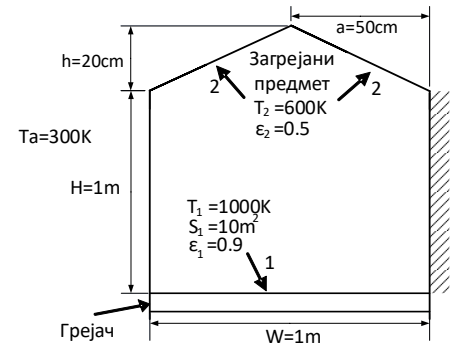
Укупан број поена износи 11

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

18. 12. 2018.

1. Раван хомоген зид сачињен од гвожђа дебљине $\delta_{Fe} = 8 \text{ mm}$ загрева се услед генерисања топлоте по запремини снагом површинске густине $q_s = 2 \text{ kW/m}^2$. Са унутрашње стране зида нанет је слој фарбе дебљине $\delta_{fa} = 0.1 \text{ mm}$, а са спољашње слој цинка дебљине $\delta_{zn} = 0.08 \text{ mm}$ и слој фарбе дебљине $\delta_{fs} = 0.15 \text{ mm}$. Специфична топлотна проводност фарбе износи $\lambda_f = 0.2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$ и много је мања од вредности за гвожђе и цинк. Написати систем једначина чијим се решавањем могу одредити температура површи са унутрашње стране (са којом је уље у додиру) и температура коју је могуће измерити термовизијом. Коefицијент преласка топлоте струјањем према уљу температуре $\vartheta_u = 70^\circ\text{C}$ износи $\alpha_u = 65\theta_1^{0.25} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right)$, а према амбијенталном ваздуху температуре $\vartheta_a = 20^\circ\text{C}$ износи $\alpha_a = 5\theta_2^{0.25} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right)$; θ_1 означава разлику температуре површи зида до уља и уља, а θ_2 разлику температуре површи зида ка амбијенту и температуре ваздуха. (3 поена)

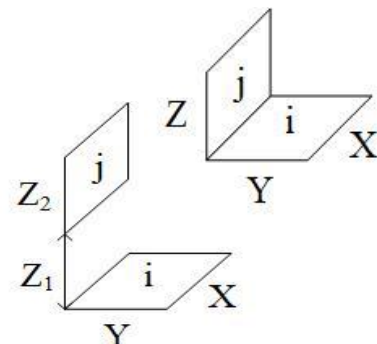
2. Одредити снагу загревања површи (2), до које се топлота преноси зрачењем са грејача (1). Дужина (дубинска координата) површи (1) и (2) износи 10 m. Десна, лева, предња и задња вертикална површ су затворене и идеално топлотно изоловане. Пренос топлоте струјањем се може занемарити, а за површи се може сматрати да зраче дифузно. “Фактори виђења” између паралелних правоугаоних површи димензија 10 m x 1 m, које се налазе на растојању 1 m, износи 0.39. (3 поена)



3. Вода у бојлеру запремине 80 литара са грејачем снаге 2 kW се загреје са 20°C на 75°C за 175 минута. Посматрати следећу ситуацију: вода се загреје на 75°C , после чега се грејач искључи и остаје трајно искључен. Након сат времена по искључењу бојлера, из бојлера се источи 10 литара мешавине топле и хладне воде (температура хладне воде износи 20°C), температуре 50°C . Колика ће бити температура воде у бојлеру након истакања воде, за које се може сматрати да се одвија тренутно? Сматрати да је температура амбијента 20°C и да је снага преноса топлоте од воде ка амбијенту сразмерна разлици температуре воде и амбијента. Густина воде износи $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, специфични топлотни капацитет воде $c_{pv} = 4200 \text{ J/(kgK)}$, специфични топлотни капацитет металног казана $c_{pk} = 474 \text{ J/(kg K)}$, а његова тежина $m_{pk} = 20 \text{ kg}$. Топлотни капацитет изолације се може занемарити. Сматрати да вода у бојлеру и казан чине изотермичку запремину. (2.5 поена)
4. Полазећи од израза за фактор виђења за геометрију два управна правоугаоника са заједничком ивицом (горња десна слика), где је $H = \frac{Z}{X}$, а $W = \frac{Y}{X}$:

$$F_{ij} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2} \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)} \right]^{W^2} \left[\frac{H^2(1+W^2+H^2)}{(1+H^2)(W^2+H^2)} \right]^{H^2} \right\} \right),$$

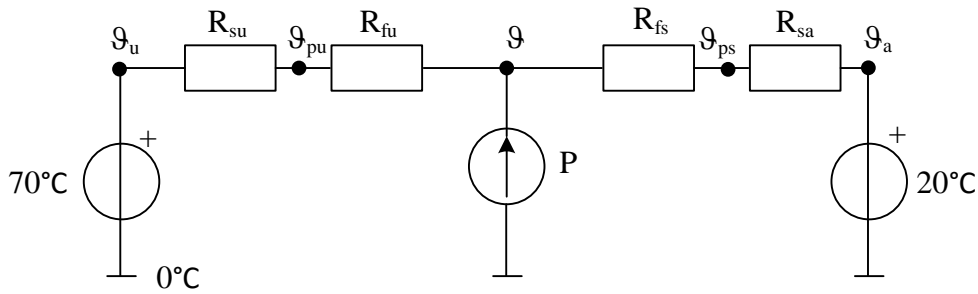
одредити фактор виђења за случај да управни правоугаоници немају заједничку ивицу, за геометрију приказану на слици доле лево – $X=1\text{m}$, $Y=1\text{m}$, $Z_1=1\text{m}$, $Z_2=1\text{m}$. (2.5 поена)



Решења задатака:

1. задатак

Топлотна шема:



R_{fu} - топлотни отпор преносу топлоте провођењем кроз унутрашњи слој фарбе

R_{fs} - топлотни отпор преносу топлоте провођењем кроз спољашњи слој фарбе

R_{su} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка уљу

R_{sa} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка ваздуху (амбијенту)

Отпори преносу топлоте кроз гвожђе и слој цинка се занемарују због велике топлотне проводности.

P - снага загревања зида (гвожђе дебљине 8mm)

ϑ_{pu} - температура површи унутрашње стране зида

ϑ_{ps} - температура површи спољашње стране зида

$$\theta_1 = \vartheta_{pu} - \vartheta_u$$

$$\theta_{21} = \vartheta_{ps} - \vartheta_a$$

$$P = q_s S = 2000S$$

$$R_{su} = \frac{1}{\alpha_u S} = 0.01539 / (S\theta_1^{0.25})$$

$$R_{fu} = \frac{\delta_{fu}}{\lambda_f S} = 0.0005/S$$

$$R_{fs} = \frac{\delta_{fs}}{\lambda_f S} = 0.00075/S$$

$$R_{sa} = \frac{1}{\alpha_a S} = 0.2 / (S\theta_2^{0.25})$$

$$q_s = p_{us} + p_{ss}$$

$$p_{us} = \frac{\vartheta_{pu} - \vartheta_u}{R_{su} S} = \frac{\vartheta - \vartheta_u}{(R_{su} + R_{fu}) S}$$

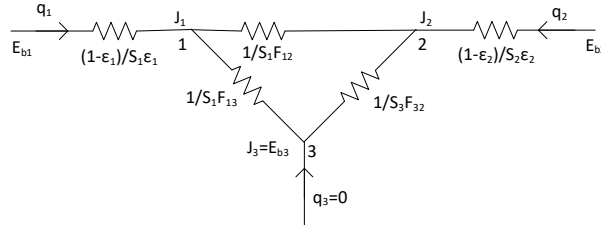
$$\frac{\theta_1^{1.25}}{0.01539} = \frac{\vartheta - 70}{\frac{0.01539}{\theta_1^{0.25}} + 0.0005}$$

$$p_{ss} = \frac{\vartheta_{ps} - \vartheta_a}{R_{sa} S} = \frac{\vartheta - \vartheta_a}{(R_{sa} + R_{fs}) S}$$

$$\frac{\theta_2^{1.25}}{0.2} = \frac{\vartheta - 20}{\frac{0.2}{\theta_2^{0.25}} + 0.00075}$$

2. задатак

По услови задатка, пренос топлоте струјањем се занемарује, тако да се топлотни процес може описати радијационом шемом приказаном на наредној слици. За такав приступ је потребно формирати затворену површ. Поред површи грејача (1) и загреваног предмета (2), затворени простор се формира помоћу површи 3, коју чине четири вертикалне површи (предња, задња, лева и десна вертикална површ ка амбијенту. Димензије површи 3 су $2 \times (1 \text{ m} \times 10 \text{ m}) + 2 \times (1 \text{ m} \times 1 \text{ m}) + 2 \times (0.2 \text{ m} \times 0.5 \text{ m})$.



За решавање радијационе шеме је потребно одредити вредности међусобних фактора виђења између површи (1, 2, и 3).

Пошто је дубинска димензија (10 m) много већа од осталих, може се сматрати да је површина једнакокраких троуглова (основице $2a$ и висине h) много мања од површине површи (2), односно да је фактор виђења између површи (1) и (2) једнак фактору виђења између површи (1) и правоугаоне површи димензија $1 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ која је паралелна површи (1) и налази се на растојању H од ње (ова површ ће се означити са (2')). Следи да је $F_{12} = F_{12'} = 0.39$, на основу поставке задатка.

Даље, на основу димензија површ (1) и (2) добијамо ($S_2 = 10 \times 2 \times \sqrt{(0.5^2 + 0.2^2)} = 10.8 \text{ m}$):

$$F_{21} = \frac{S_1}{S_2} F_{12} = \frac{10}{10.8} 0.39 = 0.3611$$

Фактори виђења између површи (1) и (3):

$$F_{13} = (1 - F_{12}) = 0.61$$

$$F_{31} = \frac{S_1}{S_3} F_{13} = \frac{1 * 10}{2(10 + 1.1)} 0.61 = 0.2748$$

На основу симетрије следи:

$$F_{32} = F_{32'} = F_{31} = 0.2748$$

Из геометрије добијамо и преостали фактор виђења између површи (2) и (3):

$$F_{23} = \frac{S_3}{S_2} F_{32} = \frac{22.2}{10.8} 0.2748 = 0.5628$$

Површинске густине снаге зрачења сваке од површи се одређују на основу температура самих површи:

$$E_{b1} = \sigma_c T_1^4 = 56700 \text{ W/m}^2$$

$$E_{b2} = \sigma_c T_2^4 = 7348 \text{ W/m}^2$$

Једначина за чвор 1:

$$q_1 = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 S_1}} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{S_1 F_{12}}} + \frac{J_1 - J_3}{\frac{1}{S_1 F_{13}}}$$

Једначина за чвор 2:

$$q_2 = \frac{E_{b2} - J_2}{\frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 S_2}} = \frac{J_2 - J_1}{\frac{1}{S_1 F_{12}}} + \frac{J_2 - J_3}{\frac{1}{S_2 F_{23}}}$$

Једначина за чвор 3:

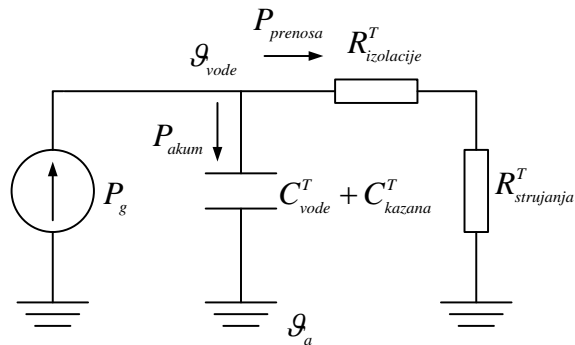
$$q_3 = 0 = \frac{J_3 - J_1}{\frac{1}{S_1 F_{13}}} + \frac{J_3 - J_2}{\frac{1}{S_3 F_{32}}}$$

$$J_2 = 25789 \text{ W/m}^2$$

$$q_{zr2} = -q_2 = \frac{J_2 - E_{b2}}{\frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = 199.15 \text{ kW}$$

3. задатак

Топлотна шема која описује наведени проблем:



Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C^T_{kazana} + C^T_{vode} = m_k \cdot c_{pk} + \rho_V \cdot V \cdot c_{pv} = 345.48 \text{ kJ/K} \quad (3.1)$$

Промена пораста температуре воде у бојлеру у односу на амбијент описана је следећом диференцијалном једначином:

$$C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R^T} = P_g \quad (3.2)$$

Сређивање једначине се добија:

$$R^T \cdot C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta = R^T \cdot P_g \quad (3.3)$$

$$\tau \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta = \frac{\tau}{C^T} \cdot P_g \quad (3.4)$$

где је са τ означена временска константа загревања (хлађења):

$$\tau = R^T \cdot C^T \quad (3.5)$$

Решење диференцијалне једначине гласи:

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{stac} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3.6)$$

θ_0 - пораст температуре воде у тренутку $t=0$

θ_{stac} - пораст температуре воде у устаљеном стању које би наступило када би загревање трајало неограничено дуго.

У посматраном случају загревања воде са 20°C на 75°C , величине које фигуришу у претходном изразу износе:

$$\theta_0 = 0\text{K} \quad (3.7)$$

$$\theta_{stac} = \frac{\tau}{C^T} \cdot P_g \quad (3.8)$$

Заменом претходне две вредности у израз за промену температуре и посматрањем тренутка у коме вода достиже температуру 75°C (тренутак у коме се грејач искључује – 175 минута након почетка загревања), може се одредити временска константа загревања, а потом из ње и топлотни отпор према амбијенту.

$$\theta(t^*) = \theta^* = 55\text{K} = \frac{\tau}{C^T} \cdot P_g \cdot (1 - e^{-\frac{t^*}{\tau}}) \quad (3.9)$$

Претходна једначина је трансцедентна по τ и може се решити итеративним поступком:

$$\tau_{k+1} = \frac{C^T \cdot \theta^*}{P_g \cdot (1 - \exp(-\frac{t^*}{\tau_k}))} \quad (3.10)$$

Узимањем почетног погађања $\tau=3\text{h}$, након довољног броја итерација добија се приближна вредност временске константе:

$$\tau = 14.333\text{h} \quad (3.11)$$

Одређивање почетне температуре воде, θ^* , у бојлеру након једног сата ($t^*=1\text{h}$) од искључења грејача је могуће на основу израза (изведен у задатку 5 са рачунских вежби):

$$t^* = \tau \ln \frac{\theta_0 - \theta_{stac}}{\theta^* - \theta_{stac}} \quad (3.12)$$

Како је у питању процес хлађења, за почетни пораст температуре се узима вредност од 55 К, а за стационарни 0 К, уз претпоставку да је временска константа хлађења једнака временској константи загревања. Заменом бројних вредности у претходну једначину, добија се да је:

$$\theta^* \approx 51.3^\circ\text{C} \quad (3.13)$$

Прорачуна температуре воде у бојлеру након истицања 10 литара мешавине топле и хладне воде температуре 50°C : Енергија коју треба довести (позитиван број) / одвести (негативан број) телу чији топлотни капацитет износи C^T да би јој се температура променила са \mathcal{G}_p на \mathcal{G} :

$$Q = C^T \cdot (\mathcal{G} - \mathcal{G}_p) \quad (3.14)$$

За воду запремине V , топлотни капацитет износи

$$C^T = \rho \cdot V \cdot c_p \quad (3.15)$$

(у приближним прорачунима се може сматрати да се ρ и c_p не мењају са температуром).

Одређивање почетне температуре воде у бојлеру након истицања 10 литара мешавине топле и хладне воде температуре 50°C се заснива на енергетском билансу између енергије у виду топлоте која је одузета води из бојлера и предата води која је источена (колико се топле воде источи из бојлера, толико хладне воде уђе у њега):

$$C^T(\theta^* - \vartheta_x) = \rho V c_{pv}(\theta_{mix} - \theta_{hladne\ vode}) \quad (3.16)$$

$$345.48 \text{ kJ/K}(71.3^\circ\text{C} - \vartheta_x) = 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 4200 \text{ J/(kg K)}(50 - 20) \quad (3.17)$$

$$\vartheta_x \approx 67.65^\circ\text{C} \quad (3.18)$$

4. задатак

Тражени фактор виђења F_{ij} се може одредити као разлика фактора виђења F_{i12} између хоризонталне површи i (X^*Y) и вертикалне површи димензија $X^*(Z_1+Z_2)$, и фактора виђења F_{i1} између хоризонталне површи i (X^*Y) и вертикалне површи j са прве слике (X^*Z_1).

$$W = \frac{Y}{X}, H_{12} = \frac{Z_1+Z_2}{X}, H_1 = \frac{Z_1}{X}$$

$$F_{i12} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H_{12} \tan^{-1} \frac{1}{H_{12}} - (H_{12}^2 + W^2)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \frac{1}{(H_{12}^2 + W^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1+W^2)(1+H_{12}^2)}{1+W^2+H_{12}^2} \left[\frac{W^2(1+W^2+H_{12}^2)}{(1+W^2)(W^2+H_{12}^2)} \right]^{W^2} \left[\frac{H_{12}^2(1+W^2+H_{12}^2)}{(1+H_{12}^2)(W^2+H_{12}^2)} \right]^{H_{12}^2} \right\} \right)$$

$$F_{i1} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H_1 \tan^{-1} \frac{1}{H_1} - (H_1^2 + W^2)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \frac{1}{(H_1^2 + W^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1+W^2)(1+H_1^2)}{1+W^2+H_1^2} \left[\frac{W^2(1+W^2+H_1^2)}{(1+W^2)(W^2+H_1^2)} \right]^{W^2} \left[\frac{H_1^2(1+W^2+H_1^2)}{(1+H_1^2)(W^2+H_1^2)} \right]^{H_1^2} \right\} \right)$$

$$F_{ij} = F_{i12} - F_{i1} = 0.2329 - 0.2 = 0.0329$$



Други колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 150 минута

Укупан број поена износи 11

28. 12. 2018.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Дистрибутивни уљни трансформатор је представљен помоћу квадра чије се једно доње теме налази у координатном почетку, а друго, најудаљеније, на координати (700, 1400, 1100) mm. Нацртати његову комплетну заменску шему са концентрисаним параметрима и дефинисати сваки од елемената шеме (ако је константан, дати његову вредност, а ако је променљив, написати функционалну зависност). Укупни губици у трансформатору износе 1500 W, коефицијент преласка топлоте са уља на суд трансформатора 65 W/m²K, а са површине суда на околни ваздух 5 W/m²K. Коефицијент емисивности површи суда је $\varepsilon=0.8$. Температура амбијента је 22 °C. Сматрати: а) да је отпор провођењу топлоте кроз зид суда дебљине које је занемарљиво мала у односу на димензије суда занемарљиво мала, б) да се компонента размене енергије зрачењем на унутрашњој страни зидова може занемарити, в) да је доња површ суда адијабадска, г) да уље има константну температуру по запремини. Параметре одредити за тренутак у току дана када је угао упада сунчевог зрачења дефинисан помоћу вектора $\vec{s}(2\vec{i}_x, -2\sqrt{3}\vec{i}_y, -2\vec{i}_z)$, а површинска густина снаге сунчевог зрачења у равни управној на упадни зрак 500 W/m². (3 поена)
2. Номинални подаци (чистог) хладњака дужине $L_c=1.993\text{m}$: проток воде $Q_{vn}=4.167\cdot 10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$, проток уља $Q_{un}=22.2\cdot 10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$, температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{un}=72^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{hn}=64^\circ\text{C}$, температуре хладне и топле воде: $\vartheta_{hn}=25^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{un}=42^\circ\text{C}$, расхладна снага хладњака $P_{hn}=298\text{ kW}$. Хладњак се може посматрати као елементарни облик хладњака дужине $2L_c$, пречника отвора унутрашње цеви, кроз коју протиче вода, $d_{ucv}=13\text{mm}$ и дебљине цеви $\delta_{cv}=1\text{mm}$, при чему су протоци воде и уља кроз сваку од $N_c=109$ цеви једнаки укупним протоцима воде и уља, подељеним са N_c , респективно. Смерови струјања уља и воде су супротни. Параметри воде и уља: $\rho_v=1001\text{ kg/m}^3$, $c_{pv}=4209\text{ J/(kg K)}$, $\rho_u=895\text{ kg/m}^3$, $c_{pu}=2198\text{ J/(kg K)}$.

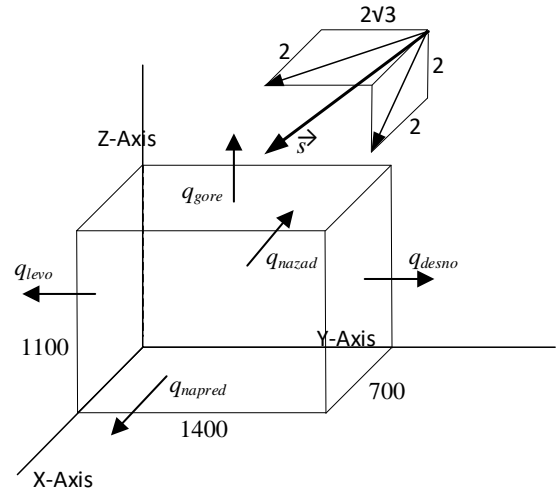
Израчунати расхладну снагу и температуру уља на изласку из хладњака при протоку воде $Q_v=3.959\cdot 10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$, протоку уља $Q_u=24.42\cdot 10^{-3}\text{m}^3/\text{s}$, температури воде на уласку у хладњак $\vartheta_{nv}=20^\circ\text{C}$ и температури уља на уласку у хладњак $\vartheta_{nu}=60^\circ\text{C}$. Запрљање се може описати на следећи начин: са стране уља настаје као резултат континуалног таложења материје у танком слоју, што се може описати фактором запрљања $f_u=0.0002781$, а са стране воде местимичним таложењем материје у дебљим слојевима, што се може описати као да је површ за пренос топлоте умањена на 85% укупне површи цеви ка страни воде. При прорачуну уважити разлике у површи према води и према уљу; за базну површ размењивача узети површину на страни воде. Може се сматрати да су коефицијенти преласка топлоте струјањем константни и једнаки вредностима у номиналном режиму. При номиналним условима и чистом хладњаку, топлотни отпори преносу топлоте струјањем на обе стране унутрашње цеви су једнаки, а отпор преласку топлоте провођењем кроз саму цев се може занемарити. (3 поена)
3. Дати математички исказ утицаја сачиниоца (k_{op}) промене дозвољеног струјног оптерећења, навести њену квалитативну зависност од фактора оптерећења (фактора испуне) (m) за кабл положен у земљу. Дати дефиницију фактора m . За један кабл за 110 kV је познато: $m = 0.8$, коме одговара $k_{op} = 0.91$. Ако се зна да дозвољена струја тако оптерећеног кабла пресека 630 mm², износи $I_{doz} = 736\text{ A}$, колика би била вредност I_{doz} када би струја кроз кабл имала константну вредност? Сматрати да су температура тла и њена специфична топлотна проводност иста у оба случаја ($m = 0.8$ и $m = 1$). (2 поена)
4. Уобичајени облик функционлне зависности топлотне проводности којом се описује пренос топлоте са уља на амбијент код енергетског уљног трансформатора гласи $\Lambda_{II} = \alpha_f S = K \theta_{II}^n$. Описати поступак којим се из више (N) стационарних топлотних стања, у којима су измерене снаге губитака (P_j) и порасте температуре уља у односу на амбијент (θ), одређују параметари K и n (2 поена).

Решења задатака:

1. задатак

Познато:

- $\varepsilon = 0,8$
- $\sigma_c = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$
- $\vartheta_a = 22^\circ\text{C}$
- $X = 0,7 \text{ m}$
- $Y = 1,4 \text{ m}$
- $Z = 1,1 \text{ m}$
- $P_{s,sun} = 500 \text{ W/m}^2$



Снага одвођења топлоте зрачењем са сваке површине суда трансформатора ($i = (levo, nazad, desno, napred, gore)$) једнака је:

$$P_{z,i} = S_i \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{zida,i} + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4) \quad (1)$$

где је:

- $S_{levo} = XZ = 0,77 \text{ m}^2$
- $S_{nazad} = YZ = 1,54 \text{ m}^2$
- $S_{desno} = XZ = 0,77 \text{ m}^2$
- $S_{napred} = YZ = 1,54 \text{ m}^2$
- $S_{gore} = XY = 0,98 \text{ m}^2$

Сунчево зрачење пада на трансформатор у правцу вектора \vec{s} . Као последица тога, постоји додатно загревање на горњој, задњој и десној страни суда трансформатора. Снага загревања сваке од страна на које пада зрачење дата је изразом:

$$P_{sun,i} = S_i \varepsilon P_{s,sun,i} \quad (2)$$

где је $P_{s,sun,i}$ површинска густина зрачења која пада на стану i . Површинска густина снаге сунчевог зрачења се може представити и векторски:

$$\vec{P}_{s,sun} = P_{sx,sun} \vec{l}_x + P_{sy,sun} \vec{l}_y + P_{sz,sun} \vec{l}_z \quad (3)$$

Овај вектор има правац као и вектор \vec{s} и интензитет $P_{s,sun} = 500 \text{ W/m}^2$. Компоненте снаге зрачења у правцу оса одређују се као:

$$P_{sx,sun} = \frac{s_x}{\|\vec{s}\|} P_{s,sun} = 223,61 \text{ W/m}^2 \quad (4)$$

$$P_{sz,sun} = \frac{s_z}{\|\vec{s}\|} P_{s,sun} = 387,3 \text{ W/m}^2 \quad (5)$$

$$P_{sz,sun} = \frac{s_z}{\|\vec{s}\|} P_{s,sun} = 223,61 \text{ W/m}^2 \quad (6)$$

где је $\|\vec{s}\| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} = 2\sqrt{5}$.

Свака од ове три компоненте зрачења загрева само једну од страна квадрата и то ону која је управна на упадни правац зрачења (остале стране квадрата су или паралелне са овим правцем или се налаза са задње стране квадрата (у односу на изложену страну) тј. заклоњене су). На основу

овога се закључује да су површинске густине снаге загревања из израза (2) једнаке одговарајућим компонентама зрачења из израза (4), (5) и (6):

$$P_{s,sun,gore} = P_{sz,sun} = 223,61W/m^2 \quad (7)$$

$$P_{s,sun,nazad} = P_{sx,sun} = 223,61W/m^2 \quad (8)$$

$$P_{s,sun,desno} = P_{sy,sun} = 387,3W/m^2 \quad (9)$$

Отпори преношењу топлоте струјањем се одређују као

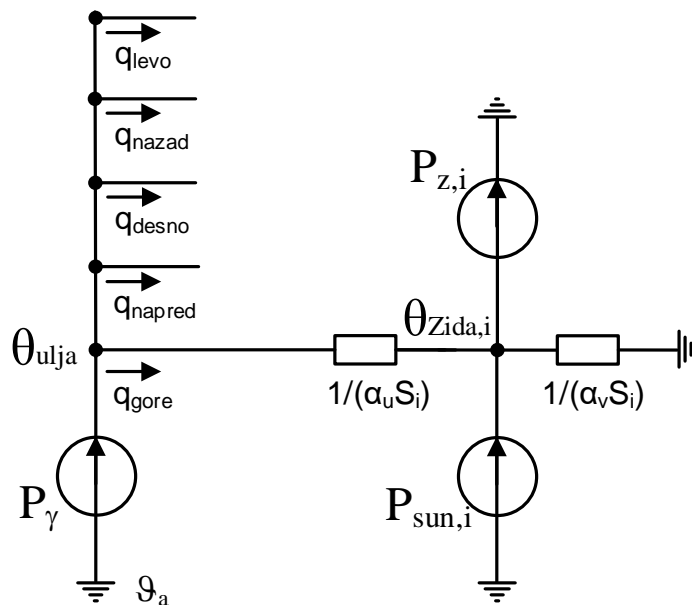
$$R_{\alpha,u,i} = \frac{1}{\alpha_u S_i} \quad (10)$$

на страни уља и

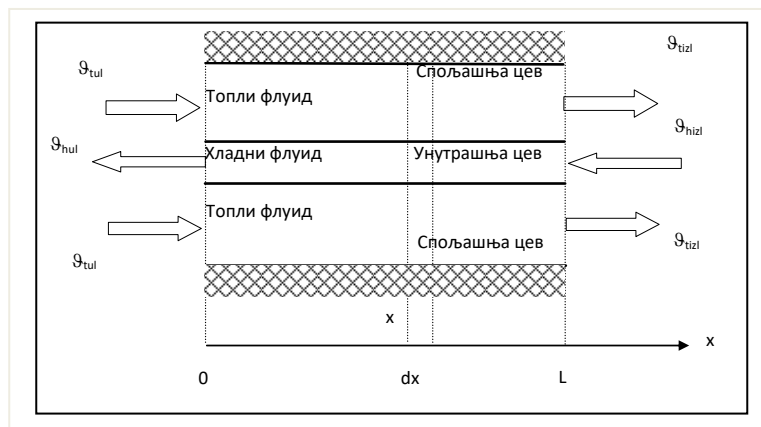
$$R_{\alpha,v,i} = \frac{1}{\alpha_v S_i} \quad (11)$$

на страни ваздуха.

На слици испод дата је тражена топлотна шема.



2. задатак



Елементарна снага преноса топлоте кроз размењивач на координати x је:

$$dq = \frac{\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)}{dR^T}, \quad (1)$$

$\vartheta_t(x)$ - температура топлог флуида на координати x ,

$\vartheta_h(x)$ - температура хладног флуида на координати x

Елементарни отпор преносу топлоте кроз зид размењивача одређује као збир топлотних отпора струјању течности на обе стране унутрашње цеви, а према услову задатка топлотни отпор провођењу кроз саму цев је занемарен:

$$dR^T = \frac{1}{\pi d_{sp} \alpha_u dx} + \frac{1}{\pi d_{un} \alpha_v dx} \quad (2)$$

d_{un} – унутрашњи пречник цеви,

d_{sp} – спољашњи пречник цеви,

α_u – коефицијент преласка топлоте струјањем са топлог флуида (уља) на спољашњу површ унутрашње цеви

α_v – коефицијент преласка топлоте струјањем са унутрашње површи унутрашње цеви на хладни флуид (воду)

$$dq = \pi dx \left(\frac{1}{d_{sp} \alpha_u} + \frac{1}{d_{un} \alpha_v} \right)^{-1} (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)) \quad (3)$$

Како се за базу површ размењивача, према тексту задатка, узима површ ка хладном флуиду, следи:

$$dq = \pi d_{un} dx \left(\frac{d_{un}}{d_{sp} \alpha_u} + \frac{1}{\alpha_v} \right)^{-1} (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)) \quad (4)$$

$$k_p = \left(\frac{d_{un}}{d_{sp} \alpha_u} + \frac{1}{\alpha_v} \right)^{-1} \quad (5)$$

Односно, ако напишемо изразе за унутрашњу и спољашњу површину цеви кроз коју тече вода (хладан флуид):

$$S_{hladnjaka}^{un} = N_c \pi d_u 2 L_c \quad \text{и} \quad (6)$$

$$S_{hladnjaka}^{sp} = N_c \pi d_s 2 L_c, \quad (7)$$

тада се из једнакости (5) добијају изрази за отпоре преносу топлоте струјањем на обе стране унутрашње цеви (12), који су према услову задатка, за номинални режим, једнаки (9).

$$k_p S_{hladnjaka}^{un} = \left(\frac{1}{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}} + \frac{1}{\alpha_v S_{hladnjaka}^{un}} \right)^{-1} \quad (8)$$

$$\frac{1}{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}} = \frac{1}{\alpha_v S_{hladnjaka}^{un}} \quad (9)$$

$$k_p S_{hladnjaka}^{un} = \left(\frac{2}{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}} \right)^{-1} \quad (10)$$

$$k_p S_{hladnjaka}^{un} = \frac{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}}{2} \quad (11)$$

$$\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp} = 2 k_p S_{hladnjaka}^{un} \quad (12)$$

Најзад се може написати израз за израчунавање коефицијента преноса топлоте кроз запрљани размењивач:

$$k_p \text{ zaprljano} = \frac{1}{S_{hladnjaka}^{un}} \left(\frac{1}{\alpha_v 0.85 S_{hladnjaka}^{un}} + \frac{1}{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}} + \frac{f_u}{S_{hladnjaka}^{un}} \right)^{-1} \quad (13)$$

Први члан у загради помоћу фактора 0.85 узима у обзир усредњено смањење расхладне површине према води услед неравномерног таложења запрљања на унутрашњости цеви. Други члан представља отпор преносу топлоте струјањем уља преко спољашње површи цеви, док трећи члан у загради уводи у једнакост повећање отпора преносу топлоте на страни уља услед запрљања.

Одређивање коефицијента преласка топлоте из номиналних услова.

температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{um}=72^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{hm}=64^\circ\text{C}$,

температуре хладне и топле воде: $\vartheta_{hv}=25^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{vn}=42^\circ\text{C}$,

расхладна снага хладњака $P_{hn}=298 \text{ kW}$.

$$\Delta\vartheta_{ul,nom} = \vartheta_{um} - \vartheta_{vm} = 72 - 42 = 30^\circ\text{C}$$

$$\Delta\vartheta_{izl,nom} = \vartheta_{hm} - \vartheta_{hv} = 64 - 25 = 39^\circ\text{C}$$

Унутрашњи пречник цеви: $d_{ucv} = 13\text{mm}$

Спољашњи пречник цеви: $d_{scv} = d_{ucv} + 2\delta_{cv} = 15\text{mm}$

Унутрашњи пречник цеви са запрљањем: $d_{ucv,prljavo} = 0.85 * 13\text{mm} = 11.05\text{mm}$

$$S_{hladnjaka}^{un} = N_c \pi d_u^2 L_c = 17.7442\text{ m}^2$$

$$S_{hladnjaka}^{sp} = N_c \pi d_s^2 L_c = 20.4741\text{ m}^2$$

$$S_{hladnjaka,prljavo}^{un} = N_c \pi d_{ucv,prljavo}^2 L_c = 15.0826\text{ m}^2$$

$$k_{p\ cisto} = \frac{P_{hn} \ln \left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,nom}}{\Delta\vartheta_{ul,nom}} \right)}{S_{hladnjaka}^{un} (\Delta\vartheta_{izl,nom} - \Delta\vartheta_{ul,nom})} \quad (14)$$

$$k_{p\ cisto} = 489.5775$$

На основу израза (12) и (13) добија се вредност фактора преноса топлоте за запрљани хладњак:

$$k_{p\ zaprljano} = \frac{1}{S_{hladnjaka}^{un} \left(\frac{1}{2k_{p\ cisto} \cdot 0.85 S_{hladnjaka}^{un}} + \frac{1}{2k_{p\ cisto} S_{hladnjaka}^{un}} + \frac{f_u}{S_{hladnjaka}^{un}} \right)^{-1}} \quad (15)$$

$$k_{p\ zaprljano} = 399.8552$$

У претходним једначинама $S_{hladnjaka}^{un}$ се односи на унутрашњу чисту површину хладњака.

У наставку су дати изрази за елементарне снаге размене топлоте између топлог и хладног флуида на координати x (16), односно за елементарне снаге које доводе до промене температуре сваког од флуида на некој координати x (17, 18):

$$dq = \pi dx k_p (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)) \quad (16)$$

$$dq = -m_t c_{pt} d\vartheta_t(x) \quad (17)$$

(знак минус потиче од тога што је dq снага која се одузима топлом флуиду)

$$dq = -m_h c_{ph} d\vartheta_h(x) \quad (18)$$

(dq снага која се предаје хладном флуиду; знак минус потиче од струјања флуида у супротном смеру x осе)

Значење ознака у претходна два израза је:

m_t – масени проток топлог флуида,

m_h – масени проток хладног флуида,

c_{pt} – специфични масени топлотни капацитет топлог флуида, и

c_{ph} – специфични масени топлотни капацитет хладног флуида.

Непознате величине се могу одредити из претходне 3 једначине (16), (17) и (18), када се оне напишу за целокупни хладњак:

$$q = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu})$$

$$q = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv})$$

$$q = \frac{k_{p,prljavo} S_{hladnjaka}^{un} (\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln \frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}}$$

$$q = \frac{k_{p_prtjavo} S_{hladnjaka}^{un} ((\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}) - (\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}))}{\ln \frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}}$$

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{q}{\rho_u Q_u c_{pu}}$$

$$\vartheta_{tv} = \vartheta_{hv} + \frac{q}{\rho_v Q_v c_{pv}}$$

$q=219.502 \text{ kW}$

$\vartheta_{hu}=55.43^\circ\text{C}$

$\vartheta_{tv}=33.16^\circ\text{C}$

3. задатак

24.2 **Струјно оптерећење у стационарном режиму** треба да буде ограничено тако да топлота произведена у кабловском воду буде одведена у околину и да се не прекорачи максимална дозвољена температура проводника (за ХРЕ кабл: 90°C).

Дозвољено струјно оптерећење кабловског вода I_{doz} [A] рачуна се према емпиријском изразу који се користи за рутинске инжењерске прорачуне:

$$I_{doz} = k_{op} I_{nd}$$

где је:

k_{op} = сачинилац промене дозвољеног струјног оптерећења I_{doz} од фактора оптерећења (фактор испуне) m дневног дијаграма оптерећења, чије су вредности за стално (100%) оптерећење и за променљиво (дистрибутивно) оптерећење дате у тачкама 24.6 и 24.7, односно у табели 24.7;

I_{nd} = назначена вредност дозвољеног струјног оптерећења кабловског вода у [A], која је утврђена (прорачуната) за променљиво (дистрибутивно) оптерећење и референтне услове дате у тачки и табели 24.7.

24.6 **Фактор оптерећења (фактор испуне) m** дневног дијаграма оптерећења је однос средњег и максималног оптерећења и износи $m = 1$ за стално (100%) оптерећење, док **за променљиво (дистрибутивно, циклично) оптерећење износи:**

- **$m = 0,7$ за конзум који се напаја из НН и СН мреже**, и то одговара дијаграму оптерећења са смењивањем максималног оптерећења у трајању 6 сати, са оптерећењем у висини 60% максималног оптерећења у наредних 18 сати;
- **$m = 0,80$ за конзум који се напаја из 110 kV мреже**, и то одговара дијаграму оптерећења са смењивањем максималног оптерећења у трајању 6 сати, са оптерећењем у висини 73% максималног оптерећења у наредних 18 сати.

Напомена: За стално (100%) оптерећење вредности струја из ове табеле треба помножити са сачиниоцем:

$k_{op} = 0,75$ за НН и СН каблове и $k_{op} = 0,91$ за 64/110 kV кабл.

$$I_{doz,m=1} = k_{op,110kV} I_{doz,m=0.8}$$

$$I_{doz,m=1} = 0.91 * 736A = 669.76A$$

4. задатак

Часови предавања 22-24, поглавље 7.3, страна 6-9.



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит / други колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

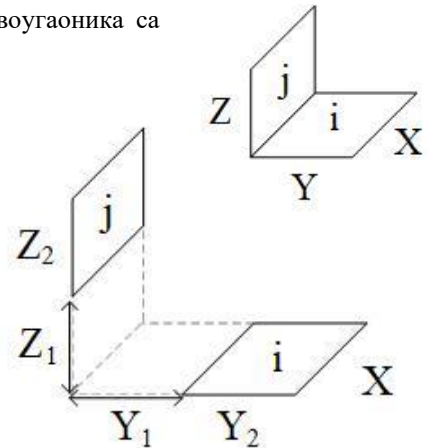
Испит траје максимално 180 минута / 150 минута
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

15. 1. 2019.

1. Полазећи од израза за фактор виђења за геометрију два управна правоугаоника са заједничком ивицом (горња десна слика), где је $H = \frac{Z}{X}$, а $W = \frac{Y}{X}$:

$$F_{ij} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2} \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)} \right]^{W^2} \left[\frac{H^2(1+W^2+H^2)}{(1+H^2)(W^2+H^2)} \right]^{H^2} \right\} \right),$$

одредити фактор виђења за случај приказан на слици доле лево – $X=1\text{m}$, $Y_1=1\text{m}$, $Y_2=1\text{m}$, $Z_1=1\text{m}$, $Z_2=1\text{m}$. (2.5 поена)



2. Дистрибутивни уљни трансформатор је представљен помоћу квадра чије се једно доње теме налази у координатном почетку, а друго, најудаљеније, на координати (700, 1400, 1100) mm. Нацртати његову комплетну заменску шему са концентрисаним параметрима која обухвата зидове суда и уље и дефинисати сваки од елемената шеме (ако је константан, дати његову вредност, а ако је променљив, написати функционалну зависност). Укупни губици у трансформатору износе 1500 W, коефицијент преласка топлоте са уља на суд трансформатора $65 \text{ W/m}^2\text{K}$, а са површине суда на околни ваздух $5 \text{ W/m}^2\text{K}$. Коефицијент емисивности површи суда је $\epsilon=0.8$. Температура амбијента је $22 \text{ }^\circ\text{C}$. Сматрати: а) да је отпор провођењу топлоте кроз зид суда занемарљиво мали, б) да се компонента размене енергије зрачењем на унутрашњој страни зидова може занемарити, в) да је доња површ суда адијабадска, г) да уље има константну температуру по запремини. Параметре одредити за тренутак у току дана када је угао упада директне компоненте сунчевог зрачења дефинисан помоћу вектора $\vec{s}(\vec{i}_x, -\vec{i}_y, -\vec{i}_z)$, а површинска густина снаге сунчевог зрачења директног сунчевог зрачења у равни управној на упадни зрак 800 W/m^2 . Дифузна и рефлектована компонента снаге сунчевог зрачења укупно износе 100 W/m^2 . Може се сматрати да је ова компонента сунчевог зрачења иста на сваком од зидова и таваници. Колико износи укупна снага директне компоненте сунчевог зрачења у специфицираним условима, а колика би она била да је изнад трансформатора, на висини 1 m изнад горње површи, постављена мрежа која потпуно апсорбује директну компоненту сунчевог зрачења, а која за по 1 m прелази оба зида трансформатора (3 поена)
3. Номинални подаци (чистог) хладњака дужине $L_c=1.993\text{m}$, изведеног у технологији двоструке цеви која омогућава спречавање истицања воде у уље при пробоју једне цеви: проток воде $Q_{vn}=4.167 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, проток уља $Q_{un}=18.94 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{un}=72^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{un}=64^\circ\text{C}$, температуре хладне и топле воде: $\vartheta_{hvn}=25^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{hvn}=42^\circ\text{C}$, расхладна снага хладњака $P_{hm}=298 \text{ kW}$. Хладњак се може посматрати као елементарни облик хладњака дужине $2L_c$, пречника отвора унутрашње цеви, кроз коју протиче вода, $d_{ucv}=13\text{mm}$, при чему су протоци воде и уља кроз сваку од $N_c=109$ цеви једнаки укупним протоцима воде и уља, подељеним са N_c , респективно. Површ хладњака која је у додиру са уљем је 20 % већа од површи која је у додиру са водом. При номиналним условима и чистом хладњаку, топлотни отпори преносу топлоте струјањем на обе стране цеви су једнаки, а отпор преласку топлоте на контакту две цеви износи 5 % укупног отпора преноса топлоте струјањем. Смерови струјања уља и воде су супротни. Параметри воде и уља: $\rho_v=1001 \text{ kg/m}^3$, $c_{pv}=4209 \text{ J/(kg K)}$, $\rho_u=895 \text{ kg/m}^3$, $c_{pu}=2198 \text{ J/(kg K)}$. Занемарити топлотни отпор провођењу кроз цеви размењивача. Контактни отпор је дат у односу на средњи пречник који одговара месту споја две цеви ($R_{kont}=\Gamma_{kont}/S_{sr}$).

Израчунати расхладну снагу и температуру уља на изласку из чистог хладњака при протоку воде $Q_v=3.959 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, протоку уља $Q_u=24.42 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, температури воде на уласку у хладњак $\vartheta_{hv}=20^\circ\text{C}$ и температури уља на уласку у хладњак $\vartheta_{hu}=60^\circ\text{C}$. Отпор на контакту између цеви се, због различитих коефицијената ширења материјала, повећа за 20 % у односу на номиналну радну тачку. При прорачуну уважити разлике у површи

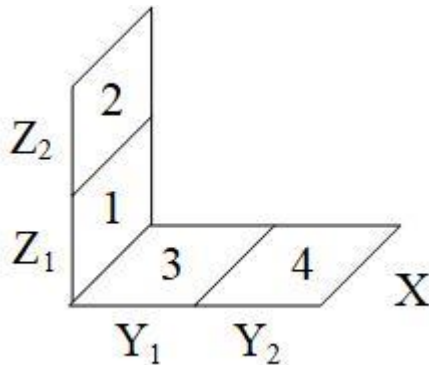
према води и према уљу; за базну површ размењивача узети површину на страни воде. Може се сматрати да су коефицијенти преласка топлоте струјањем константни и једнаки вредностима у номиналном режиму. (3 поена)

4. Која се два захтева постављају техничким препорукама ЕПС-а на деловима укрштања кабловског вода са топловодом: а) за полагање кабла, б) за топлотнуизолацију између кабла и топловода. Напомена: није неопходно наводити димензије које се захтевају техничким препорукама. (2,5 поена)
5. На основу података о транзијентним топлотним отпорима из каталога при номиналном оптерећењу и губицима, за транзистор (R_{Thn}) и хладњак (R_{hln}), написати израз по коме се може одредити температура на месту генерисања топлоте у рп споју полупроводника, после времена t^* од тренутка повећања снаге у стационарном номиналном режиму, при коме се имају номинални губици P_{gn} (уређај је радио у дуготрајном режиму) на вредност снаге при којој су губици 50% већи ($1.5 P_{gn}$). Температура ваздуха (ϑ_a) којом се хлади хладњак транзистора је једнака номиналној вредности (ϑ_{an}). При одређивању температуре хладњака у прелазном режиму занемарити процес акумулисања енергије у тиристорју. Топлотни отпор R_{hl} при снази губитака која је 50% већа од номиналне је 10% мања од топлотног отпора при номиналној снази губитака R_{hln} , док се R_{Th} не мења са снагом губитака. (2,5 поена).

Решења задатака:

1. задатак

Формираће се облик од 4 површине као на слици.



Тражени фактор виђења F_{i-j} , односно F_{4-2} се може одредити на следећи начин:

На основу датог израза се за $H_{12} = \frac{Z_1+Z_2}{X} = 2$ и $W_{34} = \frac{Y_1+Y_2}{X} = 2$ израчунава $F_{34-12}=0.1493$, слично за $H_1 = \frac{Z_1}{X} = 1$ и $W_{34} = \frac{Y_1+Y_2}{X}$ добија се $F_{34-1}=0.1164$. Одузимањем претходне две вредности следи:

$$F_{34-2} = F_{34-12} - F_{34-1} = 0.0329.$$

По угледу на овај поступак за $H_{12} = \frac{Z_1+Z_2}{X}$ и $W_3 = \frac{Y_1}{X} = 1$ одређује се $F_{3-12}=0.2329$, затим се из $H_1 = \frac{Z_1}{X}$ и $W_3 = \frac{Y_1}{X}$ добија $F_{3-1}=0.2$ и најзад, одузимањем претходне две вредности следи:

$$F_{3-2} = F_{3-12} - F_{3-1} = 0.0329.$$

Даље се на основу површина сваког нумерисаног квадрата: $S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S = 1m^2$, и претходно одређених фактора виђења лако долази до

- Фактора виђења који важи при зрачењу површи 4 на површ 1 и 2, F_{4-12} , из израза:

$$(S_3 + S_4)F_{34-2} = S_2F_{2-34} \text{ следи } F_{2-34} = \frac{(S_3+S_4)}{S_2}F_{34-2} = 2F_{34-2} = 0.0658$$

- Фактора виђења који важи при зрачењу површи 4 на површ 1, F_{4-1} , из израза:

$$S_3F_{3-2} = S_2F_{2-3}, \text{ тј. } F_{2-3} = F_{3-2} = 0.0329.$$

На крају се одузимањем последњих вредности добија тражени фактор виђења:

$$F_{2-4} = F_{2-34} - F_{2-3} = 0.0329.$$

2. задатак

$$\varepsilon = 0.8$$

$$\sigma_c = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

$$\vartheta_a = 22^\circ\text{C}$$

$$X = 0.7 \text{ m}$$

$$Y = 1.4 \text{ m}$$

$$Z = 1.1 \text{ m}$$

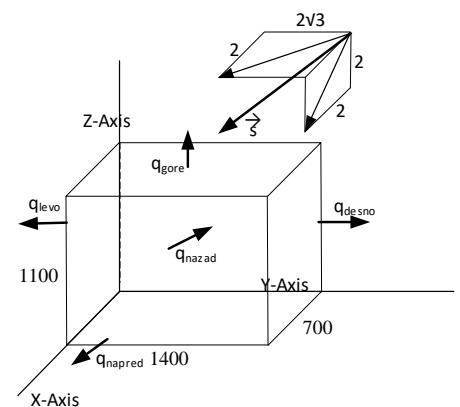
$$P_{s,\text{sunDir}} = 800 \text{ W/m}^2$$

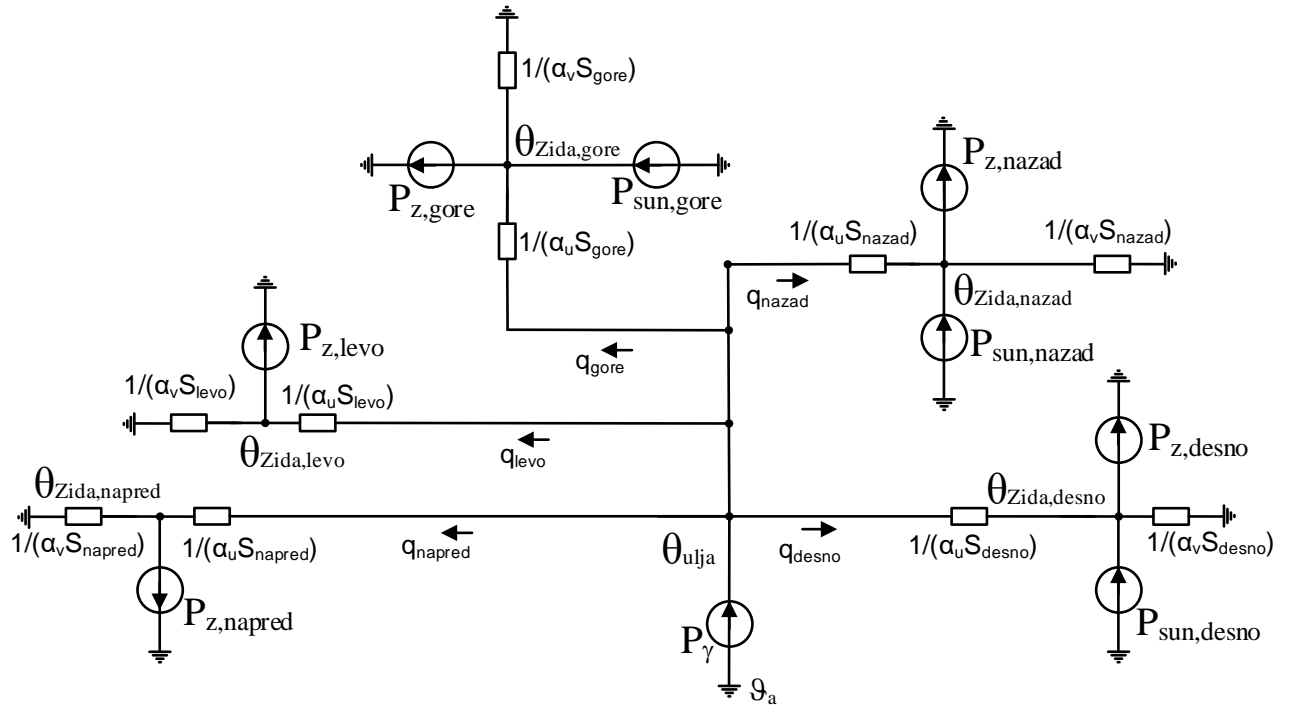
$$P_{s,\text{sunDiff}} + P_{s,\text{sunRefl}} = 100 \text{ W/m}^2$$

$$\alpha_u = 65 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\alpha_v = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$P_\gamma = 1500 \text{ W}$$





$$\begin{aligned}
 S_{levo} &= XZ = 0.77 \text{ m}^2 \\
 S_{desno} &= XZ = 0.77 \text{ m}^2 \\
 S_{napred} &= YZ = 1.54 \text{ m}^2 \\
 S_{nazad} &= YZ = 1.54 \text{ m}^2 \\
 S_{gore} &= XY = 0.98 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Снага одвођења топлоте зрачењем са сваке површине суда трансформатора ($i=(levo, desno, napred, nazad, gore)$) је једнака:

$$\begin{aligned}
 P_{z,i} &= S_i \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{zida,i} + 273,15)^4 - (\vartheta_a + 273,15)^4) \\
 P_{z,i} &= S_i 4.536 \cdot 10^{-8} ((\vartheta_{zida,i} + 273,15)^4 - 295,15^4)
 \end{aligned}$$

Отпори преношењу топлоте струјањем су једнаки:

$$\begin{aligned}
 R_{\alpha,u,i} &= \frac{1}{\alpha_u S_i} \text{ на страни уља и} \\
 R_{\alpha,v,i} &= \frac{1}{\alpha_v S_i} \text{ на страни ваздуха.}
 \end{aligned}$$

Тражене бројне вредности су:

$$\begin{aligned}
 R_{\alpha,u,levo} &= 0.01998 \text{ K/W}, & R_{\alpha,v,levo} &= 0.25974 \text{ K/W} \\
 R_{\alpha,u,desno} &= 0.01998 \text{ K/W}, & R_{\alpha,v,desno} &= 0.25974 \text{ K/W} \\
 R_{\alpha,u,napred} &= 0.00999 \text{ K/W}, & R_{\alpha,v,napred} &= 0.12987 \text{ K/W} \\
 R_{\alpha,u,nazad} &= 0.00999 \text{ K/W}, & R_{\alpha,v,nazad} &= 0.12987 \text{ K/W} \\
 R_{\alpha,u,gore} &= 0.015699 \text{ K/W}, & R_{\alpha,v,gore} &= 0.20408 \text{ K/W}
 \end{aligned}$$

У првом случају (без мреже) сунчево зрачење пада на горњу, задњу и десну страну суда трансформатора и састоји се из директне, дифузне и рефлектоване компоненте.

$$P_{sun,i} = S_i \varepsilon P_{s,sun,i} = S_i \varepsilon (P_{s,sunDir,i} + P_{s,sunDiff,i} + P_{s,sunRef1,i})$$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{P_{s,sunDir}} &= P_{sx,sunDir} \vec{i}_x + P_{sy,sunDir} \vec{i}_y + P_{sz,sunDir} \vec{i}_z \\
 \|s\| &= \sqrt{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{s,sunDir,nazad} &= P_{sx,sunDir} = \frac{s_x}{\|s\|} P_{s,sunDir} = 461.88 \text{ W/m}^2 \\
 P_{s,sunDir,desno} &= P_{sy,sunDir} = \frac{s_y}{\|s\|} P_{s,sunDir} = 461.88 \text{ W/m}^2
 \end{aligned}$$

$$P_{s,sunDir,gore} = P_{sz,sunDir} = \frac{S_z}{\|s\|} P_{s,sunDir} = 461.88W/m^2$$

Укупна снага директне компоненте сунчевог зрачења која допире до суда трансформатора у овом случају износи

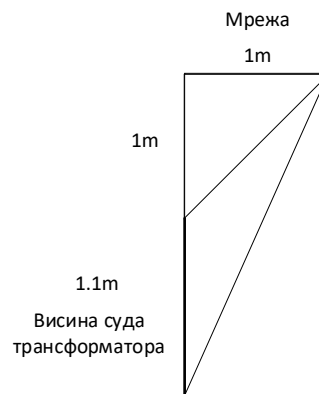
$$P_{sunDir1} = \varepsilon \sum_i S_i P_{s,sunDir,i} = 1215.67W$$

Снаге укупног сунчевог зрачења на свакој од захваћених површина су:

$$\begin{aligned} P_{sun,nazad} &= 691W \\ P_{sun,desno} &= 345.5W \\ P_{sun,gore} &= 439.73W \end{aligned}$$

У случају присуства мреже, потребно је одредити колика је површина горње, задње и десне стране суда трансформатора изложена дејству директног сунчевог зрачења.

Ако се дати вектор s упадног зрака директне сунчеве компоненте разложи на компоненте у xy , yz и zx равни могу се одредити углови које ове компоненте заклапају са нормалама на посматране стране суда трансформатора. Како су компоненте вектора s у сва три правца једнаке, лако се закључује да су тражени углови између одговарајуће компоненте директног сунчевог зрачења и нормале на површ суда једнаки 45° .

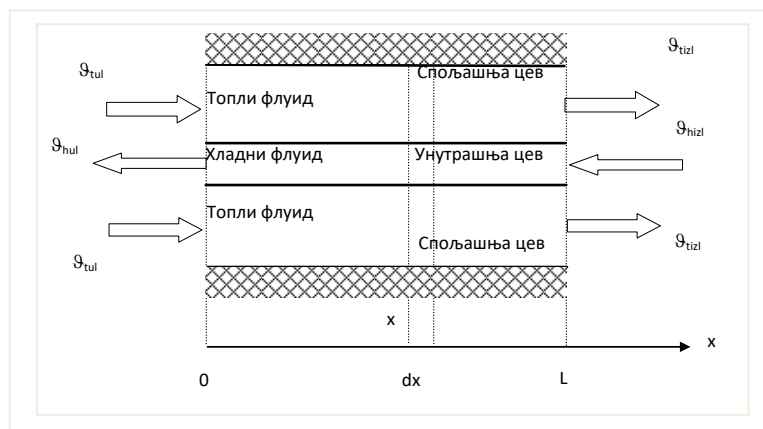


Ако се посматра једна вертикална страна суда и део мреже изван трансформатора (димензије као на слици), види се да сунчеви зраци падају на површ трансформатора при упадном углу (у односу на нормалу на површ) једнаком и мањем од 45° . Стога у посматраном тренутку дана, у присуству мреже, на хоризонталну, горњу страну суду не допире директна компонента сунчевог зрачења, а на вертикалне површине суда пада по читавој њиховој површини.

Следи да је укупна снага директне компоненте сунчевог зрачења у новонасталим условима, тј. у присуству мреже једнака

$$P_{sunDir2} = \varepsilon S_{nazad} P_{s,sunDir,nazad} + \varepsilon S_{desno} P_{s,sunDir,desno} = 640.17W$$

3. задатак



Елементарна снага преноса топлоте кроз размењивач на координати x је:

$$dq = \frac{g_t(x) - g_h(x)}{dR^T}, \quad (1)$$

$\vartheta_t(x)$ - температура топлог флуида на координати x ,

$\vartheta_h(x)$ - температура хладног флуида на координати x

Елементарни отпор преносу топлоте кроз зид размењивача dR_T одређује се као збир топлотних отпора струјању флуида на обе стране унутрашње цеви и контактеног отпора на месту додира две цеви (према услову задатка топлотни отпор провођењу кроз цеви је занемарен):

$$dR^T = \frac{1}{dS_{hladnjaka}^{sp} \alpha_u} + \frac{r_{kont}}{dS_{hladnjaka}^{sr}} + \frac{1}{dS_{hladnjaka}^{un} \alpha_v} = \frac{1}{\pi d_{sp} \alpha_u dx} + \frac{r_{kont}}{\pi d_{sr} dx} + \frac{1}{\pi d_{un} \alpha_v dx} \quad (2)$$

d_{un} – унутрашњи пречник цеви,

d_{sr} – средњи пречник цеви,

d_{sp} – спољашњи пречник цеви,

α_u – коефицијент преласка топлоте струјањем са топлог флуида (уља) на спољашњу површ унутрашње цеви

α_v – коефицијент преласка топлоте струјањем са унутрашње површи унутрашње цеви на хладни флуид (воду)

$$dq = \frac{\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)}{\frac{1}{dS_{hladnjaka}^{sp} \alpha_u} + \frac{r_{kont}}{dS_{hladnjaka}^{sr}} + \frac{1}{dS_{hladnjaka}^{un} \alpha_v}} \quad (3)$$

Како се за базу површ размењивача, према тексту задатка, узима површ ка хладном флуиду (са унутрашње стране цеви), следи:

$$dq = k_p dS_{hladnjaka}^{un} (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)) \quad (4)$$

$$k_p = \left(\frac{dS_{hladnjaka}^{un}}{dS_{hladnjaka}^{sp} \alpha_u} + \frac{r_{kont} dS_{hladnjaka}^{un}}{dS_{hladnjaka}^{sr}} + \frac{1}{\alpha_v} \right)^{-1} \quad (5)$$

Ако напишемо изразе за унутрашњу и спољашњу површину цеви

$$S_{hladnjaka}^{un} = N_c \pi d_u 2 L_c \quad \text{и} \quad (6)$$

$$S_{hladnjaka}^{sp} = 1.2 S_{hladnjaka}^{un}, \quad (7)$$

$$S_{hladnjaka}^{sr} = \frac{S_{hladnjaka}^{un} + S_{hladnjaka}^{sp}}{2} \quad (8)$$

Из једнакости (5), за номинални режим се може написати

$$k_{pNom} S_{hladnjaka}^{un} = \left(\frac{1}{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}} + \frac{r_{kontNom}}{S_{hladnjaka}^{sr}} + \frac{1}{\alpha_v S_{hladnjaka}^{un}} \right)^{-1} \quad (9)$$

Према услову задатка, отпори преносу топлоте струјањем на обе стране цеви су једнаки у номиналном режиму, одакле се има

$$\frac{1}{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}} = \frac{1}{\alpha_v S_{hladnjaka}^{un}} = a \quad (10)$$

Док је контактни отпор у номиналном режиму једнак 5% збира отпора преносу топлоте струјањем на обе стране цеви

$$\frac{r_{kontNom}}{S_{hladnjaka}^{sr}} = 0.05 \left(\frac{1}{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}} + \frac{1}{\alpha_v S_{hladnjaka}^{un}} \right) = 0.1a \quad (11)$$

$$k_{pNom} S_{hladnjaka}^{un} = (2.1a)^{-1} \quad (10)$$

$$k_{pNom} S_{hladnjaka}^{un} = \frac{1}{2.1a} \quad (11)$$

$$\frac{1}{a} = \alpha_v S_{hladnjaka}^{un} = \alpha_u S_{hladnjaka}^{sp} = 2.1 k_{pNom} S_{hladnjaka}^{un} \quad (12)$$

$$\alpha_v = \alpha_u 1.2 = 2.1 k_{pNom} \quad (13)$$

$$\alpha_u = 1.75 k_{pNom} \quad (14)$$

$$r_{kontNom} = \frac{0.1 S_{hladnjaka}^{sr}}{2.1 k_{pNom} S_{hladnjaka}^{un}} \quad (15)$$

Коефицијент преноса топлоте кроз размењивач у новонасталом режиму се на основу израза (9) и услова из поставке задатка да коефицијенти преласка топлоте остају исти као у номиналном режиму, може израчунати као

$$k_{p1} = \frac{1}{S_{hladnjaka}^{un}} \left(\frac{1}{\alpha_u S_{hladnjaka}^{sp}} + \frac{r_{kont1}}{S_{hladnjaka}^{sr}} + \frac{1}{\alpha_v S_{hladnjaka}^{un}} \right)^{-1} \quad (16)$$

Одређивање коефицијента преласка топлоте из номиналних услова:

температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{lum}=72^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{lum}=64^\circ\text{C}$,

температуре хладне и топле воде: $\vartheta_{hvn}=25^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{rvn}=42^\circ\text{C}$,

расхладна снага хладњака $P_{hn}=298 \text{ kW}$.

$$\Delta\vartheta_{ul,nom} = \vartheta_{lum} - \vartheta_{rvn} = 72 - 42 = 30^\circ\text{C}$$

$$\Delta\vartheta_{izl,nom} = \vartheta_{lum} - \vartheta_{hvn} = 64 - 25 = 39^\circ\text{C}$$

Унутрашњи пречник цеви: $d_{ucv}=13\text{mm}$

$$S_{hladnjaka}^{un} = 17.7442 \text{ m}^2$$

$$S_{hladnjaka}^{sp} = 21.2931 \text{ m}^2$$

$$S_{hladnjaka}^{sr} = 19.5186 \text{ m}^2$$

$$k_{pNom} = \frac{P_{hn} \ln \left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,nom}}{\Delta\vartheta_{ul,nom}} \right)}{S_{hladnjaka}^{un} (\Delta\vartheta_{izl,nom} - \Delta\vartheta_{ul,nom})} \quad (17)$$

$$k_{pNom} = 489.5775$$

На основу израза (13), (14) и (15) следи

$$\alpha_v = 1028.1127 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\alpha_u = 856.7606 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$r_{kontNom} = 0.00010699$$

Нов режим хлађења:

Према услову задатка важи

$$r_{kont1} = 1.2 r_{kontNom} = 0.00012839$$

На основу израза (16) и (13)-(15) добија се вредност фактора преноса топлоте при новим условима хлађења:

$$k_{p1} = \frac{1}{S_{hladnjaka}^{un}} \left(\frac{1}{2.1 k_{pNom} S_{hladnjaka}^{un}} + \frac{r_{kont1}}{1.1 S_{hladnjaka}^{un}} + \frac{1}{1.75 k_{pNom} 1.2 S_{hladnjaka}^{un}} \right)^{-1} \quad (18)$$

$$k_{p1} = 484.9588$$

У наставку су дати изрази за елементарне снаге размене топлоте између топлог и хладног флуида на координати x (16), односно за елементарне снаге које доводе до промене температуре сваког од флуида на некој координати x (17, 18):

$$dq = \pi dx k_p (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)) \quad (19)$$

$$dq = -m_t c_{pt} d\vartheta_t(x) \quad (20)$$

(знак минус потиче од тога што је dq снага која се одузима топлом флуиду)

$$dq = -m_h c_{ph} d\vartheta_h(x) \quad (21)$$

(dq снага која се предаје хладном флуиду; знак минус потиче од струјања флуида у супротном смеру x осе)

Значење ознака у претходна два израза је:

m_t – масени проток топлог флуида,

m_h – масени проток хладног флуида,

c_{pu} – специфични масени топлотни капацитет топлог флуида, и

c_{ph} – специфични масени топлотни капацитет хладног флуида.

Непознате величине се могу одредити из претходне 3 једначине (19), (20) и (21), када се оне напишу за целокупни хладњак:

$$q = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu})$$

$$q = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv})$$

$$q = \frac{k_{p1} S_{hladnjaka}^{un} (\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln \frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}}$$

$$q = \frac{k_{p1} S_{hladnjaka}^{un} ((\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}) - (\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}))}{\ln \frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}}$$

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{q}{\rho_u Q_u c_{pu}}$$

$$\vartheta_{tv} = \vartheta_{hv} + \frac{q}{\rho_v Q_v c_{pv}}$$

$$q=253.664 \text{ kW}$$

$$\vartheta_{hu}=54.72^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_{tv}=35.21^\circ\text{C}$$

4. задатак

А) Енергетски кабловски вод по правилу треба да прелази изнад канала топловода, а само изузетно, ако нема других могућности, може прећи испод топловода.

Кабловски водови се полажу у азбестноцементне цеви, чија дужина мора са сваке стране да премашује ширину канала топловода.

Б) На местима укрштања се између енергетских кабловских водова и канала топловода мора обезбедити топлотна изолација од пенушавог бетона или сличног материјала.

Топлотна изолација треба да буде шири од канала топловода и да постоји и на одређеној дужини дуж канала топловода и након спољних ивица азбестноцементних цеви у којима су кабловски водови.

5. задатак

Општи израз

$$\vartheta(t) = \vartheta_\infty + (\vartheta(t=0) - \vartheta_\infty) + (R_{trans}(t \rightarrow \infty) P_\gamma - (\vartheta(t=0) - \vartheta_\infty)) \frac{R_{trans}}{R_{trans}(t \rightarrow \infty)}$$

За хладњак: $\vartheta_\infty = \vartheta_a$, $R_{trans} = R_{hl\ trans}$

За тиристор: $\vartheta_\infty = \vartheta_{hl}$, $R_{trans} = R_{Th\ trans}$

Стационарно стање при номиналној снази (P_{gn}):

$$\theta_{Th-HlStac1} = R_{Thtransn}(t \rightarrow \infty) P_{gn}$$

$$\theta_{HlStac1} = R_{Hltransn}(t \rightarrow \infty) P_{gn}$$

Прелазни режим након повећања снаге:

$$\vartheta(t) = \vartheta_{an} + \theta_{Th-HlStac1} + (R_{Thtransn}(t \rightarrow \infty) 1.5 P_{gn} - \theta_{Th-HlStac1}) \frac{R_{Thtransn}(t)}{R_{Thtransn}(t \rightarrow \infty)} +$$

$$\theta_{HlStac1} + (0.9 R_{Hltransn}(t \rightarrow \infty) 1.5 P_{gn} - \theta_{HlStac1}) \frac{R_{Hltransn}(t)}{R_{Hltransn}(t \rightarrow \infty)}$$



Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит / Колоквијум траје максимално 180 / 150 минута
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

5. 2. 2019.

1. По запремини једног изотермичког тела облика паралелоипеда, површи омотача S_1 , генеришу се укупни губици снагом P_1 . Тело се налази унутар изотермичког кућишта занемарљиво мале дебљине и површи S_2 . Температура амбијента ван кућишта износи ϑ_a , док њена вредност унутар кућишта (ознака ϑ_a^*) није позната. Коefицијент преласка топлоте струјањем са површи тела које се загрева, као и са ваздуха у кућишту на кућиште, износи α_n , а са спољне површи кућишта α_s . Емисивност свих површи износи ε . Сматрати да је температура неба ϑ_a . Посматра се ситуација ноћу. Сматрати да нема протока ваздуха кроз кућиште. Написати једначине математичког модела из којих се може израчунати температура загреваног тела у устаљеном топлотном режиму. (2п/0п)

2. Температура основе хладњака ширине 50 cm и висине 8cm износи $\vartheta_b=120^\circ\text{C}$. Хладњак је сачињен од правоугаоних ребара дужине $L=20\text{cm}$, висине $h=8\text{cm}$ и дебљине $d=1\text{cm}$ и материјала термичке проводности $\lambda=237\text{W/mK}$. Температура околног ваздуха износи $\vartheta_a=20^\circ\text{C}$. Коefицијент преласка топлоте струјањем са површи ребара на ваздух је константан и једнак $\alpha=5\text{W/m}^2\text{K}$, коefицијент сивоће $\varepsilon=0.8$. Написати општи израз из кога се може одредити снага хлађења за произвољан број ребара (у ком опсегу се он може мењати) који се могу поставити у расположиви простор од 50 cm. Фактор виђења између два правоугаоника i и j , димензија X и Y , на растојању D се може одредити помоћу израза:

$$F_{ij} = \frac{2}{\pi \bar{X} \bar{Y}} \left\{ \ln \left[\frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right]^{1/2} + \bar{X}(1 + \bar{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{X}}{(1 + \bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1 + \bar{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{Y}}{(1 + \bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X} \tan^{-1} \bar{X} - \bar{Y} \tan^{-1} \bar{Y} \right\}$$

где је $\bar{X} = X/D$ и $\bar{Y} = Y/D$. Занемарити утицај преноса топлоте струјањем и зрачењем на деловима основе хладњака између ребара, као и повећану вредност снаге зрачења са спољних површи крајњих ребара ка амбијенту. Претпоставити да је температура ваздуха између ребара константна и једнака амбијенталној. (2.5п/3п)

3. Један енергетски кабл се кроз тло води трасом дугом око 10 km. Које грађевинске мере (земљишни радови) се могу применити као економски исплативија опција него да се смањује дозвољено струјно оптерећења каблова због постојања кратких деоница са лошим термичким карактеристикама тла. (2п/2.5п)

4. Протоци флуида у једном размењивачу топлоте се одржавају на константној вредности. Снага губитака у електроенергетској компоненти, која се хлади једним од флуида (топлог) је константна. Температура хладног флуида на уласку у хладњак је константна. Током рада хладњака долази до његовог запрљања. Користећи основне изразе који описују пренос топлоте у размењивачима, објаснити шта се и на који начин мења. Сматрати да су термички параметри флуида константни. (2п/2.5п)

5. Скицирати расподелу температуре уља и намотаја по висини трансформатора, и то за идеализовани случај да су све вредности у карактеристичним тачкама за сваки од намотаја исте. Посматра се загревање у огледу кратког споја, односно сматра се да уље струји на горе само кроз намотаје. Сматрати да је познато (све у SI систему): температура уља на изласку из хладњака $\theta_{\text{из}}$, укупан проток уља Q , укуни губици у намотају P_g , укупна расхладна површ намотаја S , однос дебљине и топлотне проводности папирне изолације проводника δ/λ , коefицијент преласка топлоте струјањем α , фактор најтолије тачке намотаја H , и сви потребни параметри уља. (2.5п/3п)

Решења задатака:

1. задатак

Енергетски биланс за површ S_1 (генерисана енергија се одводи струјањем и зрачењем):

$$P_1 = \alpha_u S_1 (\vartheta_1 - \vartheta_a^*) + \frac{\sigma_c}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon S_1} + \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon S_2}} ((\vartheta_1 + 273.15)^4 - (\vartheta_2 + 273.15)^4)$$

Енергетски биланс за површ S_2 (целокупна енергија која струјањем и зрачењем доспе на унутрашњу страну површи се пренесе до спољашње где се одводи струјањем и зрачењем у амбијент):

$$\begin{aligned} \alpha_u S_2 (\vartheta_a^* - \vartheta_2) + \frac{\sigma_c}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon S_1} + \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon S_2}} ((\vartheta_1 + 273.15)^4 - (\vartheta_2 + 273.15)^4) \\ = \alpha_s S_2 (\vartheta_2 - \vartheta_a) + \sigma_c \varepsilon S_2 ((\vartheta_2 + 273.15)^4 - (\vartheta_a + 273.15)^4) \end{aligned}$$

У устаљеном стању важи да је:

$$\alpha_u S_2 (\vartheta_a^* - \vartheta_2) = \alpha_u S_1 (\vartheta_1 - \vartheta_a^*),$$

јер сва енергија која се одузме телу 1, доспе на тело 2.

2. задатак

$L=20\text{cm}$, $h=8\text{cm}$, $d=1\text{cm}$

$S=(2 h L + 2 d L + h d)= 0.037 \text{ m}^2$

Зрачење ка ваздуху (амбијенту) од једног ребра

$$q_{zr1}=(1- F_{ij}) \varepsilon \sigma 2 h L (T_h^4-T_a^4)+ \varepsilon \sigma 2 d L (T_h^4-T_a^4)+ \varepsilon \sigma h d (T_h^4-T_a^4)$$

При чему се у општем случају, за n ребара дебљине d , F_{ij} рачуна за растојање између ребара $D = \frac{50-n\delta}{n-1}$.

$$q_{str\ ekv}=\alpha_{ekv} S (\vartheta_h - \vartheta_a)$$

$$q_{str\ ekv}= q_{zr1}$$

$$\alpha_{ekv} = \frac{q_{str\ ekv}}{S (\vartheta_h - \vartheta_a)} = \frac{q_{zr1}}{S (\vartheta_h - \vartheta_a)}$$

$$\alpha_{uk} = \alpha + \alpha_{ekv}$$

Једначина енергетског биланса за ребро

$$\lambda S_1 \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = \alpha_{uk} O (\vartheta - \vartheta_a)$$

$$S_1 = h \delta$$

$$O = 2(h + \delta)$$

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a$$

$$m^2 = \frac{\alpha_{uk} 2(h + \delta)}{\lambda h \delta}$$

Гранични услови:

$$\vartheta(x=0) = \vartheta_h$$

$$-\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=X} = \alpha (\vartheta(x=X) - \vartheta_a)$$

Расхладна снага

$$P = -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = n \alpha_{uk} O (\vartheta - \vartheta_a)$$

Снага зрачења са површи унутрашњих ребара и унутрашњих површ крајњих ребара

$$q_{zr_un}=(1- F_{ij}) \varepsilon \sigma 2 h L (T_h^4-T_a^4)$$

Снага зрачења са спољних површи крајњих ребара

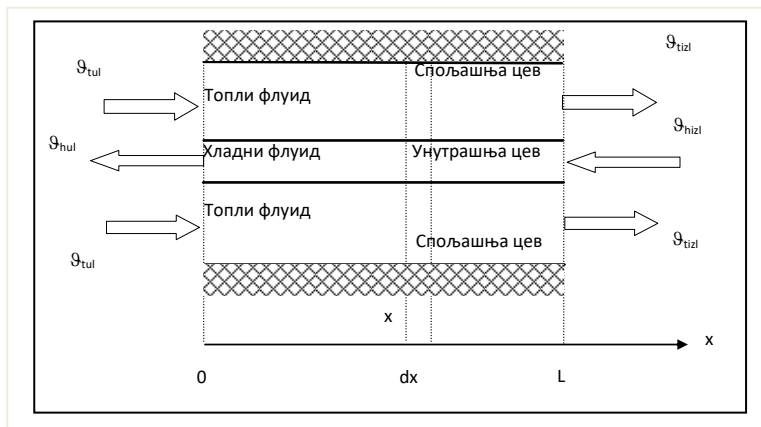
$$q_{zr_sp}=\varepsilon \sigma 2 h L (T_h^4-T_a^4)$$

По услови задатка, ова разлика ($q_{zr_un} / q_{zr_sp} = 1 - F_{ij}$), се занемарује.

3. задатак

Предавања, Casovi_25_do_27, 10.6 а), на дну стране 3.

4. задатак



$$dq = \frac{\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)}{dR^T},$$

$\vartheta_t(x)$ - температура топлог флуида на координати x ,

$\vartheta_h(x)$ - температура хладног флуида на координати x

$$dR^T = \frac{1}{\pi d \alpha_s dx} + \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{\pi d dx} + \frac{1}{\pi d \alpha_u dx},$$

d - пречник цеви,

δ - дебљина цеви,

α_s - коефицијент преласка топлоте струјањем са топлог флуида на спољашњу површ унутрашње цеви

λ - специфична топлотна проводност материјала унутрашње цеви,

α_u - коефицијент преласка топлоте струјањем са унутрашње површи унутрашње цеви на хладни флуид

Елементарна снага преноса топлоте са топлог на хладни флуид у размењивачу се може написати као:

$$dq = \pi d dx \left(\frac{1}{\alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)^{-1} (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)), \text{ где је}$$

$$K_p = \left(\frac{1}{\alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)^{-1} \text{ коефицијент преноса топлоте за чист размењивач,}$$

односно, сада се може написати да је

$$dq = \pi d K_p (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)) dx, \quad (4.1)$$

Након интеграције израза по целој дужини размењивача добија се следећи израз:

$$q = \frac{k_p S_{hladnjaka} (\Delta \vartheta_{izl} - \Delta \vartheta_{ul})}{\ln \frac{\Delta \vartheta_{izl}}{\Delta \vartheta_{ul}}}$$

$$q = \frac{k_p S_{hladnjaka} ((\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl}) - (\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}))}{\ln \frac{\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl}}{\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}}} \quad (4.2)$$

Снага преноса топлоте за хладни флуид:

$$dq = -m_h c_{ph} d\vartheta_h(x) \quad (4.3)$$

(dq снага која се предаје хладном флуиду; знак минус потиче од струјања флуида у супротном смеру x осе)

$$q = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{hul} - \vartheta_{hizl})$$

$$\vartheta_{hul} = \vartheta_{hizl} + \frac{q}{m_h c_{ph}} \quad (4.4)$$

Снага преноса топлоте за топли флуид:

$$dq = -m_t c_{pt} d\vartheta_t(x) \quad (4.5)$$

(знак минус потиче од тога што је dq снага која се одузима топлом флуиду)

$$q = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tul} - \vartheta_{tizl})$$

$$\vartheta_{tizl} = \vartheta_{tul} - \frac{q}{m_t c_{pt}} \quad (4.6)$$

Значење ознака у претходним изразима:

m_t – масени проток топлог флуида,

m_h – масени проток хладног флуида,

c_{pt} – специфични масени топлотни капацитет топлог флуида, и

c_{ph} – специфични масени топлотни капацитет хладног флуида.

У случају запрљања коефицијент преноса топлоте може имати следећи облик:

$$K_p = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_s} + \frac{1}{\alpha_u} + \frac{\delta}{\lambda} + fD_s + fD_u},$$

Имајући у виду да је снага губитака у компоненти константна, као и протоци топлог и хладног флуида и температура хладног флуида на уласку у хладњак, закључује се следеће:

- Температура хладног флуида на изласку из хладњака остаје иста (закључак на основу израза (4.4))
- Заменом (4.6) у (4.2), закључије се да се са смањењем K_p мора повећати вредност члана

$$q = \frac{((\vartheta_{tul} - \frac{q}{m_t c_{pt}}) - \vartheta_{hizl}) - (\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul})}{\ln \frac{(\vartheta_{tul} - \frac{q}{m_t c_{pt}}) - \vartheta_{hizl}}{\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}}},$$

односно вредност температуре топлог флуида која из компоненте која се хлади улази у хладњак.

5.Задатак

Пораст температуре уља, односно температура уља на уласку у хладњак се може одредити из следеће једнакости:

$$P_{gub} = P_{hl} = \rho Q c_p (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu})$$

$$\vartheta_{tu} = \frac{P_{gub}}{\rho Q c_p} + \vartheta_{hu}$$

Исто важи за порасте температуре у односу на амбијент:

$$\theta_{tu} = \frac{P_{gub}}{\rho Q c_p} + \theta_{hu}$$

$$\Delta\theta_u = \vartheta_{tu} - \vartheta_{hu} = \theta_{tu} - \theta_{hu}$$

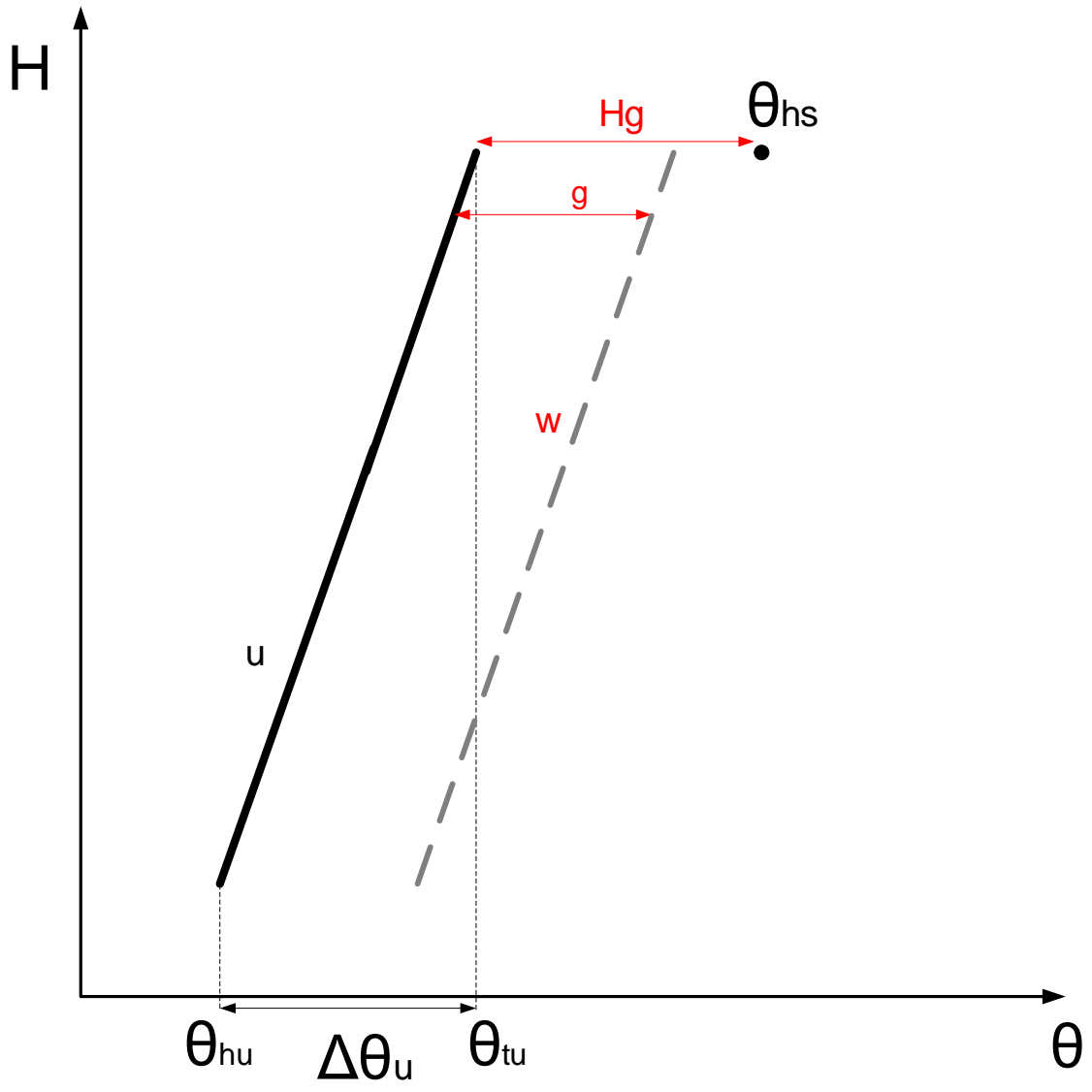
На основу израза за топлотни отпор и снагу преноса топлоте између намотаја и уља може се одредити пораст температуре између намотаја и уља (g).

$$R^T = \frac{1}{\alpha S} + \frac{\delta}{\lambda S}$$

$$g = R^T P_g = \frac{P_g/S}{\alpha} + \frac{P_g/S}{\lambda} \delta$$

Пораст температуре најтоплије тачке се одређује на основу сада познатих вредности:

$$\theta_{HS} = \theta_{hu} + \Delta\theta_u + H \cdot g$$





ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута

29. 03. 2019.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

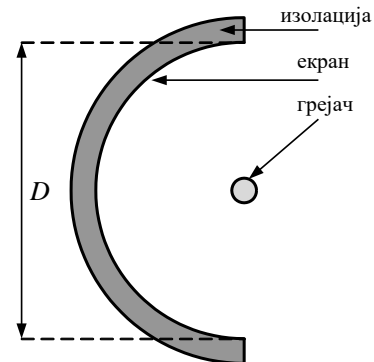
На сваком од задатака се може добити максимално 2 поена

1. Један енергетски трансформатор је смештен унутар металног кућишта (киоска). За прорачун загревања трансформатора потребно је поставити топлотни модел трансформатора и кућишта. Део комплексног топлотног модела су модели појединих површи металног кућишта, што је тема овог задатка. Посматра се зид површине S , дебљине d , топлотне проводности материјала λ , специфичног запреминског топлотног капацитета c и коефицијента сивоће ε . Потребно је нацртати топлотну шему чијим се решавањем може одредити снага преноса топлоте струјањем између ваздуха са унутрашње стране зида и површи зида металног кућишта унутар кога је смештен трансформатор. Температура ваздуха унутар кућишта је ϑ_{um} , а амбијенталног ваздуха (изван кућишта) је ϑ_a . Коефицијент преласка топлоте струјањем на унутрашњој површи зида је α_{um} , а на спољашњој α_{sp} . Површинска густина снаге зрачења од трансформатора на зид је q_{zr_um} , док је површинска густина снаге која стиже од сунца q_{sum} . Поред ове две компоненте зрачења, постоји и размена топлоте између спољне површи зида и неба, које се може посматрати као црно тело температуре ϑ_a .

2. Једножилни кабл пресека бакра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\text{Cu}}=56\cdot 10^6\text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20}=4.29\cdot 10^{-3}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) $S_{Cu}=95\text{ mm}^2$, са PVC изолацијом дебљине изолације $d_{iz}=1\text{ mm}$ (топлотна специфична проводност $\lambda_{PVC}=0.16\text{ W/(m K)}$) положен је у ваздух температуре $\vartheta_a=20^\circ\text{C}$. Коефицијент преласка топлоте струјањем са кабла на ваздух износи $\alpha=7\text{ W/(m}^2\text{ K)}$). Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{doz}=70^\circ\text{C}$. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл, као и температуру спољашње површи изолације кабла.

Због чега је максимално дозвољена вредност ефективне вредности струје учестаности 50 Hz мања од максимално дозвољене вредности једносмерне струје?

3. Да би се постигла боља усмереност зрачења штапног грејача, иза дугачаког цилиндричног грејача дужине $L=80\text{ cm}$, пречника $d=1\text{ cm}$ и снаге 1 kW поставља се цилиндрични екран пречника $D=10\text{ cm}$, као на слици. Спољашња површ екрана је идеално топлотно изолована. Уколико је температура амбијента 20°C , одредити температуре грејача и екрана. Занемарити пренос топлоте струјањем са екрана и грејача на ваздух и ефекте крајева. Емисивности површи грејача и екрана износе 0.95 , односно 0.2 респективно. Колико би се промениле тражене температуре ако емисивност екрана износи 0.3 ?



4. Један енергетски уљни трансформатор се налази у стационарном топлотном стању достигнутом при релативном струјном оптерећењу од 90% . Однос номиналних губитака услед оптерећења (у намотајима) и номиналних губитака у празном ходу (у језгру) износи

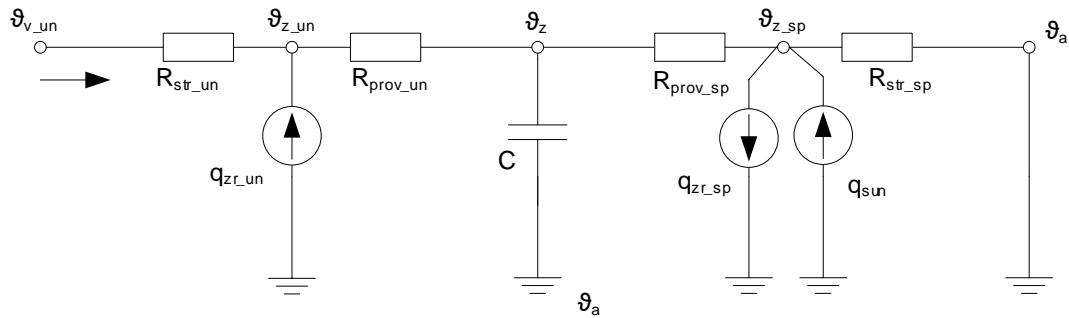
5. Коефицијент преласка топлоте са спољне површи радијатора на ваздух, чији је удео у укупном топлотном отпору радијатора доминантан, сразмеран је са четвртим кореном пораста температуре горњег уља ($\alpha \sim \theta_{gu}^{0.25}$). Одредити колико се трансформатор може преоптеретити у трајању од сат времена, а да θ_{gu} не пређе номиналну вредност. Колико износи температура најтоплије тачке намотаја на крају периода преоптерећења од сат времена – познато је да разлика температуре најтоплије тачке и горњег уља у номиналном режиму $H g_n$. Сматрати да су губици у намотајима сразмерни квадрату струјног оптерећења. Сматрати да је временска константа намотаја занемарљиво мала. Температура амбијента је константна. Прорачун извршити на приближан начин, тако да се утицај нелинеарности преноса топлоте узима само за стационарна топлотна стања, док се прелазни топлотни процеси одвијају по експоненцијалној временској функцији, са временском константом уља 3 h .

5. Скицирати расподелу температуре уља и намотаја по висини трансформатора, и то за идеализовани случај да су све вредности у карактеристичним тачкама за сваки од намотаја исте. Посматра се загревање у огледу кратког споја, односно сматра се да уље струји на горе само кроз намотаје. Сматрати да је познато: пораст температуре уља на изласку из хладњака $\theta_{hu}=43^\circ\text{C}$, укупан проток уља $Q=2.5\cdot 10^{-3}\text{ m}^3/\text{s}$, укупни губици у намотају $P_g=140\text{ kW}$, укупна расхладна површ намотаја $S=156\text{ m}^2$, однос дебљине и топлотне проводности папирне изолације проводника $\delta/\lambda=0.00588$, коефицијент преласка топлоте струјањем са намотаја на уље $\alpha=66\text{ W/m}^2\text{ K}$, фактор најтоплије тачке намотаја $H=1.1$, и густина уља $\rho=855\text{ kg/m}^3$, $c_p=2440\text{ J/kgK}$.

Решења задатака:

1.задатак

Заменска шема



Тражена снага преноса топлоте струјањем на унутрашњој површи зида:

$$P_{str_un} = \alpha_{un} S (\vartheta_{z_un} - \vartheta_{v_un})$$

Непозната температура унутрашње површи зида се добија решавањем система једначина које се постављају за сваки од три чвора у шеми:

1) Чвор ϑ_{z_un}

$$\frac{\vartheta_{v_un} - \vartheta_{z_un}}{R_{str_un}} + P_{zr_un} = \frac{\vartheta_{z_un} - \vartheta_z}{R_{pr_un}}$$

2) Чвор ϑ_z

$$C \frac{d(\vartheta_z - \vartheta_{v_sp})}{dt} = \frac{\vartheta_{z_un} - \vartheta_z}{R_{pr_un}} - \frac{\vartheta_z - \vartheta_{z_sp}}{R_{pr_sp}}$$

3) Чвор ϑ_{z_sp}

$$\frac{\vartheta_z - \vartheta_{z_sp}}{R_{pr_sp}} - P_{zr_sp} + P_{sun} = \frac{\vartheta_{z_sp} - \vartheta_{v_sp}}{R_{str_sp}}$$

При чему је:

$$C = c \rho S d$$

$$R_{str_un} = \frac{1}{\alpha_{un} S}$$

$$R_{str_sp} = \frac{1}{\alpha_{sp} S}$$

$$R_{pr_un} = R_{pr_sp} = \frac{d/2}{\lambda S}$$

$$P_{zr_un} = \varepsilon q_{zr_un} S$$

$$P_{zr_sp} = \sigma_c \varepsilon S ((\vartheta_{z_sp} + 273.15)^4 - (\vartheta_{v_sp} + 273.15)^4)$$

$$P_{sun} = \varepsilon q_{sun} S$$

2.задатак

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10.998 \text{ mm} \approx 11 \text{ mm} \quad (2.1)$$

$$D_s = D_u + 2 \delta_{iz} = 11 \text{ mm} + 2 \text{ mm} = 13 \text{ mm} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned}
 R_l^T &= R_{prov}^T + R_{str}^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} \ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) + \frac{1}{\alpha D_s \pi} \\
 &= \frac{1}{2\pi \cdot 0.16 \text{ W/mK}} \ln\left(\frac{13 \text{ mm}}{11 \text{ mm}}\right) + \frac{1}{7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \cdot 0.013 \pi \text{ m}} \\
 &= 0.1662 + 3.4979 = 3.6641 \text{ K/W}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

$$R_{Cu} = \frac{1}{\sigma \cdot S} (1 + \alpha(70 - 20)) = \frac{1}{56 \cdot 95} (1 + 4.29 \cdot 10^{-3} \cdot 50) = 2.28 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ m} \tag{2.4}$$

$$R_{Cu} I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_l^T} \tag{2.5}$$

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_{Cu} R_l^T}} \tag{2.6}$$

$$I = 244.64 \text{ A}$$

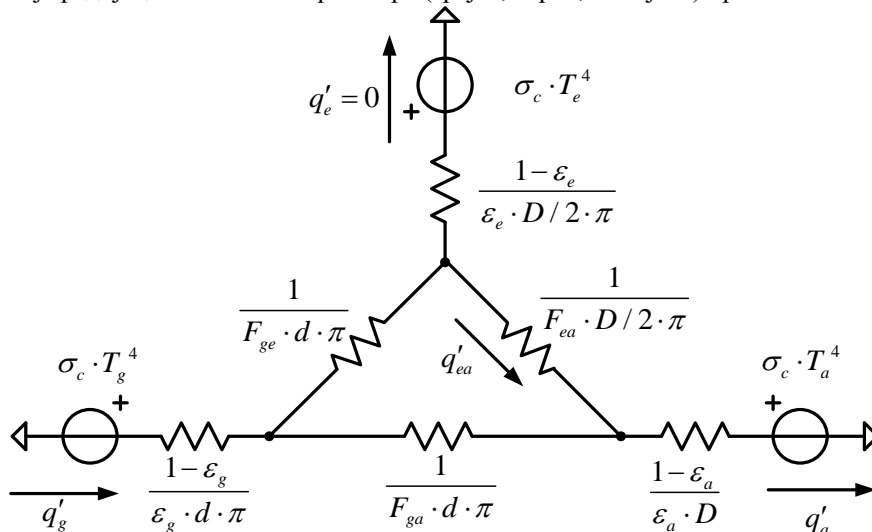
Температура спољашње површи изолације кабла се одређује помоћу наредне једнакости:

$$R_{Cu} I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_{sp}}{R_{prov}^T} \tag{2.7}$$

$$\vartheta_{sp} = 67.76^\circ \text{C}$$

3.затак

Овај проблем се може решити постављањем радијационе шеме. Радијациона шема се може поставити искључиво за затворен систем површи, који се добија додавањем фиктивне површи која одговара амбијенту. На тај начин се добија радијациона шема са три чвора (грејач, екран, амбијент) приказана на слици ($\varepsilon_a=1$).



Вредности фактора виђења између појединих површи одређују се под претпоставком да су и екран и грејач довољно дугачки и да се ефекти крајева могу занемарити. Уколико је претходни услов испуњен, у радијационој шеми фигуришу само подужне вредности.

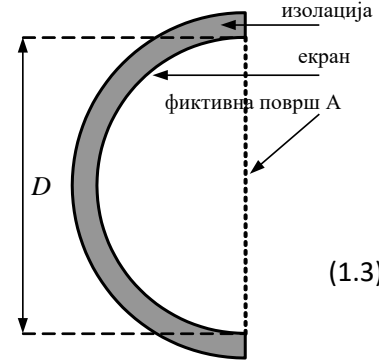
Због конвективности површи грејача, његов сопствени фактор виђења је једнак нули. Фактори виђења екрана и амбијента од стране грејача (F_{ge} и F_{ga}) су једнаки (пошто се и екран и амбијент из центра грејача виде под углом од 180 степени) и износе:

$$F_{ga} = F_{ge} = \frac{1}{2} \tag{1.1}$$

Фактор виђења грејача од стране екрана (иста вредност је за фактор виђења грејача од стране амбијента) износи:

$$F_{eg} = F_{ge} \cdot \frac{S_g}{S_e} = F_{ge} \cdot \frac{d \cdot \pi \cdot L}{\frac{1}{2} \cdot D \cdot \pi \cdot L} = F_{ge} \cdot \frac{2 \cdot d}{D} = \frac{d}{D} = 0.1 \quad (1.2)$$

Сопствени фактор виђења екрана F_{ee} се може израчунати полазећи од $F_{ee} + F_{ea} + F_{eg} = 1$. Збир $F_{ea} + F_{eg}$ представља фактор виђења фиктивне површи А (за њега ће се у даљем тексту користити ознака F_{eA}), приказане на слици. Површ А је конвексна, из чега се закључује да је њен сопствени фактор виђења једнак нули и да сва снага емитована са А доспева на екран. На основу тога се закључује да је фактор виђења екрана од стране површи А једнак 1, из чега се одређују фактор виђења површи А од стране екрана и тражени сопствени фактор виђења екрана.



$$F_{eA} = F_{Ae} \cdot \frac{S_A}{S_e} = F_{Ae} \cdot \frac{D \cdot L}{\frac{1}{2} \cdot D \cdot \pi \cdot L} = \frac{2}{\pi} \cdot F_{Ae} = \frac{2}{\pi} \quad (1.3)$$

$$F_{ee} = 1 - F_{eA} = 1 - \frac{2}{\pi} = \frac{\pi - 2}{\pi} \approx 0.3634 \quad (1.4)$$

Фактор виђења амбијента од стране екрана добија се на следећи начин:

$$F_{ea} = 1 - F_{eg} - F_{ee} \approx 0.5366 \quad (1.5)$$

Пошто је задња површ екрана идеално топлотно изолована и занемарено струјање са екрана на ваздух, снага зрачења која се предаје екрану једнака је оној која се са њега емитује, из чега се закључује да је укупна снага која се размењује са екраном једнака нули. То за последицу има да је грана која представља површ екрана у радијационој шеми у прекиду. Укупан отпор у радијационој шеми између грејача и амбијента износи:

$$R_{zr_uk} = \frac{1 - \varepsilon_g}{\varepsilon_g \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi} \parallel \left(\frac{1}{F_{ge} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ea} \cdot \frac{1}{2} D \cdot \pi} \right) = 36.219 \text{ m}^{-1} \quad (1.6)$$

Подужна снага којом се енергија односи са грејача једнака је подужној снази којом се топлота генерише у грејачу. На основу тога могуће је одредити температуру грејача:

$$\sigma_c \cdot T_g^4 - \sigma_c \cdot T_a^4 = R_{zr_uk} \cdot q'_g \Rightarrow T_g = \sqrt[4]{\frac{R_{zr_uk} \cdot q'_g}{\sigma_c} + T_a^4} = \sqrt[4]{\frac{R_{zr_uk} \cdot P_g}{\sigma_c \cdot L_g} + T_a^4} = 947.47 \text{ K} \quad (1.7)$$

Подужна снага којом се топлота размењује између екрана и амбијента износи

$$q'_{ea} = q'_g \cdot \frac{\frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi}}{\frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ge} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ea} \cdot \frac{1}{2} D \cdot \pi}} = \frac{P_g}{L_g} \cdot \frac{\frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi}}{\frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ge} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ea} \cdot \frac{1}{2} D \cdot \pi}} = 571.73 \frac{\text{W}}{\text{m}} \quad (1.8)$$

Температура екрана ($q_e' = 0$, $\varepsilon_a = 1$) добија се такође из радијационе шеме:

$$\sigma_c \cdot T_e^4 - \sigma_c \cdot T_a^4 = \frac{1}{F_{ea} \cdot \frac{1}{2} \cdot D \cdot \pi} \cdot q'_{ea} \Rightarrow T_e = \sqrt[4]{\frac{q'_{ea}}{\sigma_c \cdot F_{ea} \cdot \frac{1}{2} \cdot D \cdot \pi} + T_a^4} = 597 \text{ K} \quad (1.9)$$

4. задатак

Уколико је релативно струјно оптерећење трансформатора означено са $\beta = i/i_n$, тада важи следећа релација:

$$P_{Cu} = \beta^2 \cdot P_{Cun} \quad (4.1)$$

За однос пораста температуре горњег уља у стационарном стању и номиналног пораста температуре горњег уља према условима задатка важи релација $\alpha \sim \theta_{gu}^{0.25}$ односно:

$$P_{gub} = P_{Cu} + P_{Fen} \approx \alpha S (\vartheta_{gu} - \vartheta_a) = \alpha S \theta_{gu} \sim \theta_{gu}^{1.25}$$

$$\frac{\theta_{gu}}{\theta_{gun}} = \left(\frac{P_{Cu} + P_{Fen}}{P_{Cun} + P_{Fen}} \right)^{0.8} \quad (4.2)$$

Уважавајући однос $P_{Cun} / P_{Fen} = 5$ и једначине (4.1) и (4.2), добија се:

$$\frac{\theta_{gu}}{\theta_{gun}} = \left(\frac{\beta^2 \cdot P_{Cun} + \frac{1}{5} \cdot P_{Cun}}{P_{Cun} + \frac{1}{5} \cdot P_{Cun}} \right)^{0.8}$$

$$\frac{\theta_{gu}}{\theta_{gun}} = \left(\frac{5 \cdot \beta^2 + 1}{6} \right)^{0.8} \quad (4.3)$$

Временска промена пораста температуре горњег уља се може апроксимативно приказати експоненцијалним функцијама, иако оне не описују тачан временски облик те промене, с обзиром да је систем нелинеаран, што се огледа пре свега у зависности коефицијента преласка топлоте струјањем на ваздух од пораста температуре уља.

Сада ће се израчунати релативно струјно оптерећење при коме температура горњег уља достиже максималну дозвољену, односно номиналну вредност. Промена температуре горњег уља дата је са:

$$\mathcal{G}_{gu}(t) = \mathcal{G}_a + \theta_{gu}(t) \quad (4.4)$$

где је \mathcal{G}_a температура амбијента. Одговарајућа временска промена пораста температуре горњег уља при скоковитој промени оптерећења је:

$$\theta_{gu}(t) = \theta_{gu}(0) \cdot e^{-\frac{t}{T_u}} + \theta_{gu} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_u}} \right) \quad (4.5)$$

где је T_u термичка временска константа за уље, а θ_{gu} је пораст температуре горњег уља у стационарном стању. На основу израза (4.3) који важи за стационарна стања следи израз за температуру горњег уља након 1 h:

$$\theta_{gu}(1h) = \theta_{gun} = \theta_{gun} \left(\frac{5 \cdot 0.9^2 + 1}{6} \right)^{0.8} e^{-\frac{1h}{3h}} + \theta_{gun} \left(\frac{5 \cdot \beta^2 + 1}{6} \right)^{0.8} \left(1 - e^{-\frac{1h}{3h}} \right) \quad (4.6)$$

одакле се добија

$$\beta = 1.22754 \quad (4.7)$$

При разматрању температуре најтоплије тачке, уводе се следеће апроксимације. Пошто је временска константа која описује промене пораста температуре намотаја у односу на уље неколико пута мања од периода који се посматра, сматра се да је након 1h већ успостављена стационарна вредност промене пораста температуре намотаја у односу на уље.

Температура најтоплије тачке се израчунава према формули:

$$\mathcal{G}_{hs}(t) = \mathcal{G}_a + \theta_{gu}(t) + H \cdot g(t) \quad (20.15)$$

$$\Delta\theta_n = \theta_{HSn} - \theta_{gun} = Hg_n = R P_{Cun}$$

Уз претпоставку да се отпор не мења:

$$\frac{\Delta\theta_n}{\Delta\theta} = \frac{R P_{Cun}}{R P_{Cu}} = \frac{I_n^2}{I^2} = \beta^{-2}$$

$$\Delta\theta = \beta^2 H g_n$$

$$\theta_{HS}(1h) = \theta_{gu}(1h) + \beta^2 H g_n$$

5.Задатак

Температура уља на уласку у хладњак се може одредити из следеће једнакости:

$$P_{gub} = P_{hl} = \rho Q c_p (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu})$$

$$\vartheta_{tu} = \frac{P_{gub}}{\rho Q c_p} + \vartheta_{hu}$$

Исто важи за порасте температуре у односу на амбијент:

$$\theta_{tu} = \frac{P_{gub}}{\rho Q c_p} + \theta_{hu} = 69.84^\circ\text{C}$$

$$\Delta\theta_u = \vartheta_{tu} - \vartheta_{hu} = \theta_{tu} - \theta_{hu} = 26.84^\circ\text{C}$$

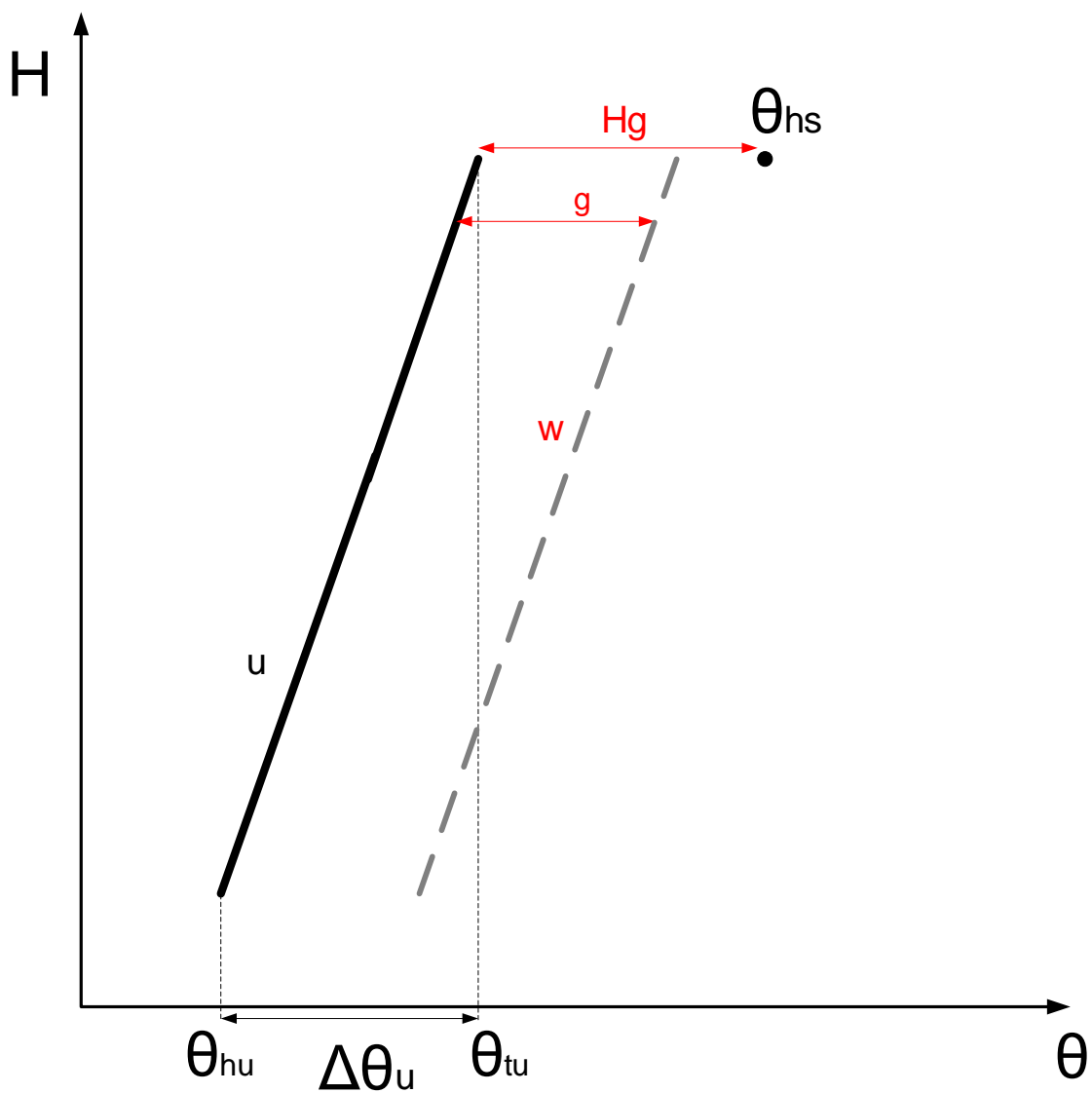
На основу израза за топлотни отпор и снагу преноса топлоте између намотаја и уља може се одредити пораст температуре између намотаја и уља (g).

$$R^T = \frac{1}{\alpha S} + \frac{\delta}{\lambda S} = 0.000097125 + 0.00003769 = 0.000134815 \text{ K/W}$$

$$g = R^T P_{gub} = \frac{P_{gub}/S}{\alpha} + \frac{P_{gub}/S}{\lambda} \delta = 18.87^\circ\text{C}$$

Пораст температуре најтоплије тачке се одређује на основу сада познатих вредности:

$$\theta_{HS} = \theta_{hu} + \Delta\theta_u + H \cdot g = 90.6^\circ\text{C}$$





Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута

8. 7. 2019.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

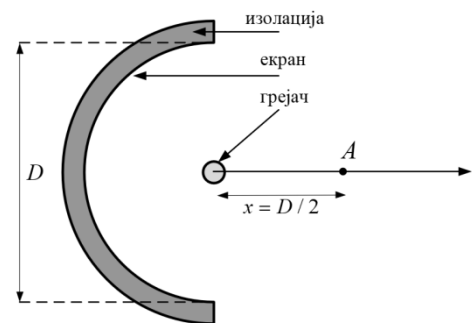
На сваком од задатака се може добити максимално 2 поена

1. Један енергетски трансформатор је смештен унутар кућишта (киоска). За прорачун загревања трансформатора потребно је поставити топлотни модел трансформатора и кућишта. Посматрати идеализован случај да је температура површи суда трансформатора, површине S_{sud} константна (ϑ_{sud}), као и температура затворене површи киоска површине S константна (ϑ). Дебљина зида киоска износи d , топлотна проводности материјала од кога је сачињен λ , његова специфични запремински топлотни капацитет c , специфична електрична отпорност ρ и коефицијент сивоће ε . Потребно је нацртати топлотну шему чијим се решавањем може одредити снага преноса топлоте струјањем између ваздуха са унутрашње стране зида и површи зида металног кућишта унутар кога је смештен трансформатор (0.75п). Температура ваздуха унутар кућишта је ϑ_{un} , а амбијенталног ваздуха (изван кућишта) је ϑ_a . Коефицијент преласка топлоте струјањем на унутрашњој површи зида је α_{un} , а на спољашњој α_{sp} . Снага која стиже од сунца износи q_{sun} . Поред ове две компоненте зрачења, постоји и размена топлоте између спољне површи зида и неба, које се може посматрати као црно тело температуре ϑ_a . Написати изразе за све три компоненте преноса топлоте зрачењем (0.75п). Који параметар термичког модела директно и значајно зависи од брзине ветра (0.5п)?

2. Једножилни кабл пресека бабра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\text{Cu}}=56\cdot 10^6\text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{\text{Cu}20}=4.29\cdot 10^{-3}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) $S_{\text{Cu}}=95\text{ mm}^2$, са PVC изолацијом дебљине изолације $d_{iz}=1\text{ mm}$ (топлотна специфична проводност $\lambda_{\text{PVC}}=0.16\text{ W/(m K)}$) положен је у ваздух температуре $\vartheta_a=20^\circ\text{C}$. Коефицијент преласка топлоте струјањем са кабла на ваздух износи $\alpha=7\text{ W/(m}^2\text{ K)}$). Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{doz}=70^\circ\text{C}$. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл, као и температуру спољашње површи изолације кабла. Због чега је максимално дозвољена вредност ефективне вредности струје учестаности 50 Hz мања од максимално дозвољене вредности једносмерне струје (1п)?

Која карактеристике изолационог материјала утичу на максималну дозвољену вредност струје (0.5п)? Зашто максимална вредност струје, са фиксираним типом изолације, опада са порастом номиналног напона кабла(0.5п)?

3. На слици је приказан штапни грејач дужине $L=80\text{ cm}$, пречника $d=1\text{ cm}$ и снаге 1 kW , са цилиндричним екраном пречника $D=10\text{ cm}$. Спољашња површ екрана је идеално топлотно изолована. Уколико је температура амбијента 20°C , одредити температуре грејача и екрана. Занемарити пренос топлоте струјањем са екрана и грејача на ваздух и ефекте крајева. Емисивности површи грејача износи 0.95 , односно 0.2 респективно. Написати интеграл чији се решавањем може добити површинска густина снаге зрачења која пада на тачку А.



4. Један енергетски уљни трансформатор се налази у стационарном топлотном стању достигнутом при релативном струјном оптерећењу од 80 %. Однос номиналних губитака услед оптерећења (у намотајима)

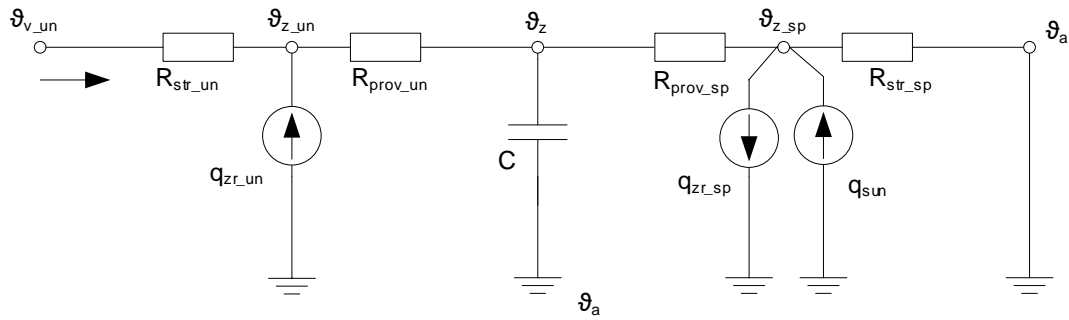
и номиналних губитака у празном ходу (у језгру) износи 5. Коефицијент преласка топлоте са спољне површи радијатора на ваздух, чији је удео у укупном топлотном отпору радијатора доминантан, сразмеран је са четвртим кореном пораста температуре горњег уља ($\alpha \sim \theta_{gu}^{0.25}$). Одредити колико се трансформатор може преоптеретити у трајању од сат времена, при чему температура горњег уља ϑ_{gu} не сме да пређе 115°C (номинални пораст температуре износи $\theta_{gum}=55\text{ K}$), а температура најтоплије тачке намотаја ϑ_{hs} не сме да пређе 140°C (номинална температура износи $\vartheta_{hsm}=98\text{ K}$). Позната је да вредност разлике температуре најтоплије тачке и горњег уља у номиналном режиму износи $H g_n$. Сматрати да су губици у намотајима сразмерни квадрату струјног оптерећења. Сматрати да је временска константа намотаја занемарљиво мала. Температура амбијента је константна и износи 25°C . Изразе из којих се може одредити максимално преоптерећење написати усвајајући апроксимацију да се утицај нелинеарности преноса топлоте узима само за стационарна топлотна стања, док се прелазни топлотни процеси одвијају по експоненцијалној временској функцији, са временском константом уља 3 h.

5. Објаснити потребу и описати поступак екстраполације који се примењује да би се добила средња температура намотаја на крају другог дела типског огледа загревања енергетског уљног трансформатора.

Решења задатака:

1.задатак

Заменска шема



Тражена снага преноса топлоте струјањем на унутрашњој површи зида:

$$P_{str_un} = \alpha_{un} S (\vartheta_{z_un} - \vartheta_{v_un})$$

Непозната температура унутрашње површи зида се добија решавањем система једначина које се постављају за сваки од три чвора у шеми:

1) Чвор ϑ_{z_un}

$$\frac{\vartheta_{v_un} - \vartheta_{z_un}}{R_{str_un}} + P_{zr_un} = \frac{\vartheta_{z_un} - \vartheta_z}{R_{pr_un}}$$

2) Чвор ϑ_z

$$C \frac{d(\vartheta_z - \vartheta_{v_sp})}{dt} = \frac{\vartheta_{z_un} - \vartheta_z}{R_{pr_un}} - \frac{\vartheta_z - \vartheta_{z_sp}}{R_{pr_sp}}$$

3) Чвор ϑ_{z_sp}

$$\frac{\vartheta_z - \vartheta_{z_sp}}{R_{pr_sp}} - P_{zr_sp} + P_{sun} = \frac{\vartheta_{z_sp} - \vartheta_{v_sp}}{R_{str_sp}}$$

При чему је:

$$C = c \rho S d$$

$$R_{str_un} = \frac{1}{\alpha_{un} S}$$

$$R_{str_sp} = \frac{1}{\alpha_{sp} S}$$

$$R_{pr_un} = R_{pr_sp} = \frac{d/2}{\lambda S}$$

$$P_{zr_un} = \varepsilon q_{zr_un} S$$

$$P_{zr_sp} = \sigma_c \varepsilon S ((\vartheta_{z_sp} + 273.15)^4 - (\vartheta_{v_sp} + 273.15)^4)$$

$$P_{sun} = \varepsilon q_{sun} S$$

2.задатак

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10.998 \text{ mm} \approx 11 \text{ mm} \quad (2.1)$$

$$D_s = D_u + 2 \delta_{iz} = 11 \text{ mm} + 2 \text{ mm} = 13 \text{ mm} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned}
 R_l^T &= R_{prov}^T + R_{str}^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} \ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) + \frac{1}{\alpha D_s \pi} \\
 &= \frac{1}{2\pi \cdot 0.16 \text{ W/mK}} \ln\left(\frac{13 \text{ mm}}{11 \text{ mm}}\right) + \frac{1}{7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \cdot 0.013 \pi \text{ m}} \\
 &= 0.1662 + 3.4979 = 3.6641 \text{ K/W}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

$$R_{Cu} = \frac{1}{\sigma \cdot S} (1 + \alpha(70 - 20)) = \frac{1}{56 \cdot 95} (1 + 4.29 \cdot 10^{-3} \cdot 50) = 2.28 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ m} \tag{2.4}$$

$$R_{Cu} I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_l^T} \tag{2.5}$$

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_{Cu} R_l^T}} \tag{2.6}$$

$$I = 244.64 \text{ A}$$

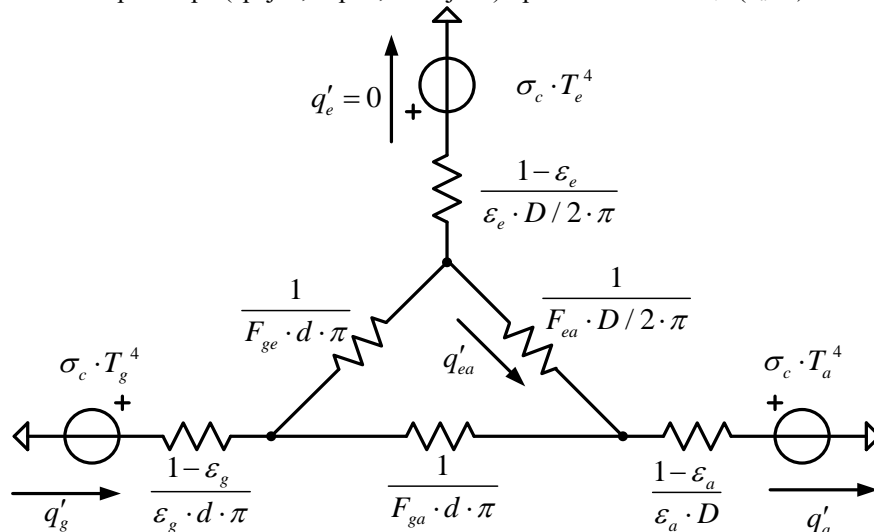
Температура спољашње површи изолације кабла се одређује помоћу наредне једнакости:

$$R_{Cu} I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_{sp}}{R_{prov}^T} \tag{2.7}$$

$$\vartheta_{sp} = 67.76^\circ \text{C}$$

3.затак

Овај проблем се може решити постављањем радијационе шеме. Радијациона шема се може поставити искључиво за затворен систем површи, који се добија додавањем фиктивне површи која одговара амбијенту. На тај начин се добија радијациона шема са три чвора (грејач, екран, амбијент) приказана на слици ($\varepsilon_a=1$).



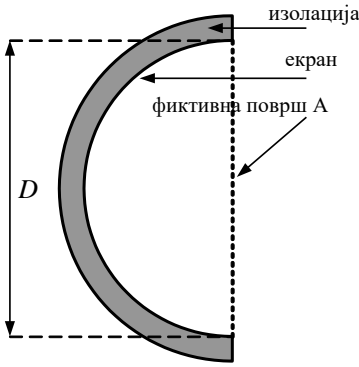
Вредности фактора виђења између појединих површи одређују се под претпоставком да су и екран и грејач довољно дугачки и да се ефекти крајева могу занемарити. Уколико је претходни услов испуњен, у радијационој шеми фигуришу само подужне вредности.

Због конвексности површи грејача, његов сопствени фактор виђења је једнак нули. Фактори виђења екрана и амбијента од стране грејача (F_{ge} и F_{ga}) су једнаки (пошто се и екран и амбијент из центра грејача виде под углом од 180 степени) и износе:

$$F_{ga} = F_{ge} = \frac{1}{2} \tag{3.1}$$

Фактор виђења грејача од стране екрана (иста вредност је за фактор виђења грејача од стране амбијента) износи:

$$F_{eg} = F_{ge} \cdot \frac{S_g}{S_e} = F_{ge} \cdot \frac{d \cdot \pi \cdot L}{\frac{1}{2} \cdot D \cdot \pi \cdot L} = F_{ge} \cdot \frac{2 \cdot d}{D} = \frac{d}{D} = 0.1 \quad (3.2)$$



Сопствени фактор виђења екрана F_{ee} се може израчунати полазећи од $F_{ee} + F_{ea} + F_{eg} = 1$. Збир $F_{ea} + F_{eg}$ представља фактор виђења фиктивне површи А (за њега ће се у даљем тексту користити ознака F_{eA}), приказане на слици. Површ А је конвексна, из чега се закључује да је њен сопствени фактор виђења једнак нули и да сва снага емитована са А доспева на екран. На основу тога се закључује да је фактор виђења екрана од стране површи А једнак 1, из чега се одређују фактор виђења површи А од стране екрана и тражени сопствени фактор виђења екрана.

$$F_{eA} = F_{Ae} \cdot \frac{S_A}{S_e} = F_{Ae} \cdot \frac{D \cdot L}{\frac{1}{2} \cdot D \cdot \pi \cdot L} = \frac{2}{\pi} \cdot F_{Ae} = \frac{2}{\pi} \quad (3.3)$$

$$F_{ee} = 1 - F_{eA} = 1 - \frac{2}{\pi} = \frac{\pi - 2}{\pi} \approx 0.3634 \quad (3.4)$$

Фактор виђења амбијента од стране екрана добија се на следећи начин:

$$F_{ea} = 1 - F_{eg} - F_{ee} \approx 0.5366 \quad (3.5)$$

Пошто је задња површ екрана идеално топлотно изолована и занемарено струјање са екрана на ваздух, снага зрачења која се предаје екрану једнака је оној која се са њега емитује, из чега се закључује да је укупна снага која се размењује са екраном једнака нули. То за последицу има да је грана која представља површ екрана у радијационој шеми у прекиду. Укупан отпор у радијационој шеми између грејача и амбијента износи:

$$R_{zr_uk} = \frac{1 - \varepsilon_g}{\varepsilon_g \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi} \parallel \left(\frac{1}{F_{ge} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ea} \cdot \frac{1}{2} D \cdot \pi} \right) = 36.219 \text{ m}^{-1} \quad (3.6)$$

Подужна снага којом се енергија односи са грејача једнака је подужној снази којом се топлота генерише у грејачу. На основу тога могуће је одредити температуру грејача:

$$\sigma_c \cdot T_g^4 - \sigma_c \cdot T_a^4 = R_{zr_uk} \cdot q'_g \Rightarrow T_g = \sqrt[4]{\frac{R_{zr_uk} \cdot q'_g}{\sigma_c} + T_a^4} = \sqrt[4]{\frac{R_{zr_uk} \cdot P_g}{\sigma_c \cdot L_g} + T_a^4} = 947.47 \text{ K} \quad (3.7)$$

Подужна снага којом се топлота размењује између екрана и амбијента износи

$$q'_{ea} = q'_g \cdot \frac{\frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi}}{\frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ge} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ea} \cdot \frac{1}{2} D \cdot \pi}} = \frac{P_g}{L_g} \cdot \frac{\frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi}}{\frac{1}{F_{ga} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ge} \cdot d \cdot \pi} + \frac{1}{F_{ea} \cdot \frac{1}{2} D \cdot \pi}} = 571.73 \frac{\text{W}}{\text{m}}, \quad (3.8)$$

Температура екрана ($q'_e = 0$, $\varepsilon_a = 1$) добија се такође из радијационе шеме:

$$\sigma_c \cdot T_e^4 - \sigma_c \cdot T_a^4 = \frac{1}{F_{ea} \cdot \frac{1}{2} D \cdot \pi} \cdot q'_{ea} \Rightarrow T_e = \sqrt[4]{\frac{q'_{ea}}{\sigma_c \cdot F_{ea} \cdot \frac{1}{2} D \cdot \pi} + T_a^4} = 597 \text{ K} \quad (3.9)$$

4.затак

Уколико је релативно струјно оптерећење трансформатора означено са $\beta=i/i_n$, тада важи следећа релација:

$$P_{Cu} = \beta^2 \cdot P_{Cun} \quad (4.1)$$

За однос пораста температуре горњег уља у стационарном стању и номиналног пораста температуре горњег уља према условима задатка важи релација $\alpha \sim \theta_{gu}^{0.25}$ односно:

$$P_{gub} = P_{Cu} + P_{Fe} \approx \alpha S(\vartheta_{gu} - \vartheta_a) = \alpha S \theta_{gu} \sim \theta_{gu}^{1.25}$$

$$\frac{\theta_{gu}}{\theta_{gun}} = \left(\frac{P_{Cu} + P_{Fen}}{P_{Cun} + P_{Fen}} \right)^{0.8} \quad (4.2)$$

Уважавајући однос $P_{Cun} / P_{Fen} = 5$ и једначине (4.1) и (4.2), добија се:

$$\frac{\theta_{gu}}{\theta_{gun}} = \left(\frac{\beta^2 \cdot P_{Cun} + \frac{1}{5} \cdot P_{Cun}}{P_{Cun} + \frac{1}{5} \cdot P_{Cun}} \right)^{0.8}$$
$$\frac{\theta_{gu}}{\theta_{gun}} = \left(\frac{5 \cdot \beta^2 + 1}{6} \right)^{0.8} \quad (4.3)$$

Временска промена пораста температуре горњег уља се може апроксимативно приказати експоненцијалним функцијама, иако оне не описују тачан временски облик те промене, с обзиром да је систем нелинеаран, што се огледа пре свега у зависности коефицијента преласка топлоте струјањем на ваздух од пораста температуре уља.

Сада ће се израчунати релативно струјно оптерећење при коме температура горњег уља достиже максималну дозвољену, односно номиналну вредност. Промена температуре горњег уља дата је са:

$$\mathcal{G}_{gu}(t) = \mathcal{G}_a + \theta_{gu}(t) \quad (4.4)$$

где је \mathcal{G}_a температура амбијента. Одговарајућа временска промена пораста температуре горњег уља при скоковитој промени оптерећења је:

$$\theta_{gu}(t) = \theta_{gu}(0) \cdot e^{-\frac{t}{T_u}} + \theta_{gu} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_u}} \right) \quad (4.5)$$

где је T_u термичка временска константа за уље, а θ_{gu} је пораст температуре горњег уља у стационарном стању. На основу израза (4.3) који важи за стационарна стања следи израз за температуру горњег уља након 1 h:

$$\theta_{gu}(1h) = \theta_{gumax} = \theta_{gun} \left(\frac{5 \cdot 0.8^2 + 1}{6} \right)^{0.8} e^{-\frac{1h}{3h}} + \theta_{gun} \left(\frac{5 \cdot \beta^2 + 1}{6} \right)^{0.8} \left(1 - e^{-\frac{1h}{3h}} \right) \quad (4.6)$$

одакле се добија

$$\beta = 2.514 \quad (4.7)$$

При разматрању температуре најтоплије тачке, уводе се следеће апроксимације. Пошто је временска константа која описује промене пораста температуре намотаја у односу на уље неколико пута мања од периода који се посматра, сматра се да је након 1h већ успостављена стационарна вредност промене пораста температуре намотаја у односу на уље.

$$g(1h) = g \quad (4.8)$$

Температура најтоплије тачке се израчунава према формули:

$$\mathcal{G}_{hs}(t) = \mathcal{G}_a + \theta_{gu}(t) + H \cdot g(t) \quad (4.9)$$

У поставци је дато да је:

$$\Delta\theta_n = \theta_{HSn} - \theta_{gun} = Hg_n = RP_{Cun} = 18K \quad (4.10)$$

Уз претпоставку да се отпор не мења:

$$\frac{\Delta\theta_n}{\Delta\theta} = \frac{RP_{Cun}}{RP_{Cu}} = \frac{l_n^2}{l^2} = \beta^{-2} \quad (4.11)$$

$$\Delta\theta = \beta^2 Hg_n \quad (4.12)$$

На основу релација (4.9), (4.6) и (4.12) следи:

$$\vartheta_{hs}(1h) = \vartheta_{hsmax} = \vartheta_a + \theta_{gun} \left(\frac{5 \cdot \beta^2 + 1}{6} \right)^{0.8} e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{gun} \left(\frac{5 \cdot \beta^2 + 1}{6} \right)^{0.8} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + H \beta^2 g_n \quad (4.13)$$

$$\vartheta_{hs}(1h) = 140^{\circ}\text{C} = 25^{\circ}\text{C} + 55K \left(\frac{5 \cdot 0.8^2 + 1}{6} \right)^{0.8} e^{-\frac{1}{3}} + 55K \left(\frac{5 \cdot \beta^2 + 1}{6} \right)^{0.8} \left(1 - e^{-\frac{1}{3}} \right) + 18K \beta^2 \quad (4.14)$$

из чега се израчунава

$$\beta = 1.701 \quad (4.15)$$



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута

28. 8. 2019.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

На сваком од задатака се може добити максимално 2 поена

1. Један енергетски трансформатор је смештен унутар кућишта (киоска). За прорачун загревања трансформатора потребно је поставити топлотни модел трансформатора и кућишта. Посматрати идеализован случај да је температура оребрене површи суда трансформатора (фактор виђења површи са саме себе износи $F_{it}=0.7$, површина површи S_t , коефицијент сивоће ϵ_t) константна (\mathcal{G}), као и температура затворене површи киоска површине S_k (\mathcal{G}_k). Дебљина зида киоска износи d , топлотна проводност материјала од кога је сачињен λ , његов специфични запремински топлотни капацитет c и коефицијент сивоће ϵ_k . Потребно је нацртати топлотну шему чијим се решавањем може одредити снага преноса топлоте струјањем између ваздуха са унутрашње стране зида и унутрашње површи зида (1п). Температура ваздуха унутар кућишта је $\mathcal{G}_{v_{un}}$, а амбијенталног ваздуха (изван кућишта) је \mathcal{G}_a . Коефицијент преласка топлоте струјањем на унутрашњој површи зида је α_{un} , а на спољашњој α_{sp} . Површинска густина снаге која стиже од сунца q_{sun} . Написати изразе за све три компоненте преноса топлоте зрачењем и написати систем једначина из кога се може одредити \mathcal{G}_k (1п). Размену топлоте између спољне површи зида и неба описати као размену топлоте између паралелоипеда коначне величине и бесконачно великог црног тела температуре \mathcal{G}_a . При прорачуну снаге преноса топлоте између суда трансформатора и кућишта киоска сматрати да је температура \mathcal{G} позната, односно је као улазни податак.

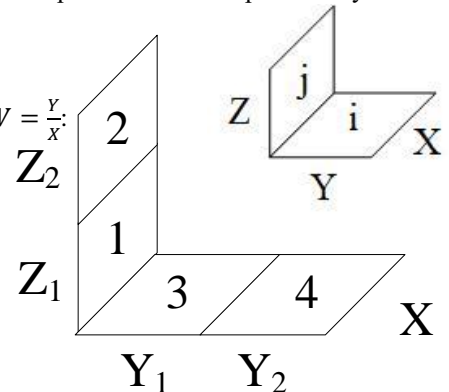
2. Одредити снагу преноса топлоте са тела температуре \mathcal{G} које се хлади ребром за хлађење кружног попречног пресека пречника D и дужине L . Коефицијент преласка топлоте са површи ребра на ваздух температуре \mathcal{G}_a износи α . Топлотна проводности материјала од кога је сачињено ребро износи λ . Користити тачан гранични услов на базису ребра која се хлади.

3. Полазећи од израза за фактор виђења за геометрију два управна

правоугаоника са заједничком ивицом (горња десна слика), где је $H = \frac{Z}{X}$, а $W = \frac{Y}{X}$:

$$F_{ij} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{\frac{1}{2}}} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{4} \ln \left(\frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2} \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)} \right]^{W^2} \left[\frac{H^2(1+W^2+H^2)}{(1+H^2)(W^2+H^2)} \right]^{H^2} \right) \right),$$

одредити фактор виђења F_{24} за случај приказан на слици доле лево – $X=1m$, $Y_1=2m$, $Y_2=1m$, $Z_1=1m$, $Z_2=1m$.



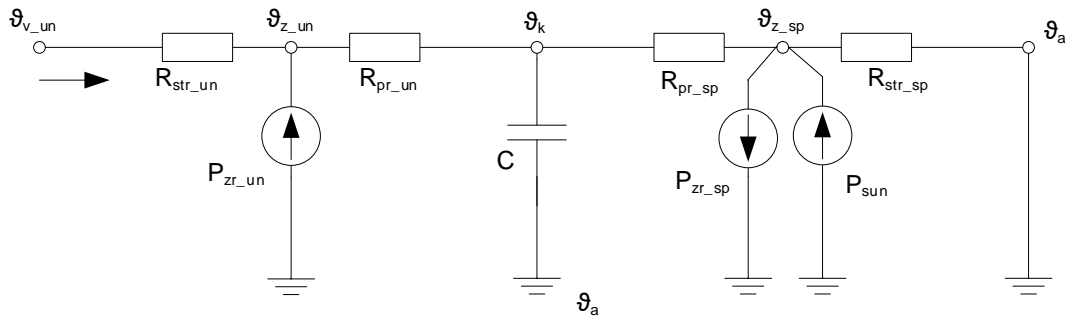
4. За један енергетски уљни трансформатор је изведен оглед загревања константном снагом (сматрати да су познате снаге инјектирања топлоте у оба чвора топлотне шеме). Како се могу одредити параметри топлотне шеме (топлотних проводности $\Lambda_1 = K_1 (\theta_{cu} - \theta_u)^{n_1}$ и $\Lambda_2 = K_2 \theta_u^{n_2}$ и топлотних капацитета, ако су у еквидистантним тренуцима из мерења одређени пораста карактеристичних температура у чворовима 1 и 2 топлотне шеме у односу на амбијент познате температуре.

5. Скицирати расподелу температуре уља и намотаја по висини трансформатора, и то за идеализовани случај да су све вредности у карактеристичним тачкама за сваки од намотаја исте. Познате су вертикалне позиције и димензије намотаја и хладњака. Посматра се загревање у огледу кратког споја и сматра се да уље на горе струји само кроз намотаје. Сматрати да је познато: укупан проток уља $Q=2.5 \cdot 10^{-3} m^3/s$, укупни губици у намотајима $P_{gub}=140kW$, укупна расхладна површ намотаја $S_n=156m^2$, однос дебљине и топлотне проводности папирне изолације проводника $\delta/\lambda=0.00588K m^2/W$, коефицијент преласка топлоте струјањем са намотаја на уље $\alpha=66W/m^2K$, фактор најтоплије тачке намотаја $H=1.1$, карактеристике уља $\rho=855kg/m^3$, $c_p=2440 J/kgK$. Коефицијент преласка топлоте кроз хладњак износи $k_{ph}=6W/m^2K$, а његова укупна површина $S_h=530 m^2$. Снагу преноса топлоте струјањем израчунати користећи поједностављени израз да је једнака количнику средње температуре уља у хладњаку и топлотног отпора преносу топлоте кроз хладњак.

Решења задатака:

1. задатак

Заменска шема



Тражена снага преноса топлоте струјањем са ваздуха у киоску на унутрашњу површ киоска:

$$P_{str_un} = \alpha_{un} S_k (\vartheta_{v_un} - \vartheta_{z_un})$$

Непозната температура унутрашње површи зида се добија решавањем система једначина које се постављају за сваки од три чвора у шеми:

4) Чвор ϑ_{z_un}

$$\frac{\vartheta_{v_un} - \vartheta_{z_un}}{R_{str_un}} + P_{zr_un} = \frac{\vartheta_{z_un} - \vartheta_z}{R_{pr_un}}$$

5) Чвор ϑ_k

$$C \frac{d(\vartheta_k - \vartheta_a)}{dt} = \frac{\vartheta_{z_un} - \vartheta_k}{R_{pr_un}} - \frac{\vartheta_k - \vartheta_{z_sp}}{R_{pr_sp}}$$

6) Чвор ϑ_{z_sp}

$$\frac{\vartheta_k - \vartheta_{z_sp}}{R_{pr_sp}} - P_{zr_sp} + P_{sun} = \frac{\vartheta_{z_sp} - \vartheta_a}{R_{str_sp}}$$

При чему је:

$$C = c \rho S_k d$$

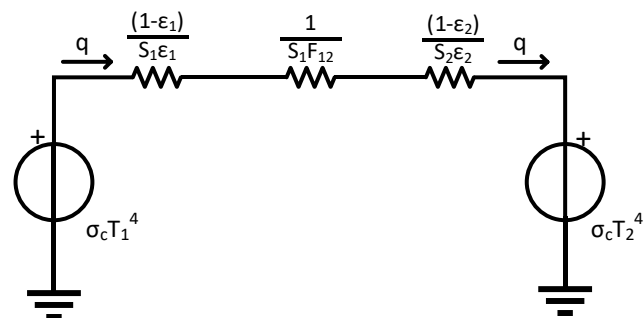
$$R_{str_un} = \frac{1}{\alpha_{un} S_k}$$

$$R_{str_sp} = \frac{1}{\alpha_{sp} S_k}$$

$$R_{pr_un} = R_{pr_sp} = \frac{d/2}{\lambda S_k}$$

$$P_{zr_sp} = \sigma_c \varepsilon_t S_k ((\vartheta_{z_sp} + 273.15)^4 - (\vartheta_a + 273.15)^4)$$

Снага преноса топлоте зрачењем са суда трансформатора ка унутрашњој површи зида киоска се одређује из следеће радијационе шеме:



Радијациона шема за две површи које су једна у другој

$$q = \frac{\sigma_c T_1^4 - \sigma_c T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{F_{12} S_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \frac{\sigma_c (T_1^4 - T_2^4) S_1}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{F_{12}} + \frac{S_1}{S_2} (\frac{1}{\varepsilon_2} - 1)}$$

$$q = \frac{\sigma_c (T_1^4 - T_2^4) S_1}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{(1-F_{11})} + \frac{S_1}{S_2} (\frac{1}{\varepsilon_2} - 1)}$$

$$P_{zr.un} = \frac{\sigma_c ((\vartheta_t + 273.15)^4 - (\vartheta_{z.un} + 273.15)^4) S_t}{\frac{1}{\varepsilon_t} - 1 + \frac{1}{(1-F_{tt})} + \frac{S_t}{S_k} (\frac{1}{\varepsilon_k} - 1)}$$

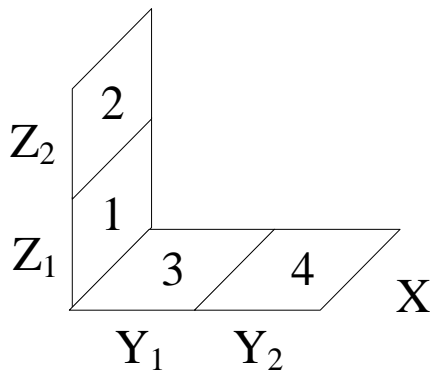
$$P_{sun} = \varepsilon_k q_{sun} S_k$$

2. задатак

[itpe0819_Z2.pdf](#), део задатка под б)

3. задатак

Формираће се облик од 4 површине као на слици.



Тражени фактор виђења F_{i-j} , односно F_{2-4} се може одредити на следећи начин:

На основу датог израза се за $H_{12} = \frac{Z_1+Z_2}{X} = 2$ и $W_{34} = \frac{Y_1+Y_2}{X} = 3$ израчунава $F_{34-12}=0.1078$,

слично за $H_1 = \frac{Z_1}{X} = 1$ и $W_{34} = \frac{Y_1+Y_2}{X}$ добија се $F_{34-1}=0.0806$.

Одузимањем претходне две вредности следи:

$$F_{34-2} = F_{34-12} - F_{34-1} = 0.0272.$$

По угледу на овај поступак за $H_{12} = \frac{Z_1+Z_2}{X}$ и $W_3 = \frac{Y_1}{X} = 2$ одређује се $F_{3-12}=0.1493$,

затим се из $H_1 = \frac{Z_1}{X}$ и $W_3 = \frac{Y_1}{X}$ добија $F_{3-1}=0.1164$

и најзад, одузимањем претходне две вредности следи:

$$F_{3-2} = F_{3-12} - F_{3-1} = 0.0329.$$

Даље се на основу површина сваког нумерисаног квадрата: $S_1 = S_2 = S_4 = S = 1m^2$, $S_3 = 2m^2$ и претходно одређених фактора виђења лако долази до

- Фактора виђења који важи при зрачењу површи 2 на површ 3 и 4, $F_{2-3,4}$, из израза:

$$(S_3 + S_4)F_{34-2} = S_2 F_{2-34} \text{ следи } F_{2-34} = \frac{(S_3+S_4)}{S_2} F_{34-2} = 3F_{34-2} = 0.0816$$

- Фактора виђења који важи при зрачењу површи 2 на површ 3, F_{2-3} , из израза:

$$S_3 F_{3-2} = S_2 F_{2-3}, \text{ тј. } F_{2-3} = 2F_{3-2} = 0.0658.$$

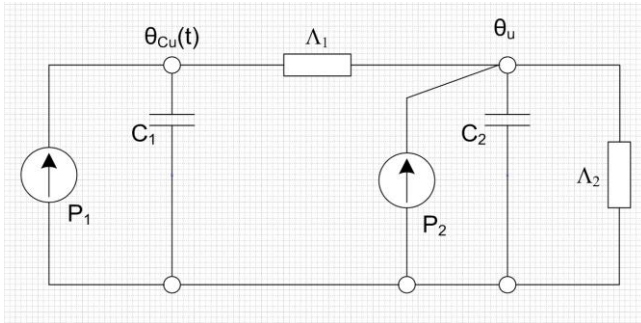
На крају се одузимањем последњих вредности добија тражени фактор виђења:

$$F_{2-4} = F_{2-34} - F_{2-3} = 0.0158.$$

4. задатак

Одељак 7.6., часови предавања “Casovi_22_do_24”:

Топлотна шема и њени елементи



P_1 - снага губитака у намотајима

P_2 - снага губитака у језгру и у суду

Λ_1 - топлотна проводност преноса топлоте од намотаја ка суду

Λ_2 - топлотна проводност преноса топлоте од суда ка амбијенту

C_1 - топлотни капацитет намотаја

C_2 - топлотни капацитет уља, језгра и суде

θ_1 - пораст карактеристичне температуре намотаја

θ_2 - пораст карактеристичне температуре уља

Користећи принцип минимизације суме квадрата одступања, уз нешто обимније израчунавање (већи број израчунатих и измерених тачака), из измерених вредности температура током прелазних топлотних процеса могу се одредити вредности параметара K и n топлотних проводности Λ_1 и Λ_2 и топлотних капацитета C_1 и C_2 . Из низа измерених пораста температура (примера ради, на сваких 15 секунди током огледа загревања од 12 сати) које одговарају чворовима I и II могу се теоретски одредити и вредности топлотних капацитета и вредности параметара функција топлотних проводности.

Порасте температуре који одговарају чворовима топлотне шеме 1 и 2 у сваком од дискретних тренутака $k \Delta t$; $k = 1, 2, \dots$, израчунавају се према изразима

$$\theta_{Cu,k+1} = \theta_{Cu,k} + \frac{\Delta t}{C_1} (P_1 - \Lambda_{1,k} (\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k})) = \theta_{Cu,k} + \frac{\Delta t}{C_1} (P_1 - K_1 (\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k})^{n_1+1})$$

$$\theta_{u,k+1} = \theta_{u,k} + \frac{\Delta t}{C_2} (P_2 + \Lambda_{1,k} (\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}) - \Lambda_{2,k} \theta_{u,k}) = \theta_{u,k} + \frac{\Delta t}{C_2} (P_2 + K_1 (\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k})^{n_1+1} - K_2 \theta_{u,k}^{n_2+1})$$

Потребно је применити математички поступак одређивања параметара K_1 , n_1 , K_2 , n_2 , C_1 и C_2 при којима се постиже минимум суме квадрата одступања N измерених од N израчунатих вредности температура:

$$\min \left(\sum_{i=1}^N \left((\theta_{u,i} - \theta_{u,im})^2 + (\theta_{Cu,i} - \theta_{Cu,im})^2 \right) \right)$$

5. задатак

Градијент температура уља (његова вредност у намотајима и у хладњаку је иста се може одредити из следеће једнакости:

$$P_{gub} = P_{hl} = \rho Q c_p (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu})$$

$$\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu} = \frac{P_{gub}}{\rho Q c_p}$$

$$\Delta\theta_u = \vartheta_{tu} - \vartheta_{hu} = 26.84^\circ\text{C}$$

На основу израза за топлотни отпор и снагу преноса топлоте између уља и амбијента може се одредити пораст средње температуре уља ($\theta_{su} = \vartheta_{su} - \vartheta_a$).

$$\theta_{su} = R_{u-a}^T P_{gub} = \frac{P_{gub}}{k_{Ph} S_h} = 44.03^\circ\text{C}$$

Порасте температуре горњег и доњег уља, респективно, износе:

$$\theta_{gu} = \theta_{su} + \frac{\Delta\theta_u}{2} = 57.45^\circ\text{C}$$

$$\theta_{du} = \theta_{su} - \frac{\Delta\theta_u}{2} = 30.61^\circ\text{C}$$

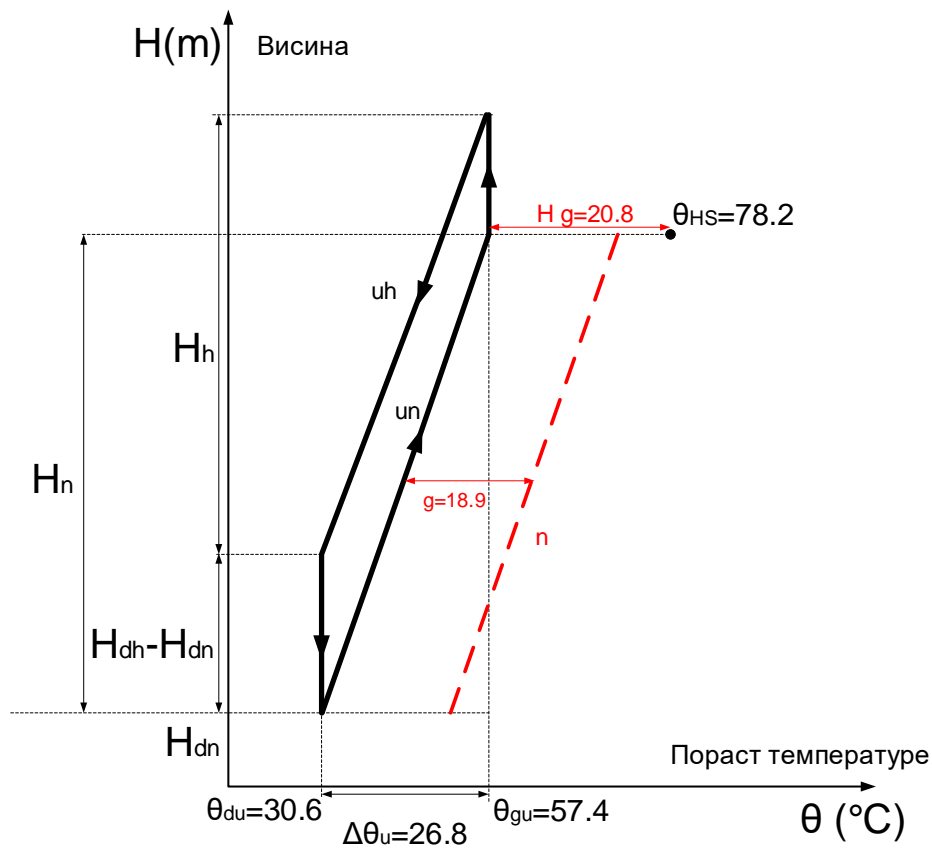
На основу израза за топлотни отпор и снагу преноса топлоте између намотаја и уља може се одредити пораст температуре између намотаја и уља (g).

$$R_{n-u}^T = \frac{1}{\alpha S_n} + \frac{\delta}{\lambda S_n} = 0.000097125 + 0.00003769 = 0.000134815 \text{ K/W}$$

$$g = R_{n-u}^T P_{gub} = \frac{P_{gub}/S_n}{\alpha} + \frac{P_{gub}/S_n}{\lambda} \delta = 18.87^\circ\text{C}$$

Пораст температуре најтоплије тачке:

$$\theta_{HS} = \theta_{gu} + H \cdot g = 78.2^\circ\text{C}$$





Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

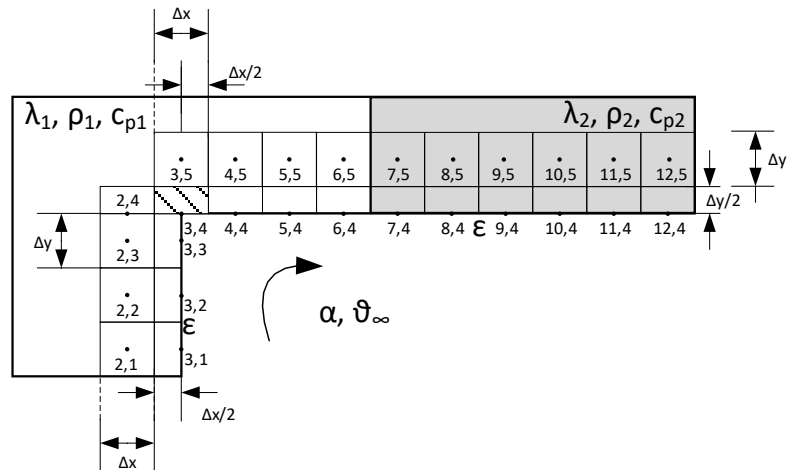
Испит траје максимално 180 минута

18. 9. 2019.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

На сваком од задатака се може добити максимално 2 поена

1. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (3,4) (шрафирана површина). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити имлицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2 , специфични топлотни капацитети су c_{p1} и c_{p2} , густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α . Димензије и положај елемента су приказани на слици. Коефицијент сивоће површи износи $\varepsilon=1$. Уважити размену топлоте зрачењем са сваким елементом, при чему се код одређивања размене топлоте између два елемента може сматрати да су они елементарни, занемарљиво малих димензија (димензија по дубини је мала). (2.5 п)



2. Извести израз за ефикасност ребра за хлађење којим се одводи топлота са тела температуре ϑ . Ребро је кружно попречног пресека пречника D и дужине L . Коефицијент преласка топлоте са површи ребра на ваздух температуре ϑ_a износи α . Топлотна проводности материјала од кога је сачињено ребро износи λ . При постављању граничног услова на базису ребра која се хлади сматрати да је снага која се преноси са ваздуху једнака нули. (2 п)

3. Нацртати расподелу јачине зрачења (поларни дијаграм) идеалног црног тела температуре површи 600°C . Колика треба да буде температура идеалног сивог тела емисивности 0.7 да би поларни дијаграм његове расподеле зрачења био исти. (1 п)

4. На основу резултата мерења током огледа загревања у кратком споју и термичких прорачуна, одређени су параметри топлотних проводности и топлотни капацитети у заменској шеми са два чвора. Сматрати да трансформатор у току нормалног рада на мрежи ради са истим бројем вентилатора и пумпи као у стању при коме су одређени параметри топлотне шеме. Усвојити идеализацију да се, полазећи од струја кроз примар и секундар и напона на примару, снаге инјектирања топлоте у оба чвора топлотне шеме могу одредити без икакве грешке. Дати израз на основу кога се може закључити да је дошло до погоршања расхладног система током експлоатације трансформатора? Сматрати да су дневни дијаграми оптерећења и температура амбијента константни и да су доступна мерења струја, напона и температура у два чвора заменске топлотне шеме. (2 п)

5. Једножилни кабл пресека бабра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\text{Cu}}=56\times 10^6\text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20}=4.29\times 10^{-3}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) $S_{Cu}=95\text{ mm}^2$, са PVC изолацијом дебљине изолације $\delta_{iz}=1\text{ mm}$ (топлотне специфичне проводности $\lambda_{PVC}=0.16\text{ W/(m K)}$) положен је у тло специфичне топлотне отпорности $\rho_z=2.5\text{ (m K)/W}$. Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{doz}=70^\circ\text{C}$, а температура земље удаљене од кабла $\vartheta_z=20^\circ\text{C}$. Нацртати криву промене максимално дозвољене вредности једносмерне струје која протиче кроз кабл у зависности од дебљине кошуљице (δ_k) сачињене од материјала специфичне топлотне отпорности $\rho_{zk}=1\text{ (m K)/W}$, чија се дебљина мења у опсегу 0 - 200 mm (график треба да садржи 9 еквиливантних тачака). При израчунавању сматрати да се за "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака $\vartheta_z=20^\circ\text{C}$, може узети цилиндар ваљка пречника $D_{ref}=1000\text{ mm}$. (2.5п)

Решења задатака:

1. задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (3,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa},$$

где су:

P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,

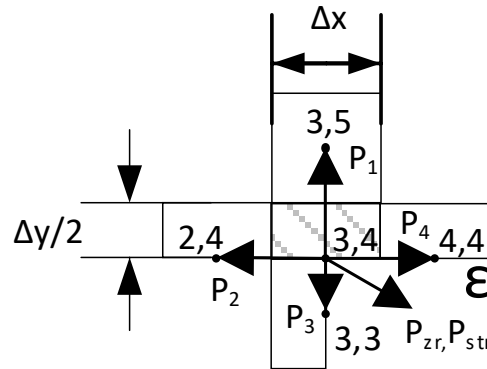
P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и

$P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По имплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у тренутном (p) тренутку у односу на претходни тренутак ($p-1$):

$$P_{akum} = \rho_1 c_{p1} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{3,4}}{dt} = \rho_1 c_{p1} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,4}^{p-1}}{\Delta t}.$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr}.$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји од четири члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (3, 5), (2, 4), (3,3) и (4, 4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^4 P_k$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,5}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta y}{L \Delta x}}$$

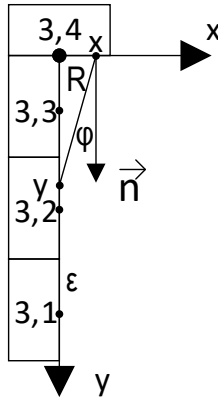
$$P_2 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{2,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{L \Delta y / 2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{2,4}^p}{\frac{2}{\lambda_1 L} \Delta y}$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,3}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta y / 2}{L \Delta x / 2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{3,3}^p}{\frac{1}{\lambda_1 L} \Delta x}$$

$$P_4 = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{4,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{L \Delta y / 2}} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{4,4}^p}{\frac{2}{\lambda_1 L} \Delta y}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{\infty}^p}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L \Delta x / 2}} = \frac{1}{2} \alpha L \Delta x (\vartheta_{3,4}^p - \vartheta_{\infty}^p)$$



Слика 1.2

Размена топлоте између посматраног елемента (3,4) се врши са вертикалним деловима (3,1) до (3,3). За одређивање снаге размене топлоте зрачењем потребно је одредити факторе виђења између дела (3,4) и делова (3,1) до (3,3). Према тексту задатка координата по дубини је елементарна. Дефинициона формула за фактор виђења гласи

$$F_i = \frac{1}{S_{3,4}} \int_{S_{3,4}} \int_{S_{3,i}} \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{\pi R^2} dS_{3,4} dS_{3,i},$$

где је угао φ угао између потега од посматране до једне од вертикалних елементарних површи (R) и нормале на посматрану елементарну површ са координатама (3,4), као на слици 1.2, $i=1..3$. Тригонометријске функције посматраних углова φ могу се изразити на следећи начин:

$$\sin \varphi = \frac{x}{R} \quad \cos \varphi = \frac{y}{R}$$

Потег R се на основу ознака на слици 1.2 може изразити као

$$R^2 = x^2 + y^2.$$

За случај да је дубинска димензија L елементарна, израз за фактор виђења постаје

$$F_i = \frac{1}{S_{3,4}} \int_0^{\Delta x/2} \int_{(i-1)\Delta y}^{i\Delta y} \frac{xy}{\pi(x^2 + y^2)^2} L^2 dx dy.$$

Решавањем претходног интеграла долази се до израза

$$F_i = \frac{L}{2\pi\Delta x} \left[\ln \left(\frac{\Delta x^2 + (i-1)^2 \Delta y^2}{\Delta x^2 + i^2 \Delta y^2} \right) - \ln \left(\frac{i^2}{(i-1)^2} \right) \right].$$

Снага одвођења топлоте зрачењем износи

$$P_{zr} = \sum_{i=1}^3 F_i S_{3,i} \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{3,4}^p + 273,15)^4 - (\vartheta_{3,i}^p + 273,15)^4)$$

$$P_{zr} = \sum_{i=1}^3 \left[\ln \left(\frac{\Delta x^2 + (i-1)^2 \Delta y^2}{\Delta x^2 + i^2 \Delta y^2} \right) - \ln \left(\frac{i^2}{(i-1)^2} \right) \right] \frac{L^2}{4\pi} \varepsilon \sigma_c ((\vartheta_{7,4}^p + 273,15)^4 - (\vartheta_{3,i}^p + 273,15)^4)$$

2. задатак

Диференцијална једначина која описује промену температуре дуж ребра у устаљеном добија се на следећи начин:

$$q_s = -\lambda \text{grad } \vartheta$$

$$q_{sx} = -\lambda \frac{d\vartheta}{dx}$$

$$q(x) = -\lambda \frac{D^2 \pi}{4} \frac{d\vartheta}{dx}$$

$$\frac{dq(x)}{dx} = -\lambda \frac{D^2 \pi}{4} \frac{d^2 \vartheta}{dx^2}$$

$$dq_\alpha(x) = \alpha(\vartheta(x) - \vartheta_\alpha) D \pi dx$$

$$dq_\alpha(x) = -dq(x)$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \frac{4\alpha}{\lambda D} (\vartheta(x) - \vartheta_a)$$

Опште решење диференцијалне једначине:

$$\vartheta(x) = C_1 \cdot e^{m \cdot x} + C_2 \cdot e^{-m \cdot x} + \vartheta_a; \quad m = \sqrt{\frac{4\alpha}{\lambda D}}$$

Интеграционе константе које фигуришу у општем решењу одређују се из граничних услова за базисе ребра:

$$\begin{aligned} \vartheta(0) &= \vartheta \\ -\lambda \frac{d\vartheta}{dx}(L) &= 0 \end{aligned}$$

Заменом општег решења диференцијалне једначине у изразе за граничне услове и њиховим решавањем по C_1 и C_2 добијају се интеграционе константе:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\vartheta - \vartheta_a}{1 + e^{2mL}} \\ C_2 &= \frac{\vartheta - \vartheta_a}{1 + e^{2mL}} e^{2mL} \end{aligned}$$

Израз који описује расподелу температуре дуж ребра у устаљеном стању:

$$\vartheta(x) = \frac{\vartheta - \vartheta_a}{1 + e^{2mL}} e^{mx} + \frac{(\vartheta - \vartheta_a)e^{2mL}}{1 + e^{2mL}} e^{-mx} + \vartheta_a = (\vartheta - \vartheta_a) \frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)} + \vartheta_a.$$

Укупна снага која се преноси преко ребра износи:

$$q_{uk} = \int_{x=0}^L \alpha(\vartheta(x) - \vartheta_a) dS = \frac{\alpha \pi D}{m} \frac{\vartheta - \vartheta_a}{1 + e^{2mL}} (e^{2mL} - 1) = \frac{\alpha \pi D}{m} (\vartheta - \vartheta_a) \tanh(mL).$$

Ефикасност ребра за хлађење дефинише се као однос снаге којом се топлота односи са реалног ребра и снаге којом би се топлота односила са површи омотача цилиндричног ребра за хлађење чија би температура била ϑ :

$$\eta = \frac{q_{uk}}{\alpha S_{rebra}(\vartheta - \vartheta_a)} = \frac{q_{uk}}{\alpha(DL\pi + D^2\pi/4)(\vartheta - \vartheta_a)}.$$

3. задатак

Површинска густина снаге зрачења са површи извора износи:

$$q_c = \sigma_c T_c^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (600 + 273.15)^4 = 32956.3 \frac{W}{m^2}$$

Јачина зрачења по јединици површине извора у правцу нормале на површ извора износи (видети задатак 18 из збирке):

$$I_{n,S} = \frac{q_c}{\pi} = 10490.32 \frac{W}{m^2 srad}$$

Пошто идеално црно тело зрачи дифузионо, јачина зрачења у произвољном правцу који са нормалом на површ извора заклапа угао φ , дата је следећим изразом:

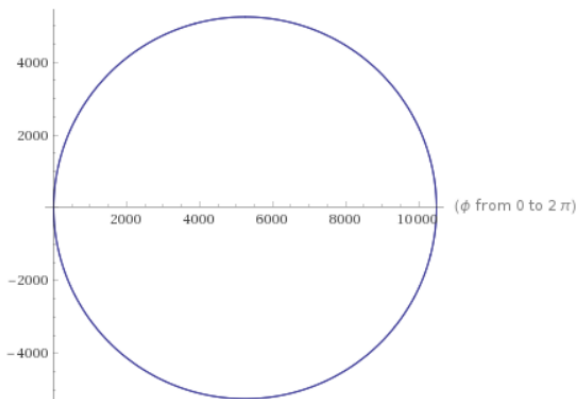
$$I_{\varphi,S} = I_{n,S} \cdot \cos \varphi$$

Дијаграм расподеле јачине зрачења приказан је на слици.

Да би идеално сиво тело имало исти поларни дијаграм расподеле зрачења потребно је да важи:

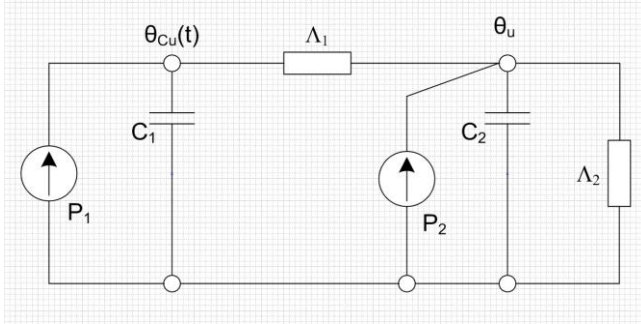
$$\sigma_c T_c^4 = \varepsilon \sigma_c T_s^4$$

Из овог услова добијамо да је тражена температура сивог тела $\vartheta_c = 681,43^\circ\text{C}$.



4. задатак

Топлотна шема и њени елементи



P_1 - снага губитака у намотајима

P_2 - снага губитака у језгру и у суду

Λ_1 - топлотна проводност преноса топлоте од намотаја ка суду

Λ_2 - топлотна проводност преноса топлоте од суда ка амбијенту

C_1 - топлотни капацитет намотаја

C_2 - топлотни капацитет уља, језгра и суде

θ_1 - пораст карактеристичне температуре намотаја

θ_2 - пораст карактеристичне температуре уља

Порасте температуре који одговарају чворовима топлотне шеме 1 и 2 у сваком од дискретних тренутака $k \Delta t$; $k = 1, 2, \dots$, израчунавају се према изразима

$$\theta_{Cu,k+1} = \theta_{Cu,k} + \frac{\Delta t}{C_1} \left(P_1 - \Lambda_{1,k} (\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}) \right) = \theta_{Cu,k} + \frac{\Delta t}{C_1} \left(P_1 - K_1 (\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k})^{n_1+1} \right)$$

$$\theta_{u,k+1} = \theta_{u,k} + \frac{\Delta t}{C_2} \left(P_2 + \Lambda_{1,k} (\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}) - \Lambda_{2,k} \theta_{u,k} \right) = \theta_{u,k} + \frac{\Delta t}{C_2} \left(P_2 + K_1 (\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k})^{n_1+1} - K_2 \theta_{u,k}^{n_2+1} \right)$$

Модел трансформатора није идеалан, односно применом претходних израза и оптималних вредности параметара K и n топлотних проводности Λ_1 и Λ_2 и топлотних капацитета C_1 и C_2 , довешће до пораста температура који у извесној мери одступају од измерених вредности. Посматрајмо суму квадрата одступања у одређеном периоду (посматрајмо период од 24h, при чему се вредности мерена на сваких 15 секунди, на пример; дакле, суа аджи 5760 чланова):

$$\sum_{i=1}^N \left((\theta_{u,i} - \theta_{u,im})^2 + (\theta_{Cu,i} - \theta_{Cu,im})^2 \right)$$

Уколико су термички параметри исти као за нови трансформатор, при фиксираном дневном дијаграму оптерећења, сума квадрата одступања ће бити мања од неке вредности (означимо је са ε). Уколико дође до погоршања карактеристика расхладног система (квар неког од вентилатора, смањење протока ваздуха или протока уља, запрљање хладњака или смањење било ког пресека кроз који протиче уље), доћи ће до промене параметара топлотне шеме. Директна последица је да ће примена параметара који важе за нов трансформатор, уместо стварних, промењених, параметара, довести до пораста суме квадрата одступања температура. Вредност ε се може повећати за извесни фактор (на пример 20 % - повећање фактора смањује осетљивост на промену параметара топлотне шеме, али смањује осетљивост на мерни шум. Тада критеријум детекције погоршања карактеристика расхладног система постаје

$$\min \left(\sum_{i=1}^N \left((\theta_{u,i} - \theta_{u,im})^2 + (\theta_{Cu,i} - \theta_{Cu,im})^2 \right) \right) > 1.2\varepsilon$$

5. задатак

$$\delta k := \begin{pmatrix} 0 \\ 25 \\ 50 \\ 75 \\ 100 \\ 125 \\ 150 \\ 175 \\ 200 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3}$$

$$D_{ref} := 1$$

$$\sigma_{Cu20} := 56 \cdot 10^6$$

$$\alpha_{Cu} := 4.29 \cdot 10^{-3}$$

$$\lambda_{iz} := 0.1 \text{ €} \quad \lambda_k := 1 \quad \lambda_z := \frac{1}{2.5}$$

$$S_{Cu} := 95 \cdot 10^{-6}$$

$$D_u := \sqrt{\frac{4 \cdot S_{Cu}}{\pi}} \quad \delta_{iz} := 1 \cdot 10^{-3}$$

$$D_s := D_u + 2 \cdot \delta_{iz}$$

$$D_p := D_s + 2 \cdot \delta_k$$

$$RIT := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{iz}} \cdot \ln\left(\frac{D_s}{D_u}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_k} \cdot \ln\left(\frac{D_p}{D_s}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_z} \cdot \ln\left(\frac{D_{ref}}{D_p}\right)$$

$$I_{doz} := \sqrt{\frac{70 - 20}{R_{Cu} \cdot RIT}} = \begin{pmatrix} 340.039 \\ 379.918 \\ 398.684 \\ 411.973 \\ 422.563 \\ 431.511 \\ 439.34 \\ 446.354 \\ 452.743 \end{pmatrix}$$

$$R_{Cu} := \frac{1}{\sigma_{Cu20} \cdot S_{Cu}} \cdot [1 + \alpha_{Cu} \cdot (70 - 20)]$$

