ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

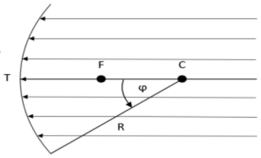
Катедра за енергетске претвараче и погоне

Први колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

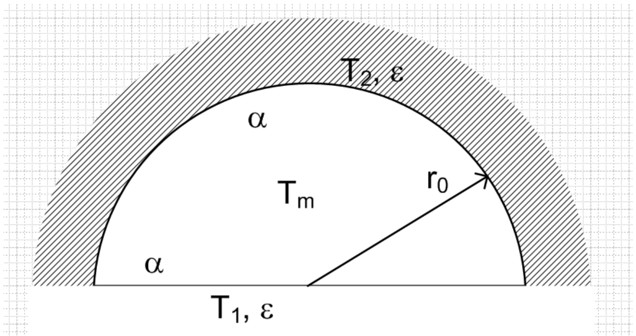
Испит траје максимално 150 минута
Укупан број поена износи 11 25. 11. 2017.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Раван хомоген зид сачињен од гвожђа дебљине $\delta_{Fe} = 8\ \mathrm{mm}$ загрева се услед генерисања топлоте по запремини снагом чија се запреминска густина мења на начин: $q_v(x) = q_{v0} \cdot e^{-x/\delta}$ $\left(q_{v0} = 200 \cdot 10^3\ \mathrm{W/m^3}, \delta = 5\,mm\right)$. Са унутрашње стране зида нанет је слој фарбе дебљине $\delta_{f\,u} = 0.1\ \mathrm{mm}$, а са спољашње слој цинка дебљине $\delta_{Zn} = 0.08\ \mathrm{mm}$ и фарбе дебљине $\delta_{f\,s} = 0.15\ \mathrm{mm}$. Специфична топлотна проводност фарбе износи $\lambda_f = 0.2 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m \cdot K}}$ и много је мања од вредности за гвожђе и цинк. Одредити температуру површи унутрашње стране зида која је у додиру са уљем. Коефицијент преласка топлоте струјањем према уљу температуре $\vartheta_u = 70^\circ C$ износи $\alpha_u = 65 \frac{\mathrm{W}}{m^2 \cdot \mathrm{K}}$, а према амбијенталном ваздуху температуре $\vartheta_a = 20^\circ C$ износи $\alpha_a = 5 \frac{\mathrm{W}}{m^2 \cdot \mathrm{K}}$. (2.5 поена)

2. На сферно огледало полупречника кривине R=1m и угаоног отвора φ=30° (2 π / 3 srad), паралелно са главном оптичком осом огледала, допиру сунчеви зраци површинском густином снаге 1000W/m^2. Одредити колика рефлектована снага зрачења допире до главне оптичке осе на њеној деоници чије су тачке удаљене 0.95 · R/2 - 1.05 · R/2 од центра огледала T (F=R/2), у односу на укупну упадну снагу сунчевог зрачења. Сматрати да је рефлексија идеално усмерена. (3 поена)



3. Грејач ваздуха је направљен од цеви полукружног пресека, чија се равна површ (1) у стационарном стању одржава на температури T_1 = 1000 K, док је друга површ (2) идеално топлотно изолована. Полупречник цеви је r_0 = 20 mm. Обе површи имају одлике идеалног сивог тела, коефицијента сивоће ε = 0.8. Струјање ваздуха је принудно - његова температура износи T_m = 400 K (задатак решавати као да се температура ваздуха не мења), при чему је коефицијент преласка топлоте са зидова на ваздух α = 66.2 W / (m^2 K). Одредити температуру изоловане површи грејача ваздуха. Колико износи подужна снага довођења топлоте загреваној површи грејача (1) да би му се температура одржавала на 1000 K? (3 поена)

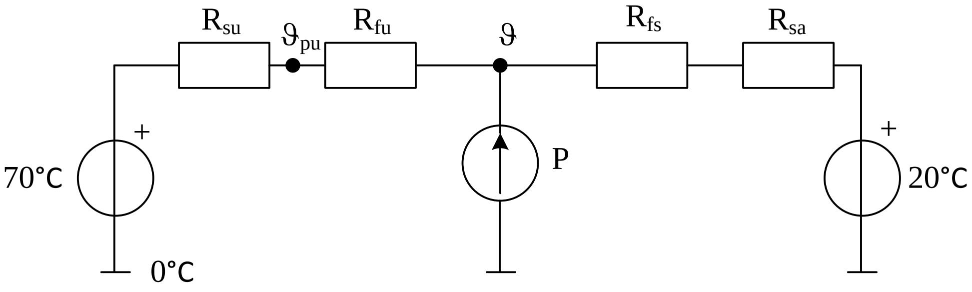


4. Посматрајмо цилиндрични бојлер пречника D и дужине L, који је постављен у слободан простор. Бојлер је постављен вертикално и изложен је дејству сунца које заклапа угао различит од 0 ° у односу на вертикалу на површ земље. Сматрати да се површинска густина снаге апсорбованог зрачења које пада на површ бојлера не мења по површини и да износи p_s. Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи бојлера на ваздух износи α. Може се сматрати да је топлотни отпор преласку топлоте струјањем са бојлера на воду, као и провођењем кроз бојлер занемарљив. Сматрати да је површ круга (основе цилиндра) много мања од половине површи омотача цилиндра. Занемарити топлотни капацитет бојлера у односу на топлотни капацитет воде у бојлеру (познате су вредности густине ρ и специфичног масеног топлотног капацитета c_p воде). Написати израз за промену пораста температуре воде у односу на температуру амбијента, при константној снази сунчевог зрачења, за случај да је почетна температура воде била једнака температури амбијента (1.5 поен). Како се мења топлотна временска константа, а како количина загрејане воде са повећањем пречника бојлера (1 поен)?

Решења задатака:

1. задатак

Топлотна шема:



R_{fu} - топлотни отпор преносу топлоте повођењем кроз унутрашњи слој фарбе
R_{fs} - топлотни отпор преносу топлоте повођењем кроз спољашњи слој фарбе
R_{su} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка уљу
R_{sa} - топлотни отпор преносу топлоте струјањем ка ваздуху (амбијенту)
P - снага загревања зида (гвожђе дебљине 8mm)
ϑ_{pu} - температура површи унутрашње стране зида

$$P=\int_V q_v(x)\,dV \;=\int_{x=0}^{\delta_{Fe}} q_v(x)\,S\,dx=\int_{x=0}^{\delta_{Fe}} q_{v0}\cdot e^{-x/\delta}\,S\,dx=q_{v0}\,S\,\delta\left(1-e^{-\delta_{Fe}/\delta}\right)=798.1\text{S}$$

$$R_{su}=\frac{1}{\alpha_u\,S}=0.01539/\text{S}$$

$$R_{fu}=\frac{\delta_{fu}}{\lambda_f\,S}=0.0005/\text{S}$$

$$R_{fs}=\frac{\delta_{fs}}{\lambda_f\,S}=0.00075/\text{S}$$

$$R_{sa}=\frac{1}{\alpha_a\,S}=0.2/\text{S}$$

$$P=\frac{\vartheta-70}{R_{fu}+R_{su}}+\frac{\vartheta-20}{R_{fs}+R_{sa}}\Rightarrow\vartheta=78.084\,{}^0C$$

$$\vartheta_{pu}=\vartheta-\frac{\vartheta-70}{R_{fu}+R_{su}}R_{fu}=78.0586\,{}^0C$$

2. задатак

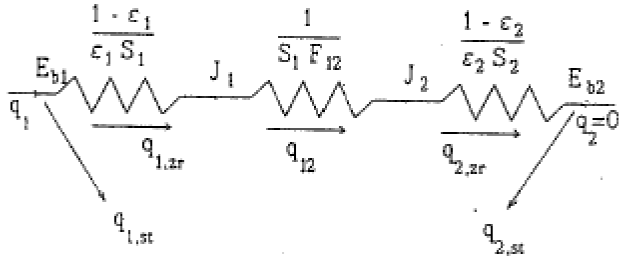
S obzirom da je polukružna površ dobro izolovana i da nema razmene energije sa okolinom grejača provodjenjem toplote, energetski bilans za ovu površ se svodi na jednakost snage kojom se energija do nje prenosi zračenjem i snage kojom se energija sa nje odvodi strujanjem vazduha:

$$q_{2,zr} = q_{2,str} \qquad (58.1)$$

Na osnovu izraza za snagu razmene energije zračenjem izmedju dve površi koje obrazuju zatvoren prostor (izraz (28.1)), izraza za snagu odvodjenja toplote strujanjem (III.1) i izraza (58.1), odnosno radijacione šeme zračenja sa slike 58.2, može se napisati

$$\frac{\sigma_c\,(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \dfrac{1}{S_1 F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \alpha\, S_2\,(T_2 - T_m)\,, \qquad (58.2)$$

gde je faktor vidjenja $F_{12} = 1$, a "površine po jedinici dužine grejača" $S_{1l} = 2\,r_0$ i $S_{2l} = \pi\,r_0$.



Slika 58.2

Posle zamene brojnih vrednosti, uz deljenje obe strane jednakosti sa S_1 (odnos S_2 / S_1 iznosi $\pi / 2$), izraz (58.2) postaje

$$\frac{5{,}67 \cdot 10^{-8}\,(1000^4 - T_2^4)}{\frac{1-0{,}8}{0{,}8} + 1 + \frac{1-0{,}8}{0{,}8}\,\frac{2}{\pi}} = 66{,}2\,\frac{\pi}{2}\,(T_2 - 400)\,, \qquad (58.9)$$

odnosno

$$5{,}67 \cdot 10^{-8}\,T_2^{\,4} + 146{,}5\,T_2 - 115313 = 0\,. \qquad (58.10)$$

Iterativnom metodom dobijeno rešenje jednačine (58.10) iznosi $T_2 = 696$ K.

Jednačina energetskog bilansa za zagrevanu površ glasi

$$q_1 = q_{1,zr} + q_{1,st}. \qquad (58.11)$$

Snaga odvodjenja toplote sa površi 1 zračenjem je jednaka snazi prenosa energije zračenjem ka telu 2 ($q_{1,\,zr} = q_{12}$). Prema izrazu (58.1) i prethodno navedenim jednakostima,

izraz (58.11) se pretvara u

$$q_1 = q_{2,st} + q_{1,st}\,. \qquad (58.12)$$

Uvodjenjem izraza za podužnu snagu odvodjenja toplote strujanjem sa površi 1,

$$q_{1,st} = \alpha\, 2\, r_0\, (T_1 - T_m)\,, \qquad (58.13)$$

i sa površi 2,

$$q_{2,st} = \alpha\, \pi\, r_0\, (T_2 - T_m)\,, \qquad (58.14)$$

u izraz (58.12), dolazi se do izraza za podužnu snagu dovodjenja toplote zagrevanoj površi, koji glasi

$$q_1' = \alpha\, \pi\, r_0\, (T_2 - T_m) + \alpha\, 2\, r_0\, (T_1 - T_m)\,, \qquad (58.15)$$

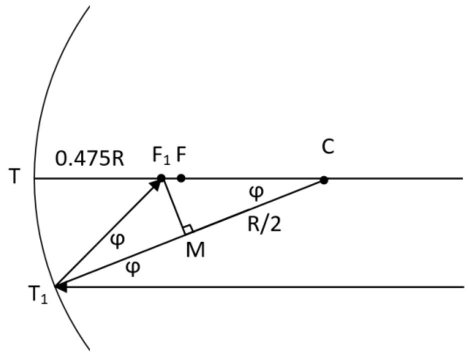
Zamenom brojnih vrednosti u prethodni izraz,

$$q_1' = 66{,}2 \cdot \pi \cdot 0{,}02\,(696 - 400) + 66{,}2 \cdot 2 \cdot 0{,}02\,(1000 - 400)\,, \qquad (58.16)$$

i izračunavanjem se dobija njena vrednost

$$q_1' = (1231 + 1589) = 2820\,\frac{W}{m}\,. \qquad (58.17)$$

3. задатак



Из једнакокраког троугла T_1F_1C се закључује да је за било који угао $F_1C \geq R/2$. Како за сваки рефлектовани зрак важи релација $F_1C \geq MC = R/2$, следи да зраци рефлектовани од огледала не могу да секу оптичку осу на делу између жиже (F) и центра кружнице (C) којој припада огледало. Због тога се посматрају само зраци који секу оптичку осу на растојању од 0.95R/2 до R/2 (тј. жиже, тачка F) у односу на теме огледала T.

Што је упадни паралелни зрак ближи оптичкој оси, угао φ се смањује и рефлектовани зрак сече оптичку осу све даље од темена огледала T ($\cos(\varphi) = (R/2)/F_1C$).

Следи да се угао који обухвата све зраке који након рефлексије секу осу у траженом опсегу може одредити за тачку 0.95 R/2 од темена огледала T. На основу геометрије из троугла CF_1M или F_1T_1M следи

$$\varphi = \cos^{-1}\frac{R/2}{1.05\cdot R/2} = \cos^{-1}\frac{1}{1.05} = 17.75°$$

Снага зрачења које се рефлектује од делова калоте огледала који припадају опсегу углова [0°, 17.75°] износи:

$$Q = \int p_s \, dS_n$$

Како упадно зрачење p_s на површ калоте пада под углом φ у односу на нормалу (полупречник), из геометрије следи:

$$dS_n = \cos\varphi \, dS$$

Елементарна површ dS је једнака производу обима круга полупречника $R\, sin\varphi$, и ширине $R\, d\varphi$:

$$dS = 2\pi R \sin\varphi \, R d\varphi$$

Коначно се може написати израз за снагу зрачења које након рефлектовања сече оптичку осу у траженом опсегу:

$$Q = \int_0^{17.75°} p_s \cos\varphi \, 2\pi R \sin\varphi \, R d\varphi$$

$$Q = p_s \pi R^2 \int_0^{17.75°} 2\cos\varphi \sin\varphi \, d\varphi = p_s \pi R^2 \int_0^{17.75°} \sin 2\varphi \, d\varphi = p_s \pi R^2 \frac{1}{2}(1 - \cos(2\cdot 17.75°))$$

$$Q = \frac{p_s \pi R^2}{2}(1 - \cos(35.5°))$$

$$Q = \frac{1000\,\pi\, 1^2}{2}(1 - \cos(35.5°)) \approx 292\, W$$

Укупна упадна снага сунчевог зрачења се може одредити као снага која падне на круг који представља основу калоте (огледала). Како је угаони отвор калоте 30°, полуполупречник траженог круга је *R sin30°*, односно *R/2.*

Следи израз за укупну упадну снагу на површ огледала

$$Q_{tot} = \frac{p_s \pi R^2}{4}$$

$$Q_{tot} = \frac{1000\pi 1^2}{4} = 785.4\, W$$

Тражени однос снага је

$$\frac{Q}{Q_{tot}} = \frac{\frac{p_s \pi R^2}{2}(1-\cos(35.5°))}{p_s \pi (R\sin 30°)^2} = 0.3718$$

4. задатак

$\theta(t) = \theta_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ Промена температуре воде у прелазном режиму загревања

$\theta_\infty = P_z \cdot R^T$ Температура у стационарном стању

$P_z = p_s \cdot \frac{\pi D L}{2}$ Половина омотача цилиндра није изложена сунцу (налази се у сенци)

$R^T = \frac{1}{\alpha \pi D L}$ Топлотни отпор струјању на омотачу бојлера

$$\theta_\infty = p_s \cdot \frac{\pi D L}{2} \cdot \frac{1}{\alpha \pi D L} = \frac{p_s}{2\alpha}$$

$\tau = R^T \cdot C^T$ Временска константа загревања бојлера са водом

$C^T = \rho c_p \frac{\pi D^2}{4} L$ Топлотни капацитет воде у бојлеру

$$\tau = \frac{1}{\alpha \pi D L} \cdot \rho c_p \frac{\pi D^2}{4} L$$

$$\tau = \frac{\rho c_p}{4\alpha} \cdot D$$

$$\theta(t) = \frac{p_s}{2\alpha} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\frac{\rho c_p}{4\alpha} \cdot D}}\right)$$

Количина загрејане воде расте пропорционално квадрату пречника бојлера.

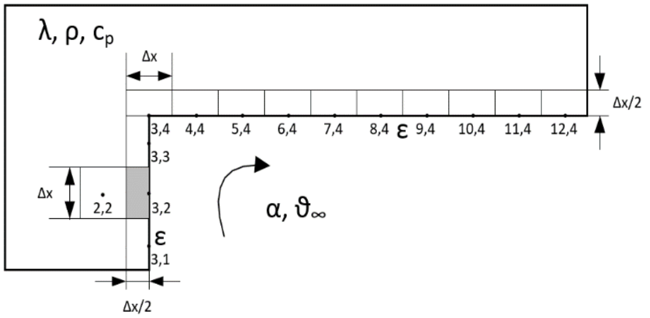
Топлотна временска константа расте линеарно са повећањем пречника бојлера.

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

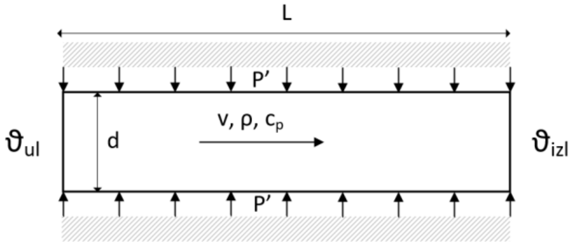
Катедра за енергетске претвараче и погоне

Први колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 150 минута
Укупан број поена износи 11 17. 12. 2017.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић



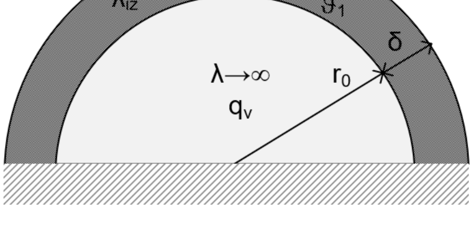
1. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (3,2). При постављању израза који обухвата и временску промењљивост температуре, користити експлицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Димензије и положај елемента су приказани на слици. Топлотна проводност материјала је λ, специфични топлотни капацитет је c_p, густина ρ и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α. Коефицијент сивоће површи износи ε=1. Уважити размену топлоте зрачењем са сваким елементом, при чему се код одређивања размене топлоте између два елемента може сматрати да су они елементарни, занемарљиво малих димензија (димензија по дубини је мала). (3 поена)



2. Израчунати вредност температуре уља на излазу из цеви дужине L=2m и унутрашњег пречника d=1cm, која се загрева подужном снагом P'=1000W/m. Цев је идеално топлотно изолована од околине. Температура уља на улазу у цев је ϑ_{ul}=20° C, а његова брзина струјања на уласку у цев v=25cm/s. Густина уља при 20°C износи ρ=980kg/m^3, а температурна зависност специфичног топлотног капацитета гласи

c_p(J/kgK)=2200+3.6ϑ, где је ϑ температура у °C. При решавању задатка сматрати да је вредност c_p константна, одређена према средњој температури уља на уласку и изласку из цеви. (2.5 поена)

3. По запремини полуцилиндричног тела од материјала бесконачне топлотне проводности се генерише топлота запреминском густином снаге q_v=100W/dm^3. Око полукружне површи грејног тела полупречника r_0=10cm, налази се слој изолације дебљине δ=20mm, топлотне проводности λ_{iz}=2W/(mK) и коефицијента сивоће ε=0.8. Друга, равна површ грејног тела је идеално топлотно изолована, као на слици. Одредити стационарну температуру слоја изолације који је у додиру са грејачем (ϑ_1), као и стационарну температуру слоја изолације који је у додиру са ваздухом температуре ϑ_a=20°C (ϑ_2). Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи изолационог слоја на ваздух је α=6W/(m^{2}K). (3 поена)



4. Посматрајмо цилиндрични бојлер спољашњих димензија: пречника D и дужине L. Снага грејача бојлера је P_g. Може се сматрати да је топлотни отпор преласку топлоте струјањем са грејача на воду, као и са бојлера на воду занемарљив. Топлотни капацитет бојлера у односу на топлотни капацитет воде у бојлеру је занемарљив (познате су вредности густине ρ и специфичног масеног топлотног капацитета c_p воде). Топлотна проводност изолације бојлера је λ_{iz}, а њена дебљина δ_{iz}. Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи бојлера зависи од разлике температуре спољашње површи бојлера и температуре амбијента: $\theta_s = \vartheta_s - \vartheta_a$: $\alpha = C\theta_s^{0.25}$. Написати систем две једначине (једну диференцијалну и једну алгебарску) на основу којих се може одредити температура воде у бојлеру θ_v. (2.5 поена)

Решења задатака:

1. задатак

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa}$$

где су

P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,

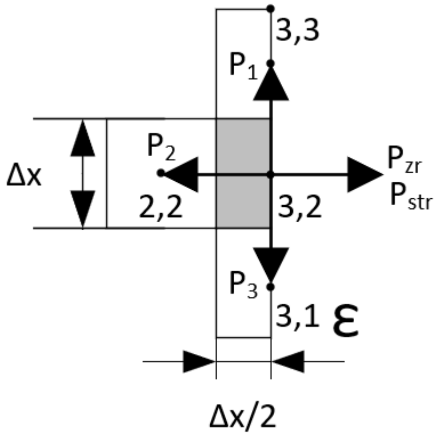
P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и

$P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По екплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном (p+1) тренутку у односу на текући тренутак p:

$$P_{akum} = \rho\, c_p \Delta x \frac{\Delta x}{2} L \frac{d\vartheta_{3,2}}{dt} = \rho\, c_p \frac{(\Delta x)^2}{2} L \frac{\vartheta_{3,2}^{p+1} - \vartheta_{3,2}^{p}}{\Delta t}$$



Слика 1.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr}$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (3,3), (2,2) и (3,1).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^{3} P_k$$

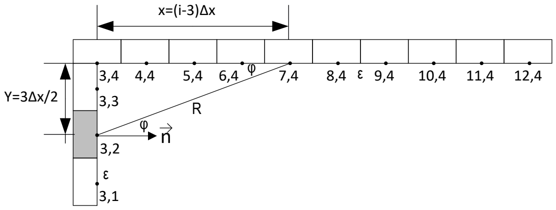
$$P_1 = \frac{\vartheta_{3,2}^{p} - \vartheta_{3,3}^{p}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta x}{L\,{}^{\Delta x}/_{2}}} = \frac{\vartheta_{3,2}^{p} - \vartheta_{3,3}^{p}}{\frac{2}{\lambda L}}$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{3,2}^{p} - \vartheta_{2,2}^{p}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta x}{L\Delta x}} = \frac{\vartheta_{3,2}^{p} - \vartheta_{2,2}^{p}}{\frac{1}{\lambda L}}$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{3,2}^{p} - \vartheta_{3,1}^{p}}{\frac{1}{\lambda}\frac{\Delta x}{L\,{}^{\Delta x}/_{2}}} = \frac{\vartheta_{3,2}^{p} - \vartheta_{3,1}^{p}}{\frac{2}{\lambda L}}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{3,2}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}}{\frac{1}{\alpha}\frac{1}{L\Delta x}} = \alpha L \Delta x \left(\vartheta_{3,2}^{p} - \vartheta_{\infty}^{p}\right)$$



Слика 1.2

Топлота се са посматраног елемента може пренети зрачењем на хоризонталне елементе са координатама од (3,4) до (12,4), при чему се за сваки од два посматрана елемента мора одредити фактор виђења. Према тексту задатка површи су елементарне. Основна формула за фактор виђења за случај елементарних површи, примењена на случај фактора виђења између површи (3,2) и површи (i,4), i=3,4, … 12, износи

$$F_i = \frac{1}{S_{3,2}} \int_{S_{3,2}} \int_{S_{i,4}} \frac{\cos\varphi \sin\varphi}{\pi R^2} dS_{3,2}\, dS_{i,4} = \frac{1}{S_{3,2}} \int_{S_{3,2}} dS_{3,2} \int_{S_{i,4}} dS_{i,4}\, \frac{\cos\varphi \sin\varphi}{\pi R^2} = \frac{S_{3,2} S_{i,4}}{S_{3,2}} \frac{\cos\varphi \sin\varphi}{\pi R^2} = \frac{\cos\varphi \sin\varphi}{\pi R^2} S_{i,4},$$

где је угао φ угао између потега од посматране до једне од хоризонталних елементарних површи (R) и нормале на посматрану елементарну површ са координатама (3,2), као на слици 1.2. Тригонометријске функције посматраних углова φ могу се изразити на следећи начин:

$$\sin\varphi = \frac{y}{R} \qquad\qquad \cos\varphi = \frac{x}{R}$$

Како се за све посматране случајеве растојање елементарних површи по y координати не мења и износи $y = \frac{3\Delta x}{2}$, потег R се на основу ознака на слици 1.2 може изразити као

$$R^2 = \left((i-3)\Delta x\right)^2 + y^2 = (i-3)^2 \Delta x^2 + \left(\frac{3}{2}\Delta x\right)^2 = \left(\frac{9}{4} + (i-3)^2\right)\Delta x^2$$

Даље су тригонометријске функције:

$$\sin\varphi = \frac{\frac{3}{2}\Delta x}{\sqrt{\left(\frac{9}{4}+(i-3)^2\right)\Delta x^2}} = \frac{3}{2\sqrt{\frac{9}{4}+(i-3)^2}} \qquad\qquad \cos\varphi = \frac{(i-3)\Delta x}{\sqrt{\left(\frac{9}{4}+(i-3)^2\right)\Delta x^2}} = \frac{(i-3)}{\sqrt{\frac{9}{4}+(i-3)^2}}$$

Израз за елементарне површи је

$$S_{i,4} = L\Delta x$$

Коначан израз за фактор виђења је

$$F_i = \frac{\frac{3}{2}(i-3)}{\pi\left(\frac{9}{4} + (i-3)^2\right)^2 \Delta x} L$$

Снага преноса топлоте зрачењем се, за случај црног тела, одређује помоћу наредне једноставне формуле:

$$P_{zr} = \sum_{i=3}^{12} F_i\, L\, \Delta x\, \varepsilon\, \sigma_c\left((\vartheta_{3,2}^p + 273{,}15)^4 - (\vartheta_{i,4}^p + 273{,}15)^4\right)$$

$$P_{zr} = \sum_{i=3}^{12} \frac{3(i-3)}{2\pi\left(\frac{9}{4} + (i-3)^2\right)^2 \Delta x} L\, L\, \Delta x\, \varepsilon\, \sigma_c\left((\vartheta_{3,2}^p + 273{,}15)^4 - (\vartheta_{i,4}^p + 273{,}15)^4\right)$$

$$P_{zr} = \sum_{i=3}^{12} \frac{3(i-3)}{2\pi\left(\frac{9}{4} + (i-3)^2\right)^2} L^2\ \varepsilon\, \sigma_c\left((\vartheta_{3,2}^p + 273{,}15)^4 - (\vartheta_{i,4}^p + 273{,}15)^4\right)$$

У случају сивог тела (ε<1) проблем постаје много комплекснији и мора се поставити комплетна радијациона шема, односно решити систем једначина који одговара радијационој шеми.

2. задатак

Сва топлотна енергија се са цеви преноси ка уљу и изазива пораст његове температуре дуж правца струјања:

$$P'L = \rho c_p Q(\vartheta_{izl} - \vartheta_{ul})$$

$$Q = vS = v\pi\frac{d^2}{4} = 0.25\cdot\pi\cdot\frac{0.01^2}{4} = 0.00001963\,{}^{m^3}\!/_{s}$$

$$\frac{P'L}{\rho Q} = (2200 + 3.6\frac{\vartheta_{izl}+\vartheta_{ul}}{2})(\vartheta_{izl} - \vartheta_{ul})$$

$$\frac{P'L}{\rho Q} = 2200(\vartheta_{izl} - \vartheta_{ul}) + 1.8\left({\vartheta_{izl}}^2 - {\vartheta_{ul}}^2\right)$$

$${\vartheta_{izl}}^2 + \frac{2200}{1.8}\vartheta_{izl} - {\vartheta_{ul}}^2 - \frac{2200}{1.8}\vartheta_{ul} - \frac{P'L}{1.8\rho Q} = 0$$

$${\vartheta_{izl}}^2 + 1222.22\vartheta_{izl} - 82587.73 = 0$$

$$\vartheta_{izl} = 64.2℃$$

3. задатак

$$P'_{gen} = q_v\frac{1}{2}r_0^2\pi = 100000\cdot 0.5\cdot 0.1^2\pi = 1570.8\,{}^{W}\!/_{m}$$

$$R'_{iz} = 2\frac{1}{2\pi\lambda_{iz}}\ln\frac{r_0+\delta}{r_0} = 0.029\,{}^{mK}\!/_{W}$$

$$P'_{gen} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{R'_{iz}}$$

$$P'_{gen} = \alpha(r_0+\delta)\pi(\vartheta_2 - \vartheta_a) + \varepsilon\sigma_c(r_0+\delta)\pi((\vartheta_2 + 273.15)^4 - (\vartheta_a + 273.15)^4)$$

$$P'_{gen} = (r_0+\delta)\pi[\alpha(T_2 - T_a) + \varepsilon\sigma_c\left({T_2}^4 - {T_a}^4\right)$$

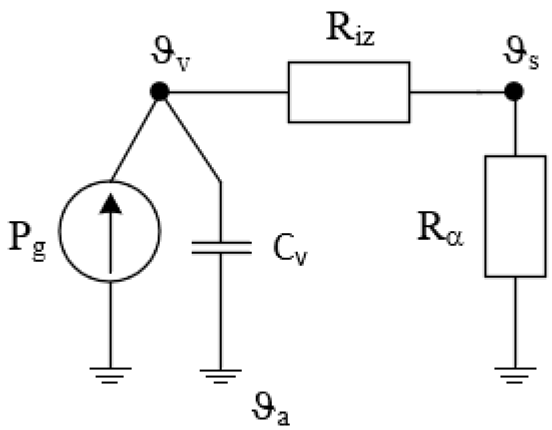
$$4.536\cdot 10^{-8}{T_2}^4 + 6T_2 - 6260.57 = 0$$

$$T_2 = 514.34\,K$$

$$\vartheta_2 = 241.19℃$$

$$\vartheta_1 = 286.74℃$$

4. задатак



Слика 4.1 – Топлотна шема

$C_V = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\pi(D-2\delta_{iz})^2}{4} L$ Топлотни капацитет воде у бојлеру

$R_{iz} = \frac{1}{2\pi\lambda_{iz}} \ln \frac{D}{D-2\delta_{iz}}$ Топлотни отпор провођењу кроз слој изолације

$R_\alpha = \frac{1}{C\theta_S^{0.25} D\pi L}$ Топлотни отпор струјању на спољашњој површи бојлера

Диференцијална једначина биланса снаге:

$$P_g = C\frac{d\theta_V}{dt} + \frac{\theta_V}{R_{iz} + R_\alpha}$$

Алгебарска једначина зависности топлотног отпора струјању од температуре воде:
$\theta_S = \frac{\theta_V}{R_{iz}+R_\alpha} R_\alpha$ Температура спољашње површи бојлера

$$R_\alpha = \frac{1}{C\left(\frac{\theta_V}{R_{iz} + R_\alpha} R_\alpha\right)^{0.25} D\pi L}$$

$$C^4\,(D\pi L)^4\,{R_\alpha}^4 = \frac{1}{\left(\frac{\theta_V}{R_{iz} + R_\alpha} R_\alpha\right)}$$

$$C^4\,(D\pi L)^4\,{R_\alpha}^5 = \frac{R_{iz} + R_\alpha}{\theta_V}$$

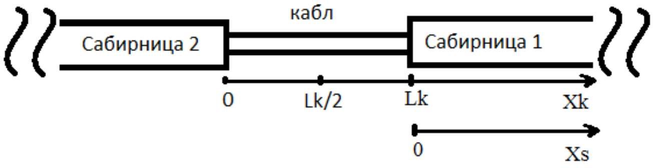
$$C^4\,\theta_V\,(D\pi L)^4\,{R_\alpha}^5 - R_\alpha - R_{iz} = 0$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Други колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Колоквијум траје максимално 150 минута 29. 12. 2017.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић



1. Одредити проценат могућег смањења пресека кабла којим се повезују две сабирнице (као на слици) ако се примењује прецизнији дво-димензиони стационарни термички модел у односу на вредност одређену применом поступка димензионисања кабла као да је бесконачно дугачак. Задата је једносмерна струја која протиче кроз кабл и сабирнице I_{DC}. Познати су подаци: максимално дозвољена температура PVC изолације $\vartheta_{doz\,PVC}$, пресек бакарних сабирница S_s, дужина кабла L_k, дебљина изолације кабла δ_{iz}, топлотна проводност PVC-а λ_{iz}, температура ваздуха ϑ_a, коефицијент преласка топлоте струјањем са спољашње површи кабла и са спољашње површи сабирнице α, специфична електрична отпорност бакра се може сматрати константном (ρ_{cu_el}), као и њена топлотна проводност (λ_{cu}). Формирати скупове једначине чијим се решавањем може доћи до траженог одговора. (3п)

2. Током зиме, блок трансформатор на хидро електрани је искључен са мреже, и поново укључен после дужег времена ван погона. У тренутку укључења, температура воде на уласку у хладњак је била ϑ_{vul}=1°C, а температура масе уља у суду (температура уља које улази у хладњак) ϑ_{uul} =-6°C. То је довело до смрзавања воде у хладњаку (температура ϑ_{vizl}=-1.558°C), пуцања цеви хладњака, продора воде у уље и на крају до хаварије разматраног трансформатора снаге 100MVA. Одредити **на којој дужини од уласка у хладњак** температура воде опада на вредност 0°C. Може се сматрати да су протоци уља и воде приближни номиналним и да је коефицијент преласка топлоте једнак вредности у номиналном режиму. Параметри воде и уља: ρ_v=1001 kg/m^3, c_{pv}=4209 J/(kg K), ρ_u =895kg/m^3, c_{pu}=2198 J/(kg K).
Вода улази у хладњак у N_c=109 цеви, тече кроз њих у једном смеру, а затим струји кроз других 109 цеви у супротном смеру и из њих излази из хладњака; дужна сваке од цеви износи L_c=1.993m; преко снопа цеви струји уље. Номинални подаци хладњака: проток воде Q_{vode}=4.167x10^{-3}m^3/s, проток уља Q_{ulja}=22.2x10^{-3}m^3/s, температура топлог и хладног уља: ϑ_{tu}=72°C и ϑ_{hu}=64°C, температуре топле и хладне воде: ϑ_{tv}=42°C и ϑ_{hv}=25°C, расхладна снага хладњака P_h=298 kW. Вредност фактора хладњака F је блиска јединици, због чега се хладњак може посматрати као елементарни облик хладњака кога сачињавају две цилиндричне коаксијалне цеви дужине 2L_c кроз које уље и вода протичу у супротним смеровима. Пречник отвора унутрашње цеви, кроз коју протиче вода, износи d_{ucv}=13 mm, дебљина цеви δ_{cv}=1 mm. Цев кроз коју протиче уље је идеално топлотно изолована од околине. Проток воде и уља кроз еквиваленти елементарни хладњак (две концентричне цеви) је N_c пута мањи од протока кроз стварни хладњак, а коефицијент проласка топлоте исти. (3 п)

3. Полазећи од познатог дијаграма расподеле температуре уља и намотаја по висини трансформатора са ODAF хлађењем при номиналној брзини пумпе и номиналном протоку, нацртати дијаграм расподеле температура када се смањи брзина пумпе тако да проток буде једнак 80% номиналног. Усвојити следеће апроксимације и претпоставке: а) губици у трансформатору су исти, б) средња температура уља у хладњаку је иста, в) коефицијент проласка топлоте кроз хладњак је исти, г) количник (разлика средње температуре намотаја и средње температуре уља у намотају) / (снага губитака у намотају) је једнак збиру константног отпора преласку топлоте провођењем и топлотног отпора преласку топлоте струјањем, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем сразмеран брзини струјања уља на степен 0.7, д) фактор најтоплије тачке намотаја је константан, ђ) физичке карактеристике уља се не мењају. Неопходно је навести вредност сваке компоненте (разлике температура) на дијаграму, при чему их треба исказати преко познатих вредности разлика температура за случај номиналног протока. (3 п)

4. На основу података о транзијентним топлотним отпорима из каталога опреме, написати израз по коме се може одредити температура на месту генерисања топлоте у pn споју полупроводника, после времена t* од тренутка укључења у хладном стању. Транзистор ради у претварачу у радном режиму у коме губици износе P_g, при чему је температура ваздуха којом се хлади хладњак транзистора ϑ_∞. (2 п)

Решења задатака:

1. задатак

Ulazni podaci:

$s\ -\ \text{sabirnica}\qquad k\ -\ \text{kabl}$

$$dk(Sk) := \sqrt{4\cdot\frac{Sk}{\pi}}$$

$Lk := 0.2\ \text{m}$

$\delta\_iz := 0.0015\ \text{m}$

$\lambda\_iz := 0.2\ \frac{W}{mK}$

$$Ok(Sk) := (dk(Sk) + 2\cdot\delta\_iz)\pi$$

$Sok(Sk) := (dk(Sk) + 2\cdot\delta\_iz)\pi\cdot Lk$

$a := 0.005\ \text{m}$

$b := 0.02\ \text{m}$

$Ss := a\cdot b = 1\times10^{-4}\ \text{m}^2$

$Os := 2\cdot(a + b) = 0.05\ \text{m}$

$\alpha := 5\ \frac{W}{m^2K}$

$Idc := 200\ \text{A}$

$\rho\_cu\_el := 0.0000000168\ \Omega\text{m}$

$\lambda\_cu := 401\ \frac{W}{mK}$

$\upsilon a := 20\ {}^\circ\text{C}$

$\upsilon doz := 70\ {}^\circ\text{C}$

Poduzne snage generisanja toplote u sabirnici i kablu

$$P\gamma s\_pod := \frac{\rho\_cu\_el\cdot Idc^2}{Ss} = 6.72\ \frac{W}{m}$$

$$P\gamma k\_pod(Sk) := \frac{\rho\_cu\_el\cdot Idc^2}{Sk}\ \frac{W}{m}$$

Poduzni otpori prenosu toplote provodjenjem i strujanjem

$$R\_iz\_pod(Sk) := \frac{1}{2\lambda\_iz\cdot\pi}\cdot\ln\left(\frac{dk(Sk) + 2\cdot\delta\_iz}{dk(Sk)}\right)$$

$$R\_str\_k\_pod(Sk) := \frac{1}{\alpha\cdot Ok(Sk)}$$

$$Rk(Sk) := R\_iz\_pod(Sk) + R\_str\_k\_pod(Sk)$$

$$R\_str\_s\_pod := \frac{1}{\alpha\cdot Os} = 4\ \frac{Km}{W}$$

Konstantni koeficijenti iz nehomogenih linearnih diferencijalnih jednacina drugog reda (temperaturnih jednacina za kabl i sabirnicu)

$$qk(Sk) := \frac{1}{Rk(Sk)\cdot\lambda\_cu\cdot Sk}$$

$$pk(Sk) := \frac{P\gamma k\_pod(Sk)}{\lambda\_cu\cdot Sk} + \frac{\upsilon a}{Rk(Sk)\cdot\lambda\_cu\cdot Sk}$$

$$qs := \frac{1}{R\_str\_s\_pod\cdot\lambda\_cu\cdot Ss} = 6.234$$

$$p\_sab := \frac{P\gamma s\_pod}{\lambda\_cu\cdot Ss} + \frac{\upsilon a}{R\_str\_s\_pod\cdot\lambda\_cu\cdot Ss} = 292.269$$

$C3 := 0$

Dobijeno iz granicnog uslova da prenos toplote provodjenjem tezi nuli kada x koordinata tezi beskonacnosti.
Moze se odrediti kao lim υ sprim(x,C4)=0, x koje tezi ∞.

Izrazi za temperature i njihove prve izvode kao funkcije od koordinate x, dobijeni iz diferencijalnih temperaturnih jednacina za kabl i sabirnicu

$$\upsilon k(x, C1, C2, Sk) := C1 \cdot e^{\sqrt{qk(Sk)}\cdot x} + C2 \cdot e^{-\sqrt{qk(Sk)}\, x} + \frac{pk(Sk)}{qk(Sk)}$$

$$\upsilon kprim(x, C1, C2, Sk) := C1 \cdot \sqrt{qk(Sk)} \cdot e^{\sqrt{qk(Sk)}\cdot x} - C2 \cdot \sqrt{qk(Sk)} \cdot e^{-\sqrt{qk(Sk)}\cdot x}$$

$$\upsilon s(x, C4) := C3 \cdot e^{\sqrt{qs}\cdot x} + C4 \cdot e^{-\sqrt{qs}\cdot x} + \frac{p\_sab}{qs}$$

$$\upsilon sprim(x, C4) := C3 \cdot \sqrt{qs} \cdot e^{\sqrt{qs}\cdot x} - C4 \cdot \sqrt{qs} \cdot e^{-\sqrt{qs}\cdot x}$$

Sistem od dve sabirnice i kabla

Pretpostavljene vrednosti $C1 := -12$ $C2 := 5$ $C4 := 10$ $Sk := 50 \cdot 10^{-6}\ m^2$

Resavanje sistema jednacina od cetiri granicna uslova sa cetiri nepoznate velicine

Given

$$-(\lambda\_cu \cdot Ss) \cdot (\upsilon sprim(0, C4)) = -(\lambda\_cu \cdot Sk) \cdot (\upsilon kprim(Lk, C1, C2, Sk))$$

$$-\left[(\lambda\_cu) \cdot \left(\upsilon kprim\left(\frac{Lk}{2}, C1, C2, Sk\right)\right)\right] = 0$$

$$\upsilon s(0, C4) = \upsilon k(Lk, C1, C2, Sk)$$

$$70 = \upsilon k\left(\frac{Lk}{2}, C1, C2, Sk\right)$$

$$pom := Find(C1, C2, C3, C4, Sk)$$

$$pom = \begin{pmatrix} -41.488 \\ -82.023 \\ 0 \\ 16.279 \\ 2.942 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$C1 := pom_0$ $C2 := pom_1$ $C3 := pom_2$ $C4 := pom_3$ $Sk1 := pom_4$

Temperatura na sredini kabla

$$\upsilon k\left(\frac{Lk}{2}, C1, C2, Sk1\right) = 70$$

Temperatura na spoju kabla i sabirnice

$$\upsilon k(0, C1, C2, Sk1) = 63.159$$

$$\upsilon k(Lk, C1, C2, Sk1) = 63.159$$

Kabl u slobodnom prostoru

$C11 := 1$

$C12 := 1$

$Sk := 50\cdot 10^{-6}$

m^2

Given

$$P\gamma k\_pod\ (Sk) = \frac{\upsilon doz - \upsilon a}{Rk(Sk)}$$

$$prom := Find(Sk)$$

$$prom = 7.125\times 10^{-5}$$

$Sk2 := prom = 7.125\times 10^{-5}$

$$\frac{Sk2}{Sk1} = 2.421$$

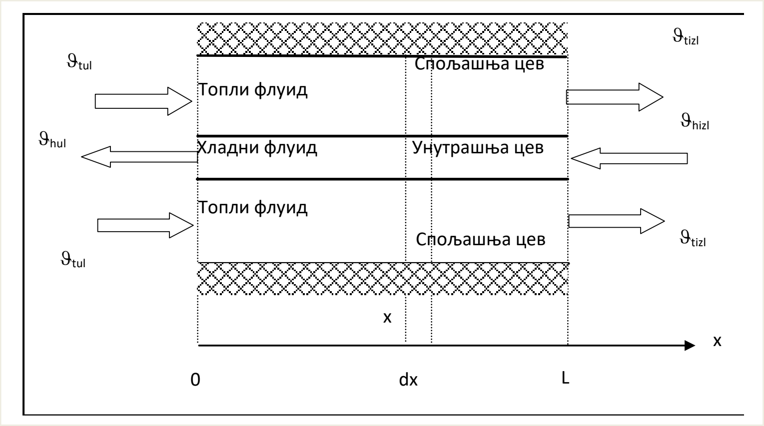
$$\frac{Sk1}{Sk2} = 0.413$$

$$Sk2 - Sk1 = 4.182\times 10^{-5}$$

$$100\cdot\frac{Sk2 - Sk1}{Sk2} = 58.702$$

$$100\cdot\frac{Sk2 - Sk1}{Sk1} = 142.144$$

2. задатак



$$\mathbf{dq} = \frac{\vartheta_{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) - \vartheta_{\mathbf{h}}(\mathbf{x})}{\mathbf{dR}^{\mathbf{T}}},$$

$\vartheta_t\,(x)$ - temperatura toplog fluida na koordinati x,

$\vartheta_h\,(x)$ - temperatura hladnog fluida na koordinati x

$$\mathbf{dR}^{\mathbf{T}} = \frac{1}{\pi\,\mathbf{d}\,\alpha_{\mathbf{s}}\,\mathbf{dx}} + \frac{1}{\lambda}\frac{\delta}{\pi\,\mathbf{d}\,\mathbf{dx}} + \frac{1}{\pi\,\mathbf{d}\,\alpha_{\mathbf{u}}\,\mathbf{dx}},$$

d - prečnik cevi,

δ - debljina cevi,

α_s – koeficijent prelaska toplote strujanjem sa toplog fluida na spoljašnju površ unutrašnje cevi

λ – specifična toplotna provodnost materijala unutrašnje cevi,

α_u – koeficijent prelaska toplote strujanjem sa unutrašnje površi unutrašnje cevi na hladni fluid

$$dq = \pi\, d\, dx \left(\frac{1}{\alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)^{-1} (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)),$$

$$K_p = \left(\frac{1}{\alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)^{-1}$$

$$dq = \pi\, d\, K_P (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)) dx, \qquad (1)$$

$$\mathbf{dq = -m_t c_{pt}\, d\vartheta_t(x)} \qquad (2)$$

(znak minus potiče od toga što je dq snaga koja se oduzima toplom fluidu)

$$\mathbf{dq = -m_h c_{ph}\, d\vartheta_h(x)} \qquad (3)$$

(dq snaga koja se predaje hladnom fluidu; znak minus potiče od strujanja fluida u suprotnom smeru x ose)

Značenje oznaka u prethodna dva izraza je:

m_t – maseni protok toplog fluida,

m_h – maseni protok hladnog fluida,

c_{pt} – specifični maseni toplotni kapacitet toplog fluida, i

c_{ph} – specifični maseni toplotni kapacitet hladnog fluida.

Iz jednačine (1) sledi

$$\vartheta_h(x) = \vartheta_t(x) - \frac{dq}{\pi\, d\, K_p\, dx}$$

Uvrštavanjem u jednačinu (3) se dobija

$$dq = -\, m_h\ c_{ph}\, (d\vartheta_t(x) - \frac{d^2 q}{\pi\, d\, K_p\, dx})$$

Zamenom dq iz jednačine (2)

$$-\, m_t\ c_{pt}\, d\vartheta_t(x) = -\, m_h\ c_{ph} \left(d\vartheta_t(x) + \frac{m_t\ c_{pt}\, d^2\vartheta_t(x)}{\pi\, d\, K_p\, dx} \right)$$

Množenjem dobijene jednakosti sa $\frac{\pi\, d\, K_p}{m_t\ c_{pt}\ m_h\ c_{ph}\, dx}$ sledi diferencijalna jednačina za temperaturu toplog fluida u zavisnosti od koordinate x:

$$\frac{d^2\vartheta_t}{dx^2} + \left(C_h - C_t \right) \frac{d\vartheta_t}{dx} = 0$$

Opšte rešenje diferencijalne jednačine glasi

$$\vartheta_t\left(x\right) = C_1 + C_2\, e^{\left(C_t - C_h\right)x}$$

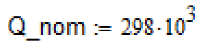
Vrednost integracionih konstanti se može odrediti iz uslova

$$\vartheta_t\left(x = 0\right) = \vartheta_{vul}$$

$$\vartheta_t\left(x = 2Lc\right) = \vartheta_{viz}$$

```
tu_ul_nom := 72          tv_ul_nom := 25

tu_iz_nom := 64          tv_iz_nom := 42
```



```
Q_nom := 298·10^3
```

$dt\_ul := tu\_ul\_nom - tv\_iz\_nom$

$dt\_izl := tu\_iz\_nom - tv\_ul\_nom$

Unutrašnji prečnik cevi: d_{ucv}=13mm

Spoljašnji prečnik cevi: $d_{scv}= d_{ucv} + 2\delta_{cv}$=15mm

Srednji prečnik cevi: $d_{cvsr}=(d_{ucv}+d_{scv})/2$

$$S\_hladnjaka := Nc \cdot \pi \cdot dcvsr \cdot 2 \cdot Lc$$

$$kp := \frac{\left(Q\_nom \cdot \ln\left(\frac{dt\_izl}{dt\_ul}\right)\right)}{S\_hladnjaka \cdot (dt\_izl - dt\_ul)} = 454.608$$

$$ch := \frac{-\pi \cdot dcvsr \cdot kp}{rho\_u \cdot Qu \cdot cp\_u} = -0.05 \qquad ct := \frac{-\pi \cdot dcvsr \cdot kp}{rho\_v \cdot Qv \cdot cp\_v} = -0.124$$

$C1v := 1 \qquad C2v := 5$

Given

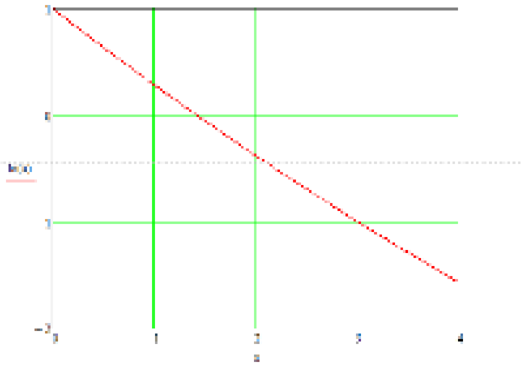
$$C1v + C2v = tv\_ul$$

$$C1v + C2v \cdot e^{-(ch-ct) \cdot 2 \cdot Lc} = tv\_izl$$

$$Solution := Find(C1v, C2v) = \begin{pmatrix} -8.759 \\ 9.759 \end{pmatrix}$$

$$C1Voda := Solution_0 \qquad C2Voda := Solution_1 \qquad Solution = \begin{pmatrix} -8.986 \\ 9.986 \end{pmatrix}$$

$$tv(x) := C1Voda + C2Voda \cdot e^{-(ch-ct) \cdot x}$$



Vrednost temperature vode opada na 0°C na rastojanju 1.41m od ulaska u cev (negde na oko 3/4 dužine cevi).

3.Задатак

Порасти

$P_{gn} = \rho\ Q_n\ c_p\ \Delta\theta_{un}$

$P_g\ = P_{gn} =\rho\ Q\ c_p\ \Delta\theta_u =\rho\ 0.8Q_n\ c_p\ \Delta\theta_u$

$\Delta\theta_u = (1\ /\ 0.8)\ \Delta\theta_{un} = 1.25\Delta\theta_{un} = 1.25(\theta_{gun} - \theta_{dun})$

$\theta_{gu} = \theta_{su} + \Delta\theta_u\ /\ 2= \theta_{sun} + 1.25\Delta\theta_{un}\ /\ 2=\theta_{gun}+ 0.125\Delta\theta_{un}$

$\theta_{du} = \theta_{su} - \Delta\theta_u\ /\ 2=\theta_{sun} – 1.25\Delta\theta_{un}\ /\ 2=\theta_{dun}- 0.125\Delta\theta_{un}$

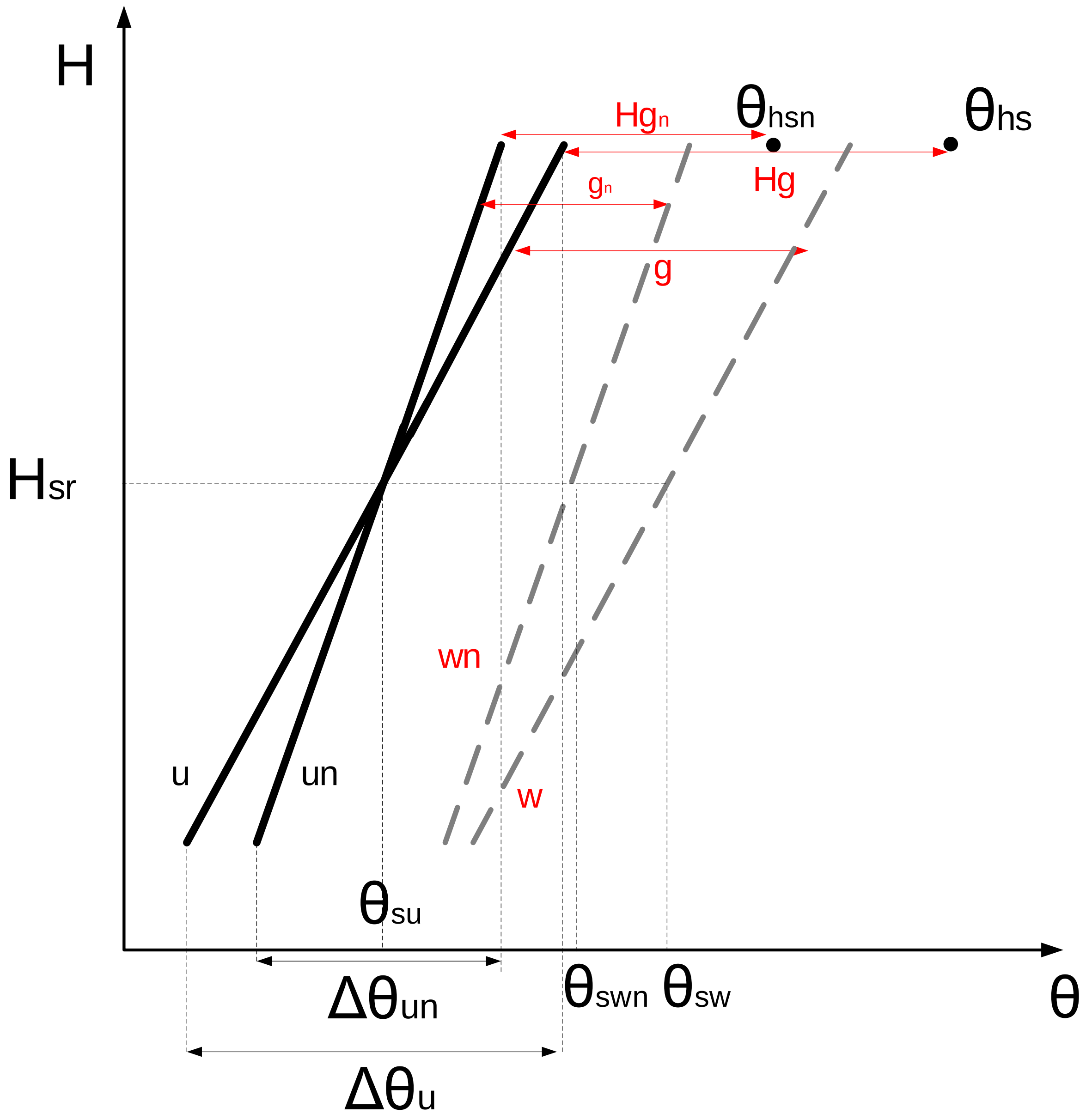
$g/P_g=R_{pr}+R_{str}$

$R_{str}\ /R_{strn}=1/(0.8)$^$0.7=1.169$

$g=\theta_{sw}\ -\theta_{su} = P_{gn}(R_{prn}+1.169R_{strn})= g_n+ 0.169R_{strn}\ P_{gn}$

$\theta_{sw}=\theta_{sun}+ g_n+ 0.169R_{strn}\ P_{gn}=\theta_{swn}+ 0.169R_{strn}\ P_{gn}$

$\theta_{hs}=\theta_{gu}+ H\ g=\theta_{gun}+ 0.125\Delta\theta_{un}+ H\ (g_n+ 0.169R_{strn}\ P_{gn})= \theta_{hsn}+ 0.125\Delta\theta_{un}+ 0.169\ H\ R_{strn}\ P_{gn}$



4. задатак

Видети текст предавања *Casovi_16_do_18*

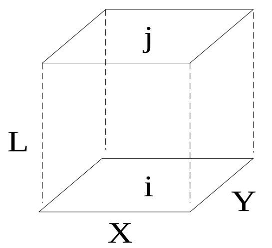
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 16. 1. 2018.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Написати израз у форми четвороструког интеграла из кога се може одредити фактор виђења између правоугаоних површи коначних димензија приказаних на слици. Израз под интегралом треба да садржи само промењљиве по којима се врши интеграција (2п)



Слика 1

2. Температура основе хладњака ширине 101cm и висине 8cm износи ϑ_h=120°C. Хладњак је сачињен од правоугаоних ребара дужине L=20cm, висине h=8cm и дебљине d=1cm и материјала термичке проводности λ=237W/mK. Температура околног ваздуха износи ϑ_a=20°C. Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи ребара на ваздух је константан и једнак α=5W/m^{2}K, коефицијент сивоће ε=0.8. Одредити расхладне снаге хладњака у случају да су суседна ребра на растојању: а) 4cm, б) 9cm. Фактор виђења између два правоугаоника i и j, димензија X и Y, на растојању L (видети слику уз задатак 1.) се може одредити помоћу израза:

$$F_{ij} = \frac{2}{\pi\bar{X}\bar{Y}}\left\{\ln\left[\frac{(1+\bar{X}^2)(1+\bar{Y}^2)}{1+\bar{X}^2+\bar{Y}^2}\right]^{1/2} + \bar{X}(1+\bar{Y}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{X}}{(1+\bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}\,(1+\bar{X}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{Y}}{(1+\bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X}\tan^{-1}\bar{X} - \bar{Y}\tan^{-1}\bar{Y}\right\}$$

где је $\bar{X} = \mathrm{X/L}$ и $\bar{Y} = \mathrm{Y/L}$. Занемарити утицај преноса топлоте струјањем и зрачењем на деловима основе хладњака између ребара, као и са крајњих ребара ка амбијенту. Претпоставити да је температура ваздуха између ребара константна и једнака амбијенталној. (2.5 п)

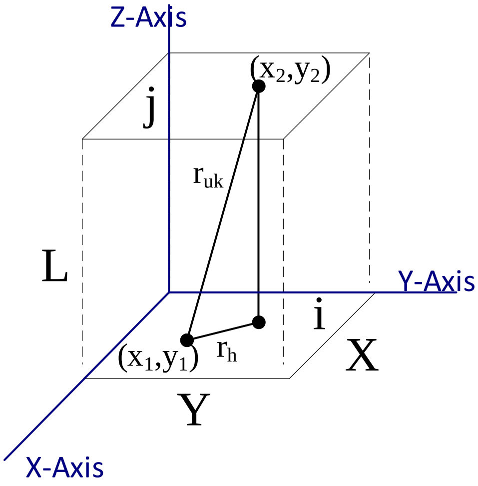
3. Номинални подаци хладњака дужине L_c=1.993m: проток воде Q_{vn}=4.167·10^{-3}m^3/s, проток уља Q_{un}=22.2·10^{-3}m^3/s, температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun}=72°C и ϑ_{hun}=64°C, температуре хладне и топле воде: ϑ_{hvn}=25°C и ϑ_{tvn}=42°C, расхладна снага хладњака P_{hn}=298 kW. Хладњак се може посматрати као елементарни облик хладњака дужине 2L_c, пречника отвора унутрашње цеви, кроз коју протиче вода, d_{ucv}=13mm и дебљине цеви δ_{cv}=1mm, при чему су протоци воде и уља кроз сваку од N_c=109 цеви једнаки укупним протоцима воде и уља, подељеним са N_c, респективно. Смерови струјања уља и воде су супротни. Параметри воде и уља: ρ_v=1001 kg/m^3, c_{pv}=4209 J/(kg K), ρ_u =895kg/m^3, c_{pu}=2198J/(kg K).
Израчунати расхладну снагу и температуру уља на изласку из хладњака при протоку воде Q_v=3.959·10^{-3}m^3/s, протоку уља Q_u=24.42·10^{-3}m^3/s, температури воде на уласку у хладњак ϑ_{hv}=20°C и номиналној температури уља на уласку у хладњак. Може се сматрати да је коефицијент преласка топлоте једнак вредности у номиналном режиму. (2.5 п)

4. Једножилни кабл пресека бакра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu}$ =56·10^6 S/m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Cu20} =4.29·10^{-3}°C^{-1}) S_{Cu} = 95 mm^2, са PVC изолацијом дебљине изолације d$_{iz}$ = 1 mm (топлотна специфична проводност λ$_{PVC}$ = 0.16 W/(m K)) положен је у тло специфичне топлотне проводности која се због исушивања тла мења са растојањем 1/ρ$_z$=0.4 R W/(m K), при чему је R растојање од центра кабла у m. Максимална дозвољена температура PVC изолације износи ϑ_{doz}=70°C, а температура земље удаљене од кабла износи ϑ_z=20°C. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл за два случаја: а) да је кабл положен директно у тло, б) да је постављен у кошуљицу сачињену од материјала специфичне топлотне отпорности ρ$_{zk}$=1 W/(m K), при чему је спољашња површ кошуљице цилиндар ваљка пречника D_k=200 mm. При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака ϑ_z=20°C, може узети цилиндар ваљка пречника D_{ref}=1000 mm. Израз за градијент температуре у цилиндричном координатном систему гласи $grad\,\vartheta = \frac{\partial\vartheta}{\partial r}\vec{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varphi}\vec{i}_\varphi + \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\,\vec{i}_z$. (2п)

5. У огледу загревања трофазног трансформатора у кратком споју се користи метода за праћење промене средње температуре намотаја током загревања. За мерење напона се користи филтер (C_F = 6.4 μF, R_F = 0.55 MΩ). Унутрашњи отпор волтметра износи R_V = 10 MΩ. Написати израз фреквентне зависности напона који се мери волтметром у односу на напон на кратко спојеним намотајима. После ког времена од скоковите промене једносмерног напона на кратко спојеним намотајима (ΔU_{AB}) ће напон на волтметру (ΔU_V) достићи 90% од вредности промене напона у стациоанрном стању која одговара промени (ΔU_{AB})? (2 п)

Решења задатака:

<u>1. задатак</u>



$$rh \ = \ \sqrt{(x_2 - \ x_1)^2 + \ (y_2 - \ y_1)^2}$$
$$ruk \ = \ \sqrt{(x_2 - \ x_1)^2 + \ (y_2 - \ y_1)^2 + L^2}$$

$$cos\,\gamma \ = \ \frac{L}{ruk} = \frac{L}{\sqrt{(x_2 - \ x_1)^2 + \ (y_2 - \ y_1)^2 + L^2}}$$

$$F_{ij} \ = \ \frac{1}{S_1}\int_{S_1}\int_{S_2}\frac{\cos\gamma_1\cos\gamma_2}{ruk^2\,\pi} = \frac{1}{0.2\ 0.1}\int_{S_1}\int_{S_2}\frac{\cos^2\gamma}{ruk^2\,\pi} = \frac{1}{0.02}\int_{S_1}\int_{S_2}\frac{\left(\frac{L}{ruk}\right)^2}{ruk^2\,\pi} = \frac{1}{0.02}\int_{S_1}\int_{S_2}\frac{L^2}{ruk^4\,\pi}$$

$$F_{ij} \ = \ \frac{1}{0.02}\int_{x1=0}^{x1=X}\int_{y1=0}^{y1=Y}\int_{x2=0,5}^{x2=X}\int_{y2=0,4}^{y2=Y}\frac{L^2}{((x_2 - \ x_1)^2 + \ (y_2 - \ y_1)^2 + L^2)^2\,\pi}$$

<u>2. задатак</u>

L=20cm, h=8cm, d=1cm

S=(2 h L + 2 d L + h d)= 0.037 m^2

q_{zr1}=(1- F_{ij}) ε σ 2 h L (T_h^4-T_a^4)+ ε σ 2 d L (T_h^4-T_a^4))+ ε σ h d (T_h^4-T_a^4) Зрачење ка ваздуху на оба краја хладњака од једне стране ребра

$q_{str\ ekv}$=α_{ekv} S (ϑ_h- ϑ_a)

$q_{str\ ekv}$= q_{zr1}

$$\alpha_{ekv} = \frac{q_{str\ ekv}}{S\ (\vartheta_h - \ \vartheta_a)} = \frac{q_{zr1}}{S\ (\vartheta_h - \ \vartheta_a)}$$

$$\alpha_{uk} = \ \alpha + \ \alpha_{ekv}$$

Једначина енергетског биланса за ребро

$$\lambda S_1\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \alpha_{uk}O(\vartheta - \vartheta_a)$$
$$S_1 = h\ \delta$$

$$O = 2(h + \delta)$$

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a$$

$$m^2 = \frac{\alpha_{uk} 2(h + \delta)}{\lambda h \, \delta}$$

Гранични услови:

$$\vartheta(x = 0) = \vartheta_h$$

$$-\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=X} = \alpha(\vartheta(x = X) - \vartheta_a)$$

Расхладна снага

$$P = -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0}$$

а) L=4cm, 20 ребара

F_{ij}=0.53

q_{zr1a}=14.854 W

$\alpha_{ekv} = 4.04$W/m^{2}K

$\alpha_{uk} = 9.04$W/m^{2}K

m=2.93

$C_1 = 24.55$

$C_2 = 75.45$

P=36.22 kW

P_{uk}=20 P = 724.4 kW

б) L=9cm, 10 ребара

F_{ij}=0.27

q_{zr1a}=21.083 W

$\alpha_{ekv} = 5.73$ W/m^{2}K

$\alpha_{uk} = 10.73$ W/m^{2}K

m=3.192

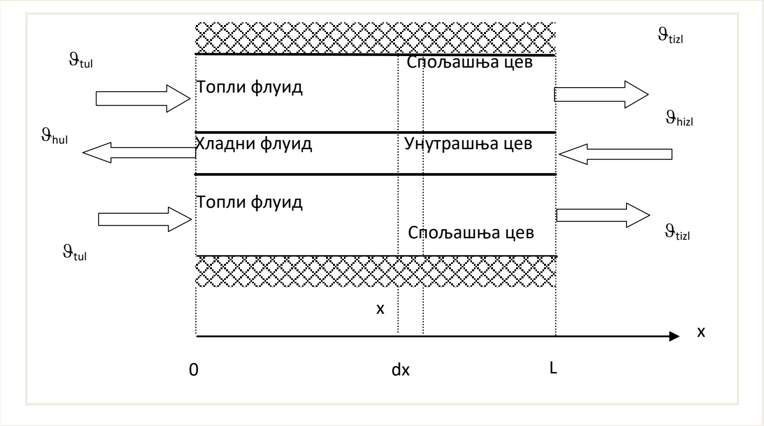
$C_1 = 22.038$

$C_2 = 77.962$

P=42.3 kW

P_{uk}=10 P = 423 kW

3. задатак



$$\mathbf{dq} = \frac{\vartheta_{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) - \vartheta_{\mathbf{h}}(\mathbf{x})}{\mathbf{dR}^{\mathbf{T}}},$$

ϑ_t (x) - temperatura toplog fluida na koordinati x,

ϑ_h (x) - temperatura hladnog fluida na koordinati x

$$\mathbf{dR}^{\mathbf{T}} = \frac{1}{\pi\,\mathbf{d}\,\alpha_{\mathbf{s}}\,\mathbf{dx}} + \frac{1}{\lambda}\frac{\delta}{\pi\,\mathbf{d}\,\mathbf{dx}} + \frac{1}{\pi\,\mathbf{d}\,\alpha_{\mathbf{u}}\,\mathbf{dx}},$$

d - prečnik cevi,

δ - debljina cevi,

α_s – koeficijent prelaska toplote strujanjem sa toplog fluida na spoljašnju površ unutrašnje cevi

λ – specifična toplotna provodnost materijala unutrašnje cevi,

α_u – koeficijent prelaska toplote strujanjem sa unutrašnje površi unutrašnje cevi na hladni fluid

$$dq = \pi\, d\, dx \left(\frac{1}{\alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)^{-1} (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)),$$

$$K_p = \left(\frac{1}{\alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)^{-1}$$

$$dq = \pi\, d\, K_P(\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x))dx, \qquad (1)$$

$$\mathbf{dq} = -\mathbf{m_t}\mathbf{c_{pt}}\,\mathbf{d}\,\vartheta_{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) \qquad (2)$$

(znak minus potiče od toga što je dq snaga koja se oduzima toplom fluidu)

$$\mathbf{dq} = -\mathbf{m_h}\mathbf{c_{ph}}\,\mathbf{d}\,\vartheta_{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) \qquad (3)$$

(dq snaga koja se predaje hladnom fluidu; znak minus potiče od strujanja fluida u suprotnom smeru x ose)

Značenje oznaka u prethodna dva izraza je:

m_t – maseni protok toplog fluida,

m_h – maseni protok hladnog fluida,

c_{pt} – specifični maseni toplotni kapacitet toplog fluida, i

c_{ph} – specifični maseni toplotni kapacitet hladnog fluida.

Odredjivanje koeficijenta prelaska toplote iz nominalnih uslova.

$$tu\_ul\_nom := 72 \qquad tv\_ul\_nom := 25$$

$$tu\_iz\_nom := 64 \qquad tv\_iz\_nom := 42$$

$$Q\_nom := 298 \cdot 10^3$$

$$dt\_ul := tu\_ul\_nom - tv\_iz\_nom$$

$$dt\_izl := tu\_iz\_nom - tv\_ul\_nom$$

Unutrašnji prečnik cevi: d_{ucv}=13mm

Spoljašnji prečnik cevi: $d_{scv}= d_{ucv} +2\delta_{cv}$=15mm

Srednji prečnik cevi: $d_{cvsr}=(d_{ucv}+d_{scv})/2$

$$S\_hladnjaka := Nc \cdot \pi \cdot dcvsr \cdot 2 \cdot Lc$$

$$kp := \frac{\left(Q\_nom \cdot \ln\left(\frac{dt\_izl}{dt\_ul}\right)\right)}{S\_hladnjaka \cdot (dt\_izl - dt\_ul)} = 454.608$$

Tri nepoznate veličine se mogu odrediti iz sistema 3 jednačine koje važe za celokupni hladnjak

$$q = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu})$$

$$q = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv})$$

$$q = \frac{k_p s_{hladnjaka}(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}}$$

$$q = \frac{k_p s_{hladnjaka}((\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}) - (\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}))}{\ln\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}}$$

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{q}{m_t\, c_{pt}}$$

$$\vartheta_{tv} = \vartheta_{hv} + \frac{q}{m_h\, c_{ph}}$$

$$\vartheta_{tu} = \vartheta_{tun}$$

q=331kW

ϑ_{hu}=64.819°C

ϑ_{tv}=39.851°C

4.Задатак

$D_{cu} \approx 11mm$

$D_{PVC}=11+2=13mm$

$D_k=200mm$

$D_{ref}=1000mm$

Извођење формуле за топлотни отпор

$$\overrightarrow{q_s} = -\lambda\, grad\vartheta = -\lambda\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\overrightarrow{\iota_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varphi}\overrightarrow{\iota_\varphi} + \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\overrightarrow{\iota_z}\right)$$

$$\vartheta = \vartheta(r) = const(\varphi, z)$$

$$\overrightarrow{q_s} = -\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\overrightarrow{\iota_r}$$

$$q = \iint_S \overrightarrow{q_s}\,\overrightarrow{dS}$$

$$q = \iint_S q_s\overrightarrow{\iota_r}\,\overrightarrow{\iota_r}\,dS$$

$$q = q_s(r)\iint_S dS = q_s(r)\,2\pi rL$$

У случају константе топлотне проводности

$$q = -\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial x}2\pi rL$$

$$d\vartheta = -\frac{q}{2\pi\lambda L}dr$$

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = -\frac{q}{2\pi\lambda L}ln(\frac{R_2}{R_1})$$

$$R^T = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{q_L} = \frac{1}{2\pi\lambda}ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{1}{2\pi\lambda}ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) = \frac{\rho}{2\pi}ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{\rho}{2\pi}ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$$

У случају да је топлотна проводност линеарна функција растојања од кабла $\lambda(r) = \frac{1}{\rho(r)} = C\,r$

$$q = -\lambda(r)\frac{\partial\vartheta}{\partial x}2\pi rL$$

$$d\vartheta = -\frac{q}{2\pi\lambda(r)rL}dr = -\frac{q}{2\pi Cr^2L}dr$$

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = -\frac{q}{2\pi CL}(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1})$$

$$R_z^T = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{q_L} = \frac{1}{2\pi C}(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

Одређивање максимално дозвољене струје према условима из задатка

$$R_{Cu} = \frac{1}{\sigma\cdot S}\left(1+\alpha\left(70-20\right)\right) = \frac{1}{56\cdot 95}\left(1+4.29\cdot 10^{-3}\,50\right) = 2.28\cdot\ \Omega/\mathrm{m}\quad \eta$$

$$R_{Cu}\,I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_l^T}$$

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_{Cu}\,R_l^T}}$$

Без кошуљице

$$R_l^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} ln\left(\frac{D_{PVC}}{D_{cu}}\right) + \frac{1}{2\pi\ 0.4}(\frac{2}{D_{PVC}} - \frac{2}{D_{ref}}) = 60.584 mK/W$$

$$I = \sqrt{\frac{70-20}{2.28\ 10^{-4}\ 60.584}} = 60.16A$$

Са кошуљицом

$$R_k^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} ln\left(\frac{D_{PVC}}{D_{cu}}\right) + \frac{\rho_{zk}}{2\pi} ln\left(\frac{D_{\text{к}}}{D_{PVC}}\right) + \frac{2.5}{2\pi}\left(\frac{2}{D_k} - \frac{2}{D_{ref}}\right) = 0.16612 + 0.435 + 3.183 = 3.784 mK/W$$

$$I = \sqrt{\frac{70-20}{2.28\ 10^{-4}\ 3.784}} = 240.74A$$

5. задатак

$$U_V = \frac{R_V\ \frac{1}{j\ \omega\ C_F}}{R_V + \frac{1}{j\ \omega\ C_F}} \frac{U_{AB}}{R_F + \frac{R_V\ \frac{1}{j\ \omega\ C_F}}{R_V + \frac{1}{j\ \omega\ C_F}}}$$

$$U_V = \frac{U_{AB}}{1 + R_F\ \frac{R_V + \frac{1}{j\ \omega\ C_F}}{R_V\ \frac{1}{j\ \omega\ C_F}}}$$

$$\frac{U_V}{U_{AB}} = \frac{1}{1 + \frac{R_F}{R_V}\ (1 + j\ \omega\ C_F\ R_V)}$$

$$\frac{U_V}{U_{AB}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_F}{R_V}\right) + j\ \omega\ C_F\ R_F}$$

$$\left|\frac{U_V}{U_{AB}}\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_F}{R_V}\right)^2 + (\omega\ C_F R_F)^2}}$$

За $R_V \to \infty$,

$$\left|\frac{U_V}{U_{AB}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\ C_F\ R_F)^2}}$$

Други део задатка:

$$u_{AB} = R_F\ i + u_V$$

$$u_{AB} = R_F\ C_F\ \frac{du_V}{dt} i + u_V$$

$$u_{V\ s} = u_{AB}$$

$$u_V = u_{V\,s}\left(1 - e^{-\frac{t}{R_F\;C_F}}\right)$$

$$\frac{u_V}{u_{V\,s}} = 0.9$$

$$1 - e^{-\frac{t}{R_F\;C_F}} = 0.9$$

$$t^* = -\;R_F\;\;C_F\;ln(1 - 0.9)$$

$$t^* = -550 \cdot 10^3\;6.4 \cdot 10^{-6}\;ln(0.1)$$

$$t^* = 8\,.1\;s$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит / Колоквијум траје максимално 180 / 150 минута 6. 2. 2018.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Површ бесконачно дугачког цилиндра спољашњег пречника D_u = 5 cm, емисивности ε_u = 0.8, потребно је загревањем унутар цилиндра одржавати на температури ϑ_u = 800 ^{0}C. За колико процената се смањује потребна снага загревања ако се око њега стави екран, у односу на ситуацију да се цилиндар налази у слободном простору (температура амбијента износи 20 ^{0}C). Као екран се користи цев чији је пречник унутрашње површи D_{su} = 7 cm, њена емисивност ε_{su} = 0.2, пречник спољашње површи D_{ss} = 8 cm и њена емисивност ε_{ss} = 0.8? Специфична топлотна проводност материјала екрана износи λ=100W/(m K)). Занемарити пренос топлоте струјањем. (2п/0п)

2. Температура основе хладњака ширине 101cm и висине 8cm износи ϑ_h=120°C. Хладњак је сачињен од правоугаоних ребара дужине L=20cm, висине h=8cm и дебљине d=1cm и материјала термичке проводности λ=237W/mK. Температура околног ваздуха износи ϑ_a=20°C. Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи ребара на ваздух је константан и једнак α=5W/m^{2}K, коефицијент сивоће ε=0.8. Одредити расхладне снаге хладњака у случају да су суседна ребра на растојању: а) 4cm, б) 9cm. Фактор виђења између два правоугаоника i и j, димензија X и Y, на растојању L (видети слику уз задатак 1.) се може одредити помоћу израза:

$$F_{ij}=\frac{2}{\pi\bar{X}\bar{Y}}\left\{\ln\left[\frac{(1+\bar{X}^2)(1+\bar{Y}^2)}{1+\bar{X}^2+\bar{Y}^2}\right]^{1/2}+\bar{X}(1+\bar{Y}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{X}}{(1+\bar{Y}^2)^{1/2}}+\bar{Y}\,(1+\bar{X}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{Y}}{(1+\bar{X}^2)^{1/2}}-\bar{X}\tan^{-1}\bar{X}-\bar{Y}\tan^{-1}\bar{Y}\right\}$$

где је $\bar{X}=\mathrm{X/L}$ и $\bar{Y}=\mathrm{Y/L}$. Занемарити утицај преноса топлоте струјањем и зрачењем на деловима основе хладњака између ребара, као и повећану вредност снаге зрачења са спољних површи крајњих ребара ка амбијенту. Претпоставити да је температура ваздуха између ребара константна и једнака амбијенталној. Колики је однос снага преноса топлоте зрачењем ка амбијенту са површи између ребара и са спољне површи крајњих ребара. (2.5п/3п)

3. Номинални подаци хладњака дужине L_c=3.986m: проток воде Q_{vn}=4.167·10^{-3}m^3/s, проток уља Q_{un}=22.2·10^{-3}m^3/s, температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun}=72°C и ϑ_{hun}=64°C, температуре хладне и топле воде: ϑ_{hvn}=25°C и ϑ_{tvn}=42°C, расхладна снага хладњака P_{hn}=298 kW. Хладњак се може посматрати као елементарни облик хладњака дужине 2L_c, пречника отвора унутрашње цеви, кроз коју протиче вода, d_{ucv}=13mm и дебљине цеви δ_{cv}=1mm, при чему су протоци воде и уља кроз сваку од N_c=109 цеви једнаки укупним протоцима воде и уља, подељеним са N_c, респективно. Смерови струјања уља и воде су супротни. Параметри воде и уља: ρ_v=1001 kg/m^3, c_{pv}=4209 J/(kg K), ρ_u =895kg/m^3, c_{pu}=2198J/(kg K).

Израчунати температуре уља на уласку и изласку, као и температуру воде на изласку из хладњака (ϑ_{hv}=25°C), у случају да су губици који се у околину преносе преко хладњака P_{hn}=250 kW. Може се сматрати да су протоци једнаки номиналним и да је коефицијент преласка топлоте једнак вредности у номиналном режиму. (2п/2.5п)

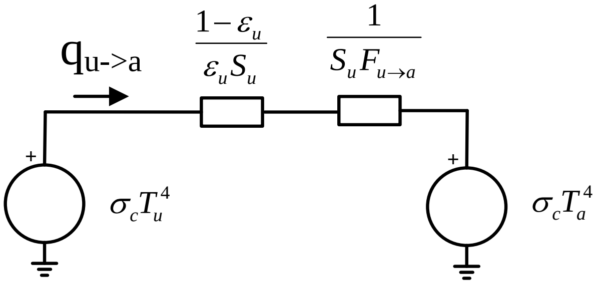
4. Једножилни кабл пресека бакра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu}$ =56·10^6 S/m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Cu20} =4.29·10^{-3}°C^{-1}) S_{Cu} = 95 mm^2, са PVC изолацијом дебљине изолације d$_{iz}$ = 1 mm (топлотна специфична проводност λ_{PVC} = 0.16 W/(m K)) положен је у тло специфичне топлотне отпорности ρ_z која због исушивања тла опада са растојањем. Максимална дозвољена температура PVC изолације износи ϑ_{doz}=70°C, а температура земље удаљене од кабла износи ϑ_z=20°C. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл за два случаја: а) да је кабл положен директно у тло, б) да је постављен у кошуљицу сачињену од материјала специфичне топлотне отпорности ρ_k=1 W/(m K), при чему је спољашња површ кошуљице цилиндар ваљка пречника D_k=200 mm. 1/ρ_z=0.4 (R+D_{om}/2) W/(m K), при чему је R радијално растојање од омотача кабла (m), а D_{om} пречник цилиндричног омотача кабла (m). При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака ϑ_z=20°C, може узети цилиндар ваљка пречника D_{ref}=1000 mm. Израз за градијент температуре у цилиндричном координатном систему гласи $grad\,\vartheta=\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\vec{i}_r+\frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varphi}\vec{i}_\varphi+\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\,\vec{i}_z$. (2п/2.5п)

5. За један енергетски уљни трансформатор је изведен оглед загревања константном снагом (сматрати да су познате снаге инјектирања у оба чвора топлотне шеме). Како се могу одредити парамети топлотне шеме (топлотних провдности $\Lambda_1=K_1\left(\theta_{Cu}-\theta_u\right)^{n_1}$ и $\Lambda_2=K_2\,\theta_u^{\,n_2}$ и топлотних капацитета, ако су у еквидистантним тренуцима измерени порасти карактеристичних температура у чворовима 1 и 2 топлотне шеме у односу на амбијент познате темпереатуре. (2.5 п/3п)

Решења задатака:

1. задатак

У случају да екран није постављен, спољашња површ цеви и амбијент образују затворен простор. Размена енергије зрачењем између површи које образују затворен простор може се анализирати на основу следеће радијационе шеме (слика).



За практичну употребу радијационих шема потребно је познавати факторе виђења између одговарајућих површи. У овом случају није потребно решавати површинске интеграле да би се одредили фактори виђења.

Пошто сва енергија емитована са површи цеви доспева у амбијент, на основу дефиниције фактора виђења се закључује следеће:

$$F_{u\to a} = \frac{Q_{u\to a}}{Q_{uk}} = 1 \tag{1.1}$$

где је $Q_{u\to a}$ енергија која, емитована са површи цеви, стиже у амбијент, а Q_{uuk} је укупна енергија емитована са површи цеви. Израз (2.1) би важио и када би се енергије замениле одговарајућим снагама.

$$F_{u\to u} + F_{u\to a} = 1 \Rightarrow F_{u\to u} = 1 - F_{u\to a} = 0 \tag{1.2}$$

Енергија емитована у амбијенту само делом стиже на површ цеви, док остатак енергије завршава у амбијенту. Због тога је фактор виђења $F_{a\to u} < 1$.

$$F_{a\to u} \cdot S_a = F_{u\to a} \cdot S_u \Rightarrow F_{a\to u} = F_{u\to a} \cdot \frac{S_u}{S_a} = \frac{S_u}{S_a} \to 0 \tag{1.3}$$

јер $S_a \to \infty$.

Укупна енергија која се размењује између спољашње површи цеви и амбијента износи:

$$q_{u\to a} = \frac{\sigma_c\,(T_u^4 - T_a^4)}{\frac{1-\varepsilon_u}{S_u\,\varepsilon_u} + \frac{1}{S_u F_{u\to a}}} = \varepsilon_u S_u\,\sigma_c\,(T_u^4 - T_a^4) \tag{1.4}$$

$$q_{u\to a} = 9397.44\ W/m$$

Након постављања екрана, енергија се зрачењем преноси између спољашње површи цеви и унутрашње површи екрана и између спољашње површи екрана и амбијента. Снага која се размењује између спољашње површи цеви и унутрашње површи екрана по јединици дужине износи:

$$q_{u\to su} = \frac{\sigma_c(T_u^4 - T_{su}^4)}{\frac{1-\varepsilon_u}{S_u\varepsilon_u} + \frac{1}{S_u F_{u\to su}} + \frac{1-\varepsilon_{su}}{S_{su}\varepsilon_{su}}} \tag{1.5}$$

где је T_s температура екрана, а $F_{u\to su}$ фактор виђења између спољашње површи цеви и унутрашње површи екрана. Пошто сва енергија емитована са спољашње површи цеви доспева на унутрашњу површ екрана, закључује се да је $F_{u\to su} = 1$.

Екран је цилиндричан и отпор преносу топлоте између унутрашње и спољашње површи екрана се може израчунати као:

$$R_e = \frac{1}{2\pi\lambda} ln \frac{D_{ss}}{D_{su}} = 0.00021252\ mK/W \tag{1.6}$$

Температуре спољне и унутрашње површи нису једнаке и важи једначина:

$$T_{su} - T_{ss} = R_e q_e \tag{1.7}$$

Снага која се размењује између спољашње површи екрана и амбијента по јединици дужине износи:

$$q_{ss\to a} = \frac{\sigma_c(T_{ss}^4 - T_a^4)}{\frac{1-\varepsilon_{ss}}{S_{ss}\varepsilon_{ss}} + \frac{1}{S_{ss}F_{ss\to a}}} \tag{1.8}$$

$$T_{ss} = \sqrt[4]{\frac{q_{ss\to a}}{\sigma_c}\left(\frac{1-\varepsilon_{ss}}{S_{ss}\varepsilon_{ss}} + \frac{1}{S_{ss}F_{ss\to a}}\right) + T_a^4} \tag{1.9}$$

Пошто нема генерисања топлотне енергије у екрану, закључује се да је:

$$q_{u\to su} = q_e = q_{ss\to a} = q_{u\to a}{}' \tag{1.10}$$

Из (1.5) и (1.7) следи

$$q_{u\to a}{}' = \frac{\sigma_c\left(T_u^4 - (T_{ss} + R_e\, q_{u\to a}{}')^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_u}{S_u\varepsilon_u} + \frac{1}{S_uF_{u\to su}} + \frac{1-\varepsilon_{su}}{S_{su}\varepsilon_{su}}} = \frac{\sigma_c\left(T_u^4 - \left(\sqrt[4]{\frac{q_{u\to a}{}'}{\sigma_c}\left(\frac{1-\varepsilon_{ss}}{S_{ss}\varepsilon_{ss}} + \frac{1}{S_{ss}F_{ss\to a}}\right) + T_a^4} + R_e\, q_{u\to a}{}'\right)^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_u}{S_u\varepsilon_u} + \frac{1}{S_uF_{u\to su}} + \frac{1-\varepsilon_{su}}{S_{su}\varepsilon_{su}}} \tag{1.11}$$

$$q_{u\to a}{}' = \frac{5.67\cdot 10^{-8}\left(1073.15^4 - \left(\sqrt[4]{\frac{q_{u\to a}{}'}{5.67\cdot 10^{-8}}4.98 + 293.15^4} + 0.00021252\, q_{u\to a}{}'\right)^4\right)}{26.1469}$$

$$q_{u\to a}{}' = 2876.1\, W/m$$

Однос снаге преноса топлоте када не постоји екран и снаге након постављања екрана износи:

$$\frac{q_{u\to a}}{q_{u\to a}{}'} = 3.27$$

Потребна снага загревања се смањује за 69.4%.

$$F_{u\to su} = 1;$$
$$F_{ss\to a} = 1;$$
$$S_u = D_u\, \pi\, L;$$
$$S_{su} = D_{su}\, \pi\, L;$$
$$S_{ss} = D_{ss}\, \pi\, L;$$

<u>2. задатак</u>

L=20cm, h=8cm, d=1cm

$S=(2\,h\,L + 2\,d\,L + h\,d) = 0.037\ m^2$

Зрачење ка ваздуху (амбијенту) од једног ребра

$q_{zr1}=(1- F_{ij})\ \varepsilon\ \sigma\ 2\ h\ L\ (T_h^4-T_a^4)+ \varepsilon\ \sigma\ 2\ d\ L\ (T_h^4-T_a^4)\ )+ \varepsilon\ \sigma\ h\ d\ (T_h^4-T_a^4)$

$q_{str\ ekv}=\alpha_{ekv}\ S\ (\vartheta_h- \vartheta_a)$

$q_{str\ ekv}= q_{zr1}$

$$\alpha_{ekv} = \frac{q_{str\ ekv}}{S\ (\vartheta_h - \vartheta_a)} = \frac{q_{zr1}}{S\ (\vartheta_h - \vartheta_a)}$$

$$\alpha_{uk} = \alpha + \alpha_{ekv}$$

Једначина енергетског биланса за ребро

$$\lambda S_1 \frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \alpha_{uk} O(\vartheta - \vartheta_a)$$
$$S_1 = h\ \delta$$
$$O = 2(h + \delta)$$

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a$$

$$m^2 = \frac{\alpha_{uk} 2(h + \delta)}{\lambda h \, \delta}$$

Гранични услови:

$$\vartheta(x = 0) = \vartheta_h$$

$$-\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=X} = \alpha(\vartheta(x = X) - \vartheta_a)$$

Расхладна снага

$$P = -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0}$$

$q_{zr\_un}=(1- F_{ij})\ \varepsilon\ \sigma\ 2\ h\ L\ (T_h^4-T_a^4)$
$q_{zr\_sp}=\varepsilon\ \sigma\ 2\ h\ L\ (T_h^4-T_a^4)$
$q_{zr\_un} / q_{zr\_sp} = 1- F_{ij}$

а) L=4cm, 20 ребара
$F_{ij}=0.53$

$q_{zr1a}=14.854$ W
$\alpha_{ekv} = 4.04$W/m^{2}K

$\alpha_{uk} = 9.04$W/m^{2}K

m=2.93

$C_1 = 24.55$
$C_2 = 75.45$

P=36.22 kW
P_{uk}=20 P = 724.4 kW

$q_{zr\_un} / q_{zr\_sp} = 1- F_{ij} =0.47$

б) L=9cm, 10 ребара

$F_{ij}=0.27$

$q_{zr1a}=21.083$ W
$\alpha_{ekv} = 5.73$ W/m^{2}K

$\alpha_{uk} = 10.73$ W/m^{2}K

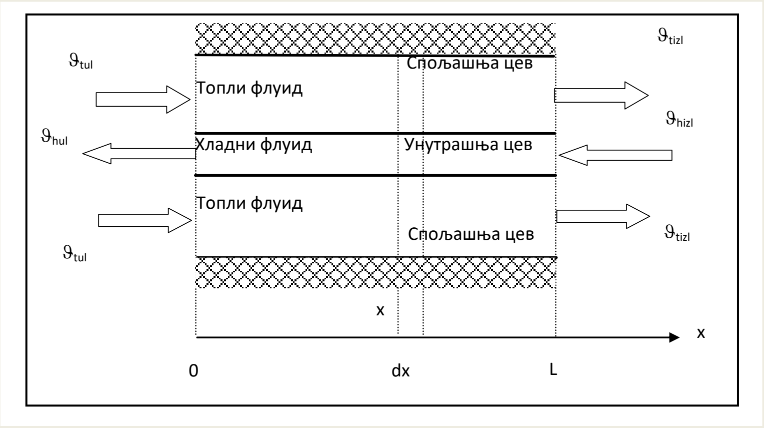
m=3.192

$C_1 = 22.038$
$C_2 = 77.962$

P=42.3 kW
P_{uk}=10 P = 423 kW

$q_{zr\_un} / q_{zr\_sp} = 1- F_{ij} =0.73$

3. задатак



$$\mathbf{dq}=\frac{\vartheta_{\mathbf{t}}(\mathbf{x})-\vartheta_{\mathbf{h}}(\mathbf{x})}{\mathbf{dR}^{\mathbf{T}}},$$

ϑ_t (x) - temperatura toplog fluida na koordinati x,

ϑ_h (x) - temperatura hladnog fluida na koordinati x

$$\mathbf{dR}^{\mathbf{T}}=\frac{1}{\pi\,\mathbf{d}\,\alpha_{\mathbf{s}}\,\mathbf{dx}}+\frac{1}{\lambda}\frac{\delta}{\pi\,\mathbf{d}\,\mathbf{dx}}+\frac{1}{\pi\,\mathbf{d}\,\alpha_{\mathbf{u}}\,\mathbf{dx}},$$

d - prečnik cevi,

δ - debljina cevi,

α_s – koeficijent prelaska toplote strujanjem sa toplog fluida na spoljašnju površ unutrašnje cevi

λ – specifična toplotna provodnost materijala unutrašnje cevi,

α_u – koeficijent prelaska toplote strujanjem sa unutrašnje površi unutrašnje cevi na hladni fluid

$$dq=\pi\, d\, dx\left(\frac{1}{\alpha_s}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_u}\right)^{-1}(\vartheta_t(x)-\vartheta_h(x)),$$

$$K_p=\left(\frac{1}{\alpha_s}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_u}\right)^{-1}$$

$$dq=\pi\, d\, K_P(\vartheta_t(x)-\vartheta_h(x))dx, \qquad (3.1)$$

$$\mathbf{dq}=-\mathbf{m_t}\,\mathbf{c_{pt}}\,\mathbf{d}\,\vartheta_{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) \qquad (3.2)$$

(znak minus potiče od toga što je dq snaga koja se oduzima toplom fluidu)

$$\mathbf{dq}=-\mathbf{m_h}\,\mathbf{c_{ph}}\,\mathbf{d}\,\vartheta_{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) \qquad (3.3)$$

(dq snaga koja se predaje hladnom fluidu; znak minus potiče od strujanja fluida u suprotnom smeru x ose)

Značenje oznaka u prethodna dva izraza je:

m_t – maseni protok toplog fluida,

m_h – maseni protok hladnog fluida,

c_{pt} – specifični maseni toplotni kapacitet toplog fluida, i

c_{ph} – specifični maseni toplotni kapacitet hladnog fluida.

Odredjivanje koeficijenta prelaska toplote iz nominalnih uslova.

tu_ul_nom := 72 tv_ul_nom := 25

tu_iz_nom := 64 tv_iz_nom := 42

$Q\_nom := 298 \cdot 10^3$

dt_ul := tu_ul_nom − tv_iz_nom

dt_izl := tu_iz_nom − tv_ul_nom

Unutrašnji prečnik cevi: d_{ucv}=13mm

Spoljašnji prečnik cevi: $d_{scv}= d_{ucv} +2\delta_{cv}$=15mm

Srednji prečnik cevi: $d_{cvsr}=(d_{ucv}+d_{scv})/2$

$S\_hladnjaka := Nc \cdot \pi \cdot dcvsr \cdot 2 \cdot Lc$

$$kp := \frac{\left(Q\_nom \cdot \ln\left(\frac{dt\_izl}{dt\_ul}\right)\right)}{S\_hladnjaka \cdot (dt\_izl - dt\_ul)}$$

Tri nepoznate veličine se mogu odrediti iz jednačina (3.4), (3.5) и (3.6):

$$q = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv})$$

$$\vartheta_{tv} = \vartheta_{hv} + \frac{q}{m_h\, c_{ph}} \qquad (3.4)$$

$$q = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu})$$

$$q = \frac{k_p s_{hladnjaka} (\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln \frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}}$$

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{q}{m_t\, c_{pt}} \qquad (3.5)$$

$$q = \frac{k_p s_{hladnjaka}((\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}) - (\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}))}{\ln \frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}} \qquad (3.6)$$

ϑ_{tv} iz (3.4) i ϑ_{hu} iz (3.5) se mogu uvrsiti u (3.6), a zatim iz tog izraza odrediti ϑ_{tu} (q je poznato).

ϑ_{tu}=64.093°C
ϑ_{hu}=58.128°C
ϑ_{tv}=39.24°C

4.Задатак

D_{cu}≈11mm D_{om}=11+2=13mm D_k=200mm D_{ref}=1000mm

Извођење формуле за топлотни отпор

$$\overrightarrow{q_s} = -\lambda\ grad\vartheta = -\lambda\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\overrightarrow{\iota_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varphi}\overrightarrow{\iota_\varphi} + \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\overrightarrow{\iota_z}\right)$$

$$\vartheta = \vartheta(r) = const(\varphi, z)$$

$$\overrightarrow{q_s} = -\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\overrightarrow{\iota_r}$$

$$q = \iint_S \overrightarrow{q_s}\,\overrightarrow{dS}$$

$$q = \iint_S q_s\overrightarrow{\iota_r}\,\overrightarrow{\iota_r}\,dS$$

$$q = q_s(r)\iint_S dS = q_s(r)\ 2\pi rL$$

У случају константе топлотне проводности

$$q = -\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial x}2\pi rL$$

$$d\vartheta = -\frac{q}{2\pi\lambda L}dr$$

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = -\frac{q}{2\pi\lambda L}ln(\frac{R_2}{R_1})$$

$$R^T = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{q_L} = \frac{1}{2\pi\lambda}ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{1}{2\pi\lambda}ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) = \frac{\rho}{2\pi}ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{\rho}{2\pi}ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$$

У случају да је топлотна проводност функција растојања од кабла

$\lambda(r) = \frac{1}{\rho(r)} = 0.4(r - R_{om} + R_{om}) = 0.4r = C\cdot r$, где је r растојање од центра кабла.

$$q = -\lambda(r)\frac{\partial\vartheta}{\partial x}2\pi rL$$

$$d\vartheta = -\frac{q}{2\pi\lambda(r)rL}dr = -\frac{q}{2\pi Cr^2L}dr$$

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = -\frac{q}{2\pi CL}(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1})$$

$$R_z^T = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{q_L} = \frac{1}{2\pi C}(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

Одређивање максимално дозвољене струје према условима из задатка

$$R_{Cu} = \frac{1}{\sigma\cdot S}\left(1+\alpha\left(70-20\right)\right) = \frac{1}{56\cdot 95}\left(1+4.29\cdot 10^{-3}\,50\right) = 2.28\cdot\quad \Omega/\mathrm{m} \quad \eta$$

$$R_{Cu}\,I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_l^T}$$

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_{Cu}\,R_l^T}}$$

Без кошуљице

$$R_l^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}}ln\left(\frac{D_{om}}{D_{cu}}\right) + \frac{1}{2\pi\ 0.4}(\frac{2}{D_{om}} - \frac{2}{D_{ref}}) = 60.584mK/W$$

$$I = \sqrt{\frac{70 - 20}{2.28\ 10^{-4}\ 60.584}} = 60.16A$$

Са кошуљицом

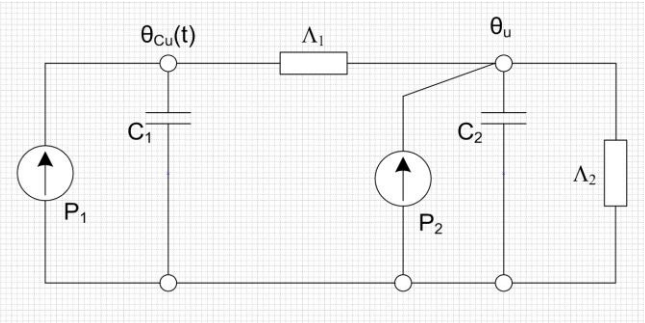
$$R_k^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} ln\left(\frac{D_{om}}{D_{cu}}\right) + \frac{\rho_k}{2\pi} ln\left(\frac{D_{к}}{D_{om}}\right) + \frac{1}{2\pi\ 0.4}\left(\frac{2}{D_k} - \frac{2}{D_{ref}}\right) = 0.16612 + 0.435 + 3.183 = 3.784mK/W$$

$$I = \sqrt{\frac{70 - 20}{2.28\ 10^{-4}\ 3.784}} = 240.74A$$

<u>5. задатак</u>

Видети часове предавања “Casovi_22_do_24”.

Топлотна шема и њени елементи



P_1 - снага губитака у намотајима

P_2 - снага губитака у језгру и у суду

$Λ_1$ - топлотна проводност преноса топлоте од намотаја ка суду

$Λ_2$ - топлотна проводност преноса топлоте од суда ка амбијенту

C_1 - топлотни капацитет намотаја

C_2 - топлотни капацитет уља, језгра и суде

θ_1 - пораст карактеристичне температуре намотаја

θ_2 - пораст карактеристичне температуре уља

Користећи принцип минимизације суме квадрата одступања, уз нешто обимније израчунавање (већи број израчунатих и измерених тачака), из измерених вредности температура током прелазних топлотних процеса могу се одредити вредности параметара *K* и *n* топлотних проводности Λ_1 и Λ_2 и топлотних капацитета C_1 и C_2. Из низа измерених пораста температура (примера ради, на сваких 15 секунди током огледа загревања од 12 сати) које одговарају чворовима *I* и *II* могу се теоретски одредити и вредности топлотних капацитета и вредности параметара функција топлотних проводности.

Пораст температуре који одговарају чворовима топлотне шеме 1 и 2 у сваком од дискретних тренутака $k\,\Delta t$; $k = 1, 2, \ldots$, израчунавају се према изразима

$$\theta_{Cu,k+1} = \theta_{Cu,k} + \frac{\Delta t}{C_1}\left(P_1 - \Lambda_{1,k}\left(\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}\right)\right) = \theta_{Cu,k} + \frac{\Delta t}{C_1}\left(P_1 - K_1\left(\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}\right)^{n_1+1}\right)$$

$$\theta_{u,k+1} = \theta_{u,k} + \frac{\Delta t}{C_2}\left(P_2 + \Lambda_{1,k}\left(\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}\right) - \Lambda_{2,k}\,\theta_{u,k}\right) = \theta_{u,k} + \frac{\Delta t}{C_2}\left(P_2 + K_1\left(\theta_{Cu,k} - \theta_{u,k}\right)^{n_1+1} - K_2\,\theta_{u,k}{}^{n_2+1}\right)$$

Потребно је применити математички поступак одређивања параметара K_1, n_1, K_2, n_2, C_1 и C_2 при којима се постиже минимум суме квадрата одступања *N* измерених од *N* израчунатих вредности температура:

$$\min\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\left(\theta_{u,i} - \theta_{u,i\,m}\right)^2 + \left(\theta_{Cu,i} - \theta_{Cu,i\,m}\right)^2\right)\right)$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 2. 4. 2018.

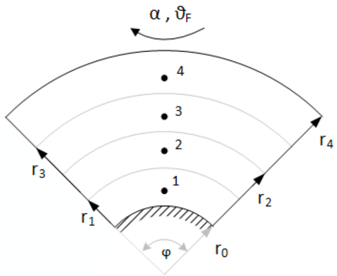
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

На сваком од задатака се може добити максимално 2 поена

1. Посматрајмо површ полулопте полупречника R у чијем се центру кружног базиса налази равно црно тело, температуре q, мале површи која са равни базиса полусфере заклапа угао γ. Написати израз из кога се може одредити снага зрачења која пада са малог тела на полулопту. ($\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$, $\sin a = \sqrt{(1-\cos a)/2}$, $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$)

2. Написати систем једначина енергетског биланса, по експлицитној методи коначних елемената, чијим се решавањем могу добити температуре у средиштима четири дела (чворови 1 до 4) са слике. Унутрашња гранична површ је изолована, а спољна се хлади природним струјањем флуида температуре ϑ_F, при чему коефицијент преноса топлоте струјањем зависи од разлике температура граничне површи и флуида (θ) на следећи начин: $\alpha(\theta) = \alpha_0 \cdot (|\theta|/20)^{0.25}$ (α_0=5W/(m^2 K)). Топлота се генерише раномерно по запремини, запреминском густином снаге q_v. Случај посматрати као једнодимензиони пренос топлоте у цилиндричном координатном систему (по координати r).

Сматрати да су познати сви подаци о карактеристикама материјала топлопроводне средине, као и температура флуида.



3. Номинални подаци (чистог) хладњака дужине L_c=1.993m: проток воде Q_{vn}=4.167·10^{-3}m^3/s, проток уља Q_{un}=22.2·10^{-3}m^3/s, температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun}=72°C и ϑ_{hun}=64°C, температуре хладне и топле воде: ϑ_{hvn}=25°C и ϑ_{tvn}=42°C, расхладна снага хладњака P_{hn}=298 kW. Хладњак се може посматрати као елементарни облик хладњака дужине 2L_c, пречника танке цеви d=13mm, при чему су протоци воде и уља кроз сваку од N_c=109 цеви једнаки укупним протоцима воде и уља, подељеним са N_c, респективно. Смерови струјања уља и воде су супротни. Параметри воде и уља: ρ_v=1001 kg/m^3, c_{pv}=4209 J/(kg K), ρ_u =895kg/m^3, c_{pu}=2198J/(kg K).

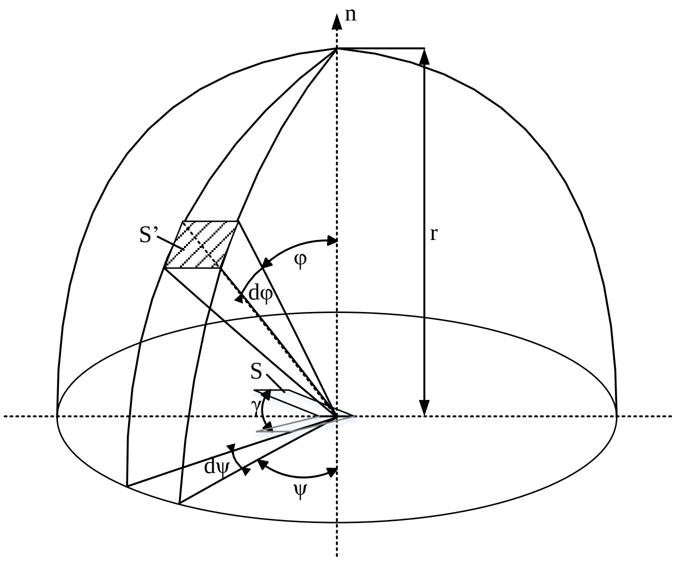
Израчунати расхладну снагу и температуру уља на изласку из хладњака при протоку воде Q_v=3.959·10^{-3}m^3/s, протоку уља Q_u=24.42·10^{-3}m^3/s, температури воде на уласку у хладњак ϑ_{hv}=20°C и температури уља на уласку у хладњак ϑ_{tu}=60°C. Фактор запрљања са стране уља се може занемарити, а са стране воде износи f_v=0.0002781. Може се сматрати да су коефицијенти преласка топлоте струјањем једнаки вредностима у номиналном режиму.

4. Једножилни кабл пресека бакра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu}$ =56·10^6 S/m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Cu20} =4.29·10^{-3}°C^{-1}) S_{Cu} = 95 mm^2, са PVC изолацијом дебљине изолације d$_{iz}$ = 1 mm (топлотна специфична проводност λ_{PVC} = 0.16 W/(m K)) положен је у тло специфичне топлотне проводности 1/ρ_z=0.4 W/(m K). Максимална дозвољена температура PVC изолације износи ϑ_{doz}=70°C, а температура земље удаљене од кабла износи ϑ_z=20°C. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл постављен у кошуљицу сачињену од материјала специфичне топлотне отпорности 1/ρ_{zk}=1 W/(m K), при чему је спољашња површ кошуљице цилиндар ваљка пречника D_k=200 mm. При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака ϑ_z=20°C, може узети цилиндар ваљка пречника D_{ref}=1000 mm. Максимална дозвољена вредност једносмерне струје када се кабл положи директно у тло износи 80A. Контактни отпор на месту преласка топлоте на тло је обрнуту сразмеран додирној површи. Израз за градијент температуре у цилиндричном координатном систему гласи $grad\,\vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial r}\vec{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi}\vec{i}_\varphi + \frac{\partial \vartheta}{\partial z}\,\vec{i}_z$.

5. На основу података о транзијентним топлотним отпорима из каталога транзистора (R_{Th}) и хладњака (R_{hl}), написати израз по коме се може одредити температура на месту генерисања топлоте у pn споју полупроводника, после времена t^* од тренутка повећања снаге у стационарном номиналном режиму, при коме се имају номинални губици P_{gn} (уређај је радио у дуготрајном режиму) на вредност снаге при којој су губици 50% већи (1.5 P_{gn}). Температура ваздуха (ϑ_a) којом се хлади хладњак транзистора је једнака номиналној вредности (ϑ_{an}). Сматрати да се при одређивању температуре хладњака у прелазном режиму може занемарити процес акумулисања енергије у тиристору.

Решења задатака:

1. задатак



$$d\omega = \sin\varphi\, d\varphi\, d\psi \qquad \begin{array}{l} \varphi \in (0, \pi/2) \\ \psi \in (0, 2\pi) \end{array}$$

Лева полусфера:

$$dq = I_\varphi\, d\omega = I_0 \cos\left(\varphi + \gamma\right) d\omega = I_0 \cos\left(\varphi + \gamma\right) \sin\varphi\, d\psi\, d\varphi$$

Десна полусфера:

$$dq = I_\varphi\, d\omega = I_0 \cos\left(\varphi - \gamma\right) d\omega = I_0 \cos\left(\varphi - \gamma\right) \sin\varphi\, d\psi\, d\varphi$$

Лева полусфера:

$$\begin{aligned} q_l = \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi={}^{\pi}/_{2}-\gamma} \int\limits_{\psi=0}^{\psi=\pi} I_0 \cos(\varphi+\gamma) \sin\varphi\, d\psi\, d\varphi &= \pi I_0 \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi={}^{\pi}/_{2}-\gamma} \cos(\varphi+\gamma)\sin\varphi\, d\varphi \\ &= \pi I_0 \left(\cos\gamma \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi={}^{\pi}/_{2}-\gamma} \cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi - \sin\gamma \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi={}^{\pi}/_{2}-\gamma} (\sin\varphi)^2\, d\varphi \right) \\ &= \frac{\pi I_0}{2} \left(\cos\gamma \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi={}^{\pi}/_{2}-\gamma} \sin 2\varphi\, d\varphi - \sin\gamma \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi={}^{\pi}/_{2}-\gamma} (1-\cos 2\varphi) d\varphi \right) \\ &= \frac{\pi I_0 \cos\gamma}{4}(1+\cos 2\gamma) + \frac{\pi I_0 \sin\gamma}{2}(\gamma - {}^{\pi}/_{2} + \frac{\sin 2\gamma}{2}) \end{aligned}$$

Десна полусфера:

$$
\begin{aligned}
q_d &= \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi=\pi/2} \int\limits_{\psi=0}^{\psi=\pi} I_0 \cos(\varphi-\gamma)\sin\varphi \, d\psi \, d\varphi = \pi I_0 \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi=\pi/2} \cos(\varphi-\gamma)\sin\varphi \, d\varphi \\
&= \pi I_0 \left(\cos\gamma \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi=\pi/2} \cos\varphi \sin\varphi \, d\varphi + \sin\gamma \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi=\pi/2} (\sin\varphi)^2 \, d\varphi \right) \\
&= \frac{\pi I_0}{2} \left(\cos\gamma \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi=\pi/2} \sin 2\varphi \, d\varphi + \sin\gamma \int\limits_{\varphi=0}^{\varphi=\pi/2} (1-\cos 2\varphi) d\varphi \right) = \frac{\pi I_0 \cos\gamma}{2} + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 I_0 \sin\gamma
\end{aligned}
$$

Укупна снага:

$$q = q_l + q_d$$

2. задатак

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa}$$

где су

P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,

P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и

$P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Генерисана енергија по запремини материјала је q_v, па је подужна генерисана снага за i - ти елемент

$$P_{geni} = q_v \, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°}$$

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном (p+1) тренутку у односу на текући тренутак p:

$$P_{akumi} = \rho \, c_p \, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{d\vartheta_i}{dt} = \rho \, c_p \, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{\vartheta_i^{p+1} - \vartheta_i^p}{\Delta t}$$

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr}$$

Пренос топлоте зрачењем се занемарује у целом систему $P_{zri} = 0, i = 1..4$.

Пренос топлоте провођењем се дешава од у радијалном правцу, између суседних елемената.

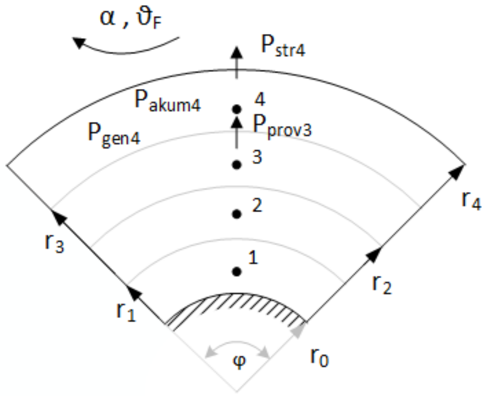
Дакле, за елементе i = (1, 2, 3) , снага преноса топлоте провођењем се састоји из једног члана који представља снагу преноса топлоте провођењем ка елементу 2, 3 и 4, респективно.

$$P_{provi} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_{i+1}^p}{\dfrac{1}{2\pi\lambda \dfrac{\varphi}{360°}} \ln \dfrac{(r_i + r_{i+1})/2}{(r_i + r_{i-1})/2}}$$

Пренос топлоте струјањем се дешава само на додирној површи елемента 4 и флуида, па је снага преноса топлоте струјањем са елемента 4 на околни флуид:

$$P_{str4} = \frac{\vartheta_4^p - \vartheta_f^p}{R_{4-f}} = \frac{\vartheta_4^p - \vartheta_f^p}{\dfrac{1}{\alpha} \dfrac{1}{2\pi r_4 \dfrac{\varphi}{360°}} + \dfrac{1}{2\pi\lambda \dfrac{\varphi}{360°}} \ln \dfrac{r_4}{(r_3 + r_4)/2}} = \frac{\vartheta_4^p - \vartheta_f^p}{\dfrac{20^{0.25}}{5\left(\vartheta_{sp\,pov}^p - \vartheta_f^p\right)^{0.25}} \dfrac{1}{2\pi r_4 \dfrac{\varphi}{360°}} + \dfrac{1}{2\pi\lambda \dfrac{\varphi}{360°}} \ln \dfrac{r_4}{(r_3 + r_4)/2}}$$

$$\vartheta_{sp\,pov}^p = \vartheta_4^p - P_{str4} \, \frac{1}{2\pi\lambda \dfrac{\varphi}{360°}} \ln \frac{r_4}{(r_3 + r_4)/2}$$



У складу са претходним изразима, тражени систем једначина има облик:

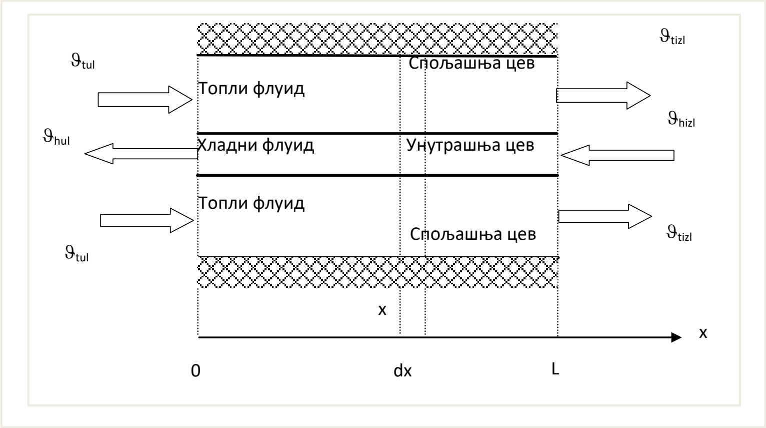
$$P_{gen1} = P_{akum1} + P_{prov1}$$

$$P_{gen2} = P_{akum2} - P_{prov1} + P_{prov2}$$

$$P_{gen3} = P_{akum3} - P_{prov2} + P_{prov3}$$

$$P_{gen4} = P_{akum4} - P_{prov3} + P_{str4}$$

3. задатак



$$\mathbf{dq} = \frac{\vartheta_{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) - \vartheta_{\mathbf{h}}(\mathbf{x})}{\mathbf{dR}^{\mathbf{T}}},$$

$\vartheta_t(x)$ - температура топлог флуида на координати x,

$\vartheta_h(x)$ - температура хладног флуида на координати x

$$\mathbf{dR}^{\mathbf{T}} = \frac{1}{\pi\,\mathbf{d}\,\alpha_{\mathbf{s}}\,\mathbf{dx}} + \frac{1}{\lambda}\frac{\delta}{\pi\,\mathbf{d}\,\mathbf{dx}} + \frac{1}{\pi\,\mathbf{d}\,\alpha_{\mathbf{u}}\,\mathbf{dx}},$$

d - пречник цеви,

δ - дебљина цеви,

α_s – коефицијент преласка топлоте струјањем са топлог флуида на спољашњу површ унутрашње цеви

λ – специфична топлотна проводност материјала унутрашње цеви,

α_u – коефицијент преласка топлоте струјањем са унутрашње површи унутрашње цеви на хладни флуид

$$dq = \pi\, d\, dx \left(\frac{1}{\alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)^{-1} (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)),$$

$$K_p = \left(\frac{1}{\alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_u} \right)^{-1}$$

$$dq = \pi \, d \, K_P (\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)) dx, \tag{1}$$

$$\mathbf{dq = -m_t c_{pt} d \vartheta_t(x)} \tag{2}$$

(знак минус потиче од тога што је dq снага која се одузима топлом флуиду)

$$\mathbf{dq = -m_h c_{ph} d \vartheta_h(x)} \tag{3}$$

(dq снага која се предаје хладном флуиду; знак минус потиче од струјања флуида у супротном смеру x осе)

Значење ознака у претходна два израза је:

m_t – масени проток топлог флуида,

m_h – масени проток хладног флуида,

c_{pt} – специфични масени топлотни капацитет топлог флуида, и

c_{ph} – специфични масени топлотни капацитет хладног флуида.

Одређивање коефицијента преласка топлоте из номиналних услова.

ϑ_{tun}=72°C, ϑ_{hun}=64°C, ϑ_{hvn}=25°C, ϑ_{tvn}=42°C

$\Delta\vartheta_{izl}$= ϑ_{hun}-ϑ_{hvn}=39°C, $\Delta\vartheta_{ul}$= ϑ_{tun}-ϑ_{tvn}=30°C

Пречник цеви: d=13mm

Површина хладњака: $S_{hladnjaka}=N_c \, \pi \, d \, 2 \, L_c = 17.735 \text{ m}^2$

$$k_p = \frac{P_{hn} \, \ln \frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}}{S_{hladnjaka} \, (\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 489.832$$

$$\frac{1}{k_{p\_prljavo}} = \frac{1}{k_p} + f_v d = 0.0020415 + 0.0002781$$

$$k_{p\_prljavo} = 431.11$$

Непознате величине се могу одредити из система 3 једначине које важе за целокупни хладњак

$$q = \rho_u Q_u c_{pu} (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu})$$

$$q = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv})$$

$$q = \frac{k_{p\_prljavo} s_{hladnjaka} (\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln \frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}}$$

$$q = \frac{k_{p\_prljavo} s_{hladnjaka} ((\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}) - (\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}))}{\ln \frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}}$$

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{q}{m_t \, c_{pt}}$$

$$\vartheta_{tv} = \vartheta_{hv} + \frac{q}{m_h \, c_{ph}}$$

q=272.4kW

ϑ_{hu}=66.09°C

ϑ_{tv}=41.33°C

4.Задатак

D_{cu}≈11mm

D_{PVC}=11+2=13mm

D_k=200mm

D_{ref}=1000mm

Извођење формуле за топлотни отпор

$$\overrightarrow{q_s} = -\lambda\ grad\vartheta = -\lambda\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\overrightarrow{\iota_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varphi}\overrightarrow{\iota_\varphi} + \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\overrightarrow{\iota_z}\right)$$

$$\vartheta = \vartheta(r) = const(\varphi, z)$$

$$\overrightarrow{q_s} = -\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\overrightarrow{\iota_r}$$

$$q = \iint_S \overrightarrow{q_s}\,\overrightarrow{dS}$$

У случају константе топлотне проводности

$$q = -\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial x}2\pi rL$$

$$d\vartheta = -\frac{q}{2\pi\lambda L}dr$$

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = -\frac{q}{2\pi\lambda L}ln(\frac{R_2}{R_1})$$

$$R^T = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{q_L} = \frac{1}{2\pi\lambda}ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{1}{2\pi\lambda}ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) = \frac{\rho}{2\pi}ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{\rho}{2\pi}ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$$

Одређивање максимално дозвољене струје према условима из задатка

$$R_{Cu} = \frac{1}{\sigma\cdot S}\left(1+\alpha\left(70-20\right)\right) = \frac{1}{56\cdot 95}\left(1+4.29\cdot 10^{-3}\,50\right) = 2.28\cdot\ \ \Omega/\mathrm{m}\quad n$$

$$R_{Cu}\,I^2 = \frac{\vartheta_{doz}-\vartheta_a}{R_l^T}$$

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz}-\vartheta_a}{R_{Cu}\,R_l^T}}$$

Контактни отпор се може одредити из дозвољене вредности струје при полагању кабла директно у тло:

$$R^T_{direktno} = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}}ln\left(\frac{D_{PVC}}{D_{cu}}\right) + R^d_{kont} + \frac{\rho_z}{2\pi}ln\left(\frac{D_{ref}}{D_{PVC}}\right) = 0.16617 + R^d_{kont} + 1.72795 = R^d_{kont} + 1.89412mK/W$$

$$I = \sqrt{\frac{70-20}{2.28\ 10^{-4}\ (1.89412 + R^T_{kont})}} = 80A$$

$$R^d_{kont} = \frac{c_{kont}}{D_{PVC}} = 32.37123\ mK/W$$

$$c_{kont} = 0.42083$$

Дозвољена струја при полагању кабла у кошуљицу износи

$$R^T_{kosuljica} = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}}ln\left(\frac{D_{PVC}}{D_{cu}}\right) + \frac{\rho_{zk}}{2\pi}ln\left(\frac{D_k}{D_{PVC}}\right) + \frac{c_{kont}}{D_k} + \frac{\rho_z}{2\pi}ln\left(\frac{D_{ref}}{D_k}\right) = 0.16617 + 0.43503 + 2.10415 + 0.64037$$
$$= 3.3457mK/W$$

$$I = \sqrt{\frac{70-20}{2.28\ 10^{-4}\ 3.3457}} = 256A$$

5. задатак

Општи израз

$$\vartheta(t)=\vartheta_{\infty}+\left(\vartheta(t=0)-\vartheta_{\infty}\right)+\left(R_{trans}\,(t\rightarrow\infty)\,P_{\gamma}-\left(\vartheta(t=0)-\vartheta_{\infty}\right)\right)\frac{R_{trans}}{R_{trans}\,(t\rightarrow\infty)}$$

За хладњак: q_{∞}= q_{a}, R_{trans}= $R_{Th\ trans}$

За тиристор: q_{∞}= q_{hl}, R_{trans}= $R_{hl\ trans}$

Стационарно стање при номиналној снази (P_{gn}):

$$\theta_{Th-HlStac1}=R_{Th\,trans}\,(t\rightarrow\infty)\,P_{\gamma n}$$

$$\theta_{HlStac1}=R_{Hl\,trans}\,(t\rightarrow\infty)\,P_{\gamma n}$$

Прелазни режим након повећања снаге:

$$\vartheta(t)=\vartheta_{an}+\theta_{Th-HlStac1}+\left(R_{Th\,trans}\,(t\rightarrow\infty)1.5\,P_{\gamma}-\theta_{Th-HlStac1}\right)\frac{R_{Th\,trans}}{R_{Th\,trans}\,(t\rightarrow\infty)}+$$

$$\theta_{HlStac1}+\left(R_{Hl\,trans}\,(t\rightarrow\infty)1.5\,P_{\gamma}-\theta_{HlStac1}\right)\frac{R_{Hltrans}}{R_{Hltrans}\,(t\rightarrow\infty)}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

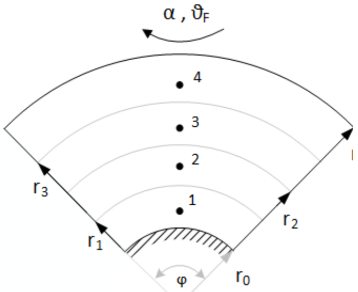
Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 3. 7. 2018.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић
На сваком од задатака се може добити максимално 2 поена

1. Површ бесконачно дугачког цилиндра спољашњег пречника $D_u = 5$ cm, емисивности $\varepsilon_u = 0.8$, потребно је загревањем унутар цилиндра одржавати на температури $\vartheta_u = 800\ ^0$C. Поставити систем једначина чијим се решавањем може израчунати за колико се смањи потребна снага загревања ако се око њега стави екран, у односу на ситуацију да се цилиндар налази у слободном простору (температура амбијента износи $\vartheta_a = 20\ ^0$C). Као екран се користи цев чији је пречник унутрашње површи $D_{su} = 7$ cm, њена емисивност $\varepsilon_{su} = 0.2$, пречник спољашње површи $D_{ss} = 8$ cm и њена емисивност $\varepsilon_{ss} = 0.8$? Специфична топлотна проводност материјала екрана износи λ=100W/(m K)). Свака од површи се хлади принудним струјањем флуида, за који се може сматрати да има константну температуру $\vartheta_a = 20\ ^0$C; коефицијент преласка топлоте струјањем износи $\alpha = 30$ W/(m^2 K).

2. Написати систем једначина енергетског биланса, по експлицитној методи коначних елемената, чијим се решавањем могу добити температуре у средиштима четири дела (чворови 1 до 4) са слике. Унутрашња гранична површ је изолована, а спољна се хлади природним струјањем флуида температуре ϑ_F, при чему коефицијент преноса топлоте струјањем зависи од разлике температура граничне површи и флуида (θ) на следећи начин: $\alpha(\theta) = \alpha_0 \cdot (|\theta| / 20)^{0.25}$ (α_0=5W/(m^2 K)). Топлота се генерише по запремини, запреминском густином снаге q_v(r)= q_{v0} r / r_0. Случај посматрати као једнодимензиони пренос топлоте у цилиндричном координатном систему (по координати r).
Сматрати да су познати сви подаци о карактеристикама материјала топлопроводне средине, као и температура флуида.



3. Колико износи највиша температура изолације кабла , попречног пресека бакра $S_k = 50$ mm^2, којим су повезани крајеви две бесконачно дугачке бакарне сабирнице пресека S_s = (20x5) mm^2. Дужина кабла износи $L_k = 50$ cm, дебљина његове изолације $\delta_{iz} = 1.5$ mm, а топлотна проводност изолације $\lambda_{iz} = 0.2$ W/mK. Читав систем се хлади природним струјањем ваздуха температуре $\vartheta_a = 20$°C, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем са загрејане површи на ваздух $\alpha = 5$ W/m^{2}K. Кроз сабирнице и кабл тече једносмерна струја $I_{DC} = 200$ A. Сматрати да су карактеристике бакра константне: $\rho_{\_cu\_el} = 1.68\ 10^{-8}$ Ωm, $\lambda_{cu} = 401$ W/mK.

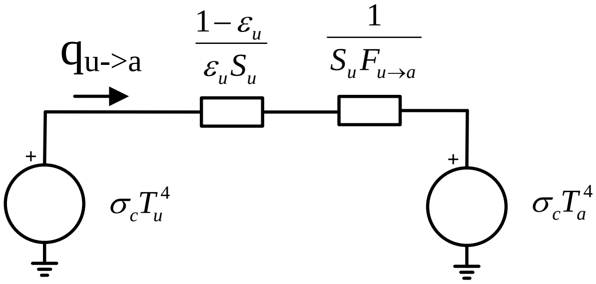
4. Приказати график промене температуре у трансформатору - уља у намотајима, уља у радијатору и намотаја, укључујући и најтоплију тачку намотаја. Приказ дати за трансформатор са два намотаја различитих висина (почетак намотаја се налази на истој висини), различитих вертикалних градијената температуре у сваком од њих, различитих градијената температуре намотај – уље у намотају и различитих фактора најтоплије тачке. До мешања уља из намотаја долази на координати висине вишег намотаја.

5. На основу података о транзијентним топлотним отпорима из каталога при номиналном оптерећењу и губицима, за транзистор (R_{Thn}) и хладњака (R_{hln}), написати израз по коме се може одредити температура на месту генерисања топлоте у pn споју полупроводника, после времена t^* од тренутка повећања снаге у стационарном номиналном режиму, при коме се имају номинални губици P_{gn} (уређај је радио у дуготрајном режиму) на вредност снаге при којој су губици 50% већи (1.5 P_{gn}). Температура ваздуха (ϑ_a) којом се хлади хладњак транзистора је једнака номиналној вредности (ϑ_{an}). При одређивању температуре хладњака у прелазном режиму занемарити процес акумулисања енергије у тиристору. Топлотни отпор R_{hl} при снази губитака која је 50% већа од номиналне је 10% мања од топлотног отпора при номиналној снази губитака R_{hln}, док се R_{Th} не мења са снагом губитака.

Решења задатака:

1. задатак

У случају да екран није постављен, спољашња површ цеви и амбијент образују затворен простор. Размена енергије зрачењем између површи које образују затворен простор може се анализирати на основу следеће радијационе шеме (слика), која се добија полазећи од општег облика радијационе шеме за размену енергије између два тела, а на основу анализе приказане у тексту иза слике.



За практичну употребу радијационих шема потребно је познавати факторе виђења између одговарајућих површи. У овом случају није потребно решавати површинске интеграле да би се одредили фактори виђења.

Пошто сва енергија емитована са површи цеви доспева у амбијент, на основу дефиниције фактора виђења се закључује следеће:

$$F_{u\to a} = \frac{Q_{u\to a}}{Q_{uk}} = 1 \qquad (1.1)$$

где је $Q_{u\to a}$ енергија која, емитована са површи цеви, стиже у амбијент, а Q_{uuk} је укупна енергија емитована са површи цеви. Израз (1.1) би важио и када би се енергије замениле одговарајућим снагама.

$$F_{u\to u} + F_{u\to a} = 1 \Rightarrow F_{u\to u} = 1 - F_{u\to a} = 0 \qquad (1.2)$$

Енергија емитована у амбијенту само делом стиже на површ цеви, док остатак енергије завршава у амбијенту. Због тога је фактор виђења $F_{a\to u} < 1$.

$$F_{a\to u}\cdot S_a = F_{u\to a}\cdot S_u \Rightarrow F_{a\to u} = F_{u\to a}\cdot\frac{S_u}{S_a} = \frac{S_u}{S_a} \to 0 \qquad (1.3)$$

јер $S_a \to \infty$.

Укупна енергија која се размењује између спољашње површи цеви и амбијента износи:

$$q_{u\to a} = \frac{\sigma_c\,(T_u^4 - T_a^4)}{\frac{1-\varepsilon_u}{S_u\,\varepsilon_u} + \frac{1}{S_u F_{u\to a}}} = \varepsilon_u S_u\,\sigma_c\,(T_u^4 - T_a^4) \qquad (1.4)$$

$$q_{u\to a} = 9397.44\, W/m$$

Снага која се преноси са цеви на амбијент струјањем флуида је:

$$q_{alfa\to u} = \alpha S_u(\vartheta_u - \vartheta_a) \qquad (1.5)$$

$$q_{alfa\to u} = 3675.66 \text{ W/m}$$

Укупна снага преноса топлоте са површи цилиндра на амбијент, односно потребна снага загревања цилиндра који се налази у слободном простору је:

$$q_{cil\to a} = q_{u\to a} + q_{alfa\to u} \qquad (1.6)$$

$$q_{gen1} = q_{cil\to a} = 13073.1 \text{ W/m}$$

Након постављања екрана, енергија се зрачењем преноси између спољашње површи цеви и унутрашње површи екрана и између спољашње површи екрана и амбијента. Потребна снага генерисања топлоте у случају постојања екрана око цилиндра је:

$$q_{gen2} = q_{u\to su} + q_{alfa\to u} = q_{su} + q_{alfa\to su} + q_{alfa\to u} \qquad (1.7)$$

при чему се значења појединих чланова једнакости наводе у наставку, а снага одвођења топлоте струјањем са површи цилиндра на ваздух $q_{alfa\to u}$ се рачуна према већ наведеној формули (1.5).

Снага која се размењује између спољашње површи цеви и унутрашње површи екрана по јединици дужине износи:

$$q_{u\to su} = \frac{\sigma_c\left(T_u^4 - T_{su}^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_u}{S_u\varepsilon_u} + \frac{1}{S_u F_{u\to su}} + \frac{1-\varepsilon_{su}}{S_{su}\varepsilon_{su}}} \tag{1.8}$$

где је T_{su} температура унутрашње површи екрана, а $F_{u\to su}$ фактор виђења између спољашње површи цеви и унутрашње површи екрана. Пошто целокупна енергија емитована са спољашње површи цеви доспева на унутрашњу површ екрана, закључује се да је $F_{u\to su} = 1.$

Унутрашња површ екрана се хлади струјањем флуида, при чему је снага хлађења:

$$q_{alfa\to su} = \alpha S_{su}(\vartheta_{su} - \vartheta_a) \tag{1.9}$$

Стога је снага загревања којом топлота улази кроз унутрашњу површ екрана једнака:

$$q_{su} = q_{u\to su} - q_{alfa\to su} \tag{1.10}$$

Кроз екран се топлота преноси провођењем. Екран је цилиндричан и отпор преносу топлоте између унутрашње и спољашње површи екрана се може израчунати као:

$$R_e = \frac{1}{2\pi\lambda} ln \frac{D_{ss}}{D_{su}} = 0.00021252\ mK/W \tag{1.11}$$

Температуре спољне и унутрашње површи екрана нису једнаке и важи једначина:

$$\vartheta_{su} - \vartheta_{ss} = R_e q_e \tag{1.12}$$

Снага која се размењује између спољашње површи екрана и амбијента по јединици дужине једнака је збиру снага одвођења топлоте зрачењем и струјањем. Снага одвођења топлоте зрачењем се рачуна као:

$$q_{ss\to a} = \frac{\sigma_c\left(T_{ss}^4 - T_a^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_{ss}}{S_{ss}\varepsilon_{ss}} + \frac{1}{S_{ss} F_{ss\to a}}} \tag{1.13}$$

Док се снага одвођења топлоте струјањем одређује из формуле:

$$q_{alfa\to ss} = \alpha S_{ss}(\vartheta_{ss} - \vartheta_a), \tag{1.14}$$

тако да је укупна снага одвођења топлоте са спољашње површи цилиндра ка амбијенту:

$$q_{ss} = q_{ss\to a} + q_{alfa\to ss} \tag{1.15}$$

Пошто нема генерисања топлотне енергије у екрану, закључује се да важи једнакост:

$$q_{su} = q_e = q_{ss} \tag{1.16}$$

односно

$$q_{u\to su} - q_{alfa\to su} = q_e = q_{ss\to a} + q_{alfa\to ss} \tag{1.17}$$

Из прве једнакости (1.17) лако се може изразити температура спољашње површи екрана као функција од температуре унутрашње површи екрана. На основу једнакости (1.8), (1.9) и (1.12) добија се израз поменута зависност:

$$\frac{\sigma_c\left(T_u^4 - T_{su}^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_u}{S_u\varepsilon_u} + \frac{1}{S_u F_{u\to su}} + \frac{1-\varepsilon_{su}}{S_{su}\varepsilon_{su}}} - \alpha S_{su}(\mathrm{T}_{su} - \mathrm{T}_a) = \frac{\mathrm{T}_{su} - \mathrm{T}_{ss}}{R_e} \tag{1.18}$$

$$\mathrm{T}_{ss} = R_e\left[\frac{\mathrm{T}_{su}}{R_e} - \frac{\sigma_c\left(T_u^4 - T_{su}^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_u}{S_u\varepsilon_u} + \frac{1}{S_u F_{u\to su}} + \frac{1-\varepsilon_{su}}{S_{su}\varepsilon_{su}}} + \alpha S_{su}(\mathrm{T}_{su} - \mathrm{T}_a)\right] \tag{1.19}$$

Из друге једнакости из израза (1.17) и једнакости (1.12), (1.13) и (1.14), следи:

$$\frac{\mathrm{T}_{su} - \mathrm{T}_{ss}}{R_e} = \frac{\sigma_c\left(T_{ss}^4 - T_a^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_{ss}}{S_{ss}\varepsilon_{ss}} + \frac{1}{S_{ss} F_{ss\to a}}} + \alpha S_{ss}(\mathrm{T}_{ss} - \mathrm{T}_a) \tag{1.20}$$

$$\mathrm{T}_{su} = R_e\left[\frac{\mathrm{T}_{ss}}{R_e} + \frac{\sigma_c\left(T_{ss}^4 - T_a^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_{ss}}{S_{ss}\varepsilon_{ss}} + \frac{1}{S_{ss} F_{ss\to a}}} + \alpha S_{ss}(\mathrm{T}_{ss} - \mathrm{T}_a)\right] \tag{1.21}$$

Заменом израза (1.19) у израз (1.21) добија се израз из кога се може израчунати вредност температуре унутрашње површи екрана; израчуната вредност износи:

$$\mathrm{T}_{su} = 459.909K$$

Коришћењем једнакости (1.7), (1.8) и (1.9) долази се до снаге генерисања топлоте унутар цилиндра која је потребна да би се површ цилиндра одржавала на температури од 800°C, при постављеном екрану непосредно око цилиндра.

$$q_{gen2} = 6551.55\, W/m$$

Однос потребних снага преноса топлоте када не постоји екран и након постављања екрана износи:

$$\frac{q_{gen1}}{q_{gen2}} = 1.995$$

Потребна снага загревања се смањује за око 50%.

Вредности коришћене при изради задатка:

$F_{u\to su} = 1;$

$F_{ss\to a} = 1;$

$S_u = D_u\, \pi\, L;$

$S_{su} = D_{su}\, \pi\, L;$

$S_{ss} = D_{ss}\, \pi\, L;$

Su = 0.15708 m

Ssu = 0.21991 m

Sss = 0.25133 m

Све вредности и изрази за снаге су подужни.

<u>2. задатак</u>

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa}$$

где су

P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,

P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и

$P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Генерисана енергија по запремини материјала је функција полупречника кружног исечка, односно сваког елемента, па је подужна генерисана снага за i - ти елемент

$$P_{geni} = \int_{r_{i-1}}^{r_i} q_{v0} \frac{r}{r_0} 2\,\pi r \frac{\varphi}{360°} dr$$

$$P_{geni} = \frac{q_{v0}}{r_0} 2\pi \frac{\varphi}{360°} \frac{(r_i^3 - r_{i-1}^3)}{3}$$

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном (p+1) тренутку у односу на текући тренутак p:

$$P_{akumi} = \rho\, c_p\, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{d\vartheta_i}{dt} = \rho\, c_p\, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{\vartheta_i^{p+1} - \vartheta_i^p}{\Delta t}$$

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr}$$

Пренос топлоте зрачењем се занемарује у целом систему $P_{zri} = 0, i = 1..4$.

Пренос топлоте провођењем се дешава од у радијалном правцу, између суседних елемената.

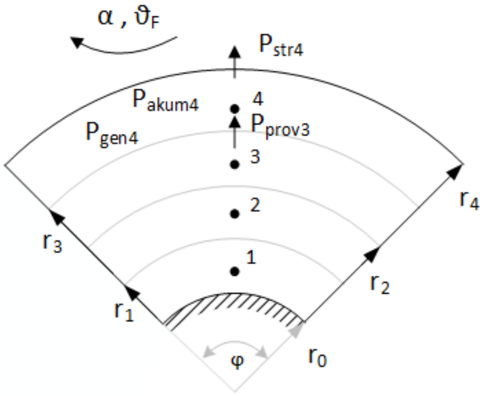
Дакле, за елементе i = (1, 2, 3) , снага преноса топлоте провођењем се састоји из једног члана који представља снагу преноса топлоте провођењем ка елементу 2, 3 и 4, респективно.

$$P_{provi} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_{i+1}^p}{\dfrac{1}{2\pi\lambda \dfrac{\varphi}{360}} ln \dfrac{(r_i + r_{i+1})/2}{(r_i + r_{i-1})/2}}$$

Пренос топлоте струјањем се дешава само на додирној површи елемента 4 и флуида, па је снага преноса топлоте струјањем са елемента 4 на околни флуид:

$$P_{str4}=\frac{\vartheta_4^p-\vartheta_f^p}{R_{4-f}}=\frac{\vartheta_4^p-\vartheta_f^p}{\frac{1}{\alpha}\frac{1}{2\pi r_4\frac{\varphi}{360°}}+\frac{1}{2\pi\lambda}ln\frac{r_4}{(r_3+r_4)/2}}=\frac{\vartheta_4^p-\vartheta_f^p}{\frac{20^{0.25}}{5\left(\vartheta_{sp\ pov}^p-\vartheta_f^p\right)^{0.25}}\frac{1}{2\pi r_4\frac{\varphi}{360°}}+\frac{1}{2\pi\lambda\frac{\varphi}{360}}ln\frac{r_4}{(r_3+r_4)/2}}$$

$$\vartheta_{sp\ pov}^p\ =\ \vartheta_4^p-P_{str4}\,\frac{1}{2\pi\lambda\frac{\varphi}{360}}ln\frac{r_4}{(r_3+r_4)/2}$$



У складу са претходним изразима, тражени систем једначина има облик:

$$P_{gen1}=P_{akum1}+P_{prov1}$$
$$P_{gen2}=P_{akum2}-P_{prov1}+P_{prov2}$$
$$P_{gen3}=P_{akum3}-P_{prov2}+P_{prov3}$$
$$P_{gen4}=P_{akum4}-P_{prov3}+P_{str4}$$

3. задатак

Ulazni podaci: s − sabirnica k − kabl

$Sk := 50 \cdot 10^{-6}$ m^2

$dk := \sqrt{4 \cdot \frac{Sk}{\pi}} = 7.979 \times 10^{-3}$ m

$Lk := 0.5$ m

$\delta\_iz := 0.0015$ m

$\lambda\_iz := 0.2$ $\frac{W}{mK}$

$Ok := (dk + 2 \cdot \delta\_iz)\pi = 0.034$ m

$Sok := (dk + 2 \cdot \delta\_iz)\pi \cdot Lk = 0.017$ m^2

$a := 0.005$ m

$b := 0.02$ m

$Ss := a \cdot b = 1 \times 10^{-4}$ m^2

$Os := 2 \cdot (a + b) = 0.05$ m

$\alpha := 5$ $\frac{W}{m^2 K}$

$Idc := 200$ A

$\rho\_cu\_el := 0.0000000168$ Ωm

$\lambda\_cu := 401$ $\frac{W}{mK}$

$\upsilon a := 20$ °C

$\upsilon doz := 70$ °C

Poduzne snage generisanja toplote u sabirnici i kablu

$$P\gamma s\_pod := \frac{\rho\_cu\_el \cdot Idc^{2}}{Ss} = 6.72 \qquad \frac{W}{m}$$

$$P\gamma k\_pod := \frac{\rho\_cu\_el \cdot Idc^{2}}{Sk} = 13.44 \qquad \frac{W}{m}$$

Poduzni otpori prenosu toplote provodjenjem i strujanjem

$$R\_iz\_pod := \frac{1}{2\lambda\_iz \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{dk + 2\cdot\delta\_iz}{dk}\right) = 0.254 \qquad \frac{Km}{W}$$

$$R\_str\_k\_pod := \frac{1}{\alpha \cdot Ok} = 5.799 \qquad \frac{Km}{W}$$

$$Rk := R\_iz\_pod + R\_str\_k\_pod = 6.053$$

$$R\_str\_s\_pod := \frac{1}{\alpha \cdot Os} = 4 \qquad \frac{Km}{W}$$

Konstantni koeficijenti iz nehomogenih linearnih diferencijalnih jednacina drugog reda (temperaturnih jednacina za kabl i sabirnicu)

$$qk := \frac{1}{Rk \cdot \lambda\_cu \cdot Sk} = 8.24$$

$$pk := \frac{P\gamma k\_pod}{\lambda\_cu \cdot Sk} + \frac{\upsilon a}{Rk \cdot \lambda\_cu \cdot Sk} = 835.131$$

$$qs := \frac{1}{R\_str\_s\_pod \cdot \lambda\_cu \cdot Ss} = 6.234$$

$$p\_sab := \frac{P\gamma s\_pod}{\lambda\_cu \cdot Ss} + \frac{\upsilon a}{R\_str\_s\_pod \cdot \lambda\_cu \cdot Ss} = 292.269$$

$C3 := 0$

Dobijeno iz granicnog uslova da je povrs poprecnog preseka na kraju beskonaco dugacke sabirnici na temperaturi ambijenta, odnosno da kroz ovu povrs nema prenosa toplote. Moze se odrediti kao lim ?sprim(x,C4)=0, x koje tezi 8.

Izrazi za temperature i njihove prve izvode kao funkcije od koordinate x, dobijeni iz diferencijalnih temperaturnih jednacina za kabl i sabirnicu

$$\upsilon k(x, C1, C2) := C1\cdot e^{\sqrt{qk}\cdot x} + C2\cdot e^{-\sqrt{qk}\,x} + \frac{pk}{qk}$$

$$\upsilon kprim(x, C1, C2) := C1\cdot\sqrt{qk}\cdot e^{\sqrt{qk}\cdot x} - C2\cdot\sqrt{qk}\cdot e^{-\sqrt{qk}\cdot x}$$

$$\upsilon s(x, C4) := C3\cdot e^{\sqrt{qs}\cdot x} + C4\cdot e^{-\sqrt{qs}\cdot x} + \frac{p\_sab}{qs}$$

$$\upsilon sprim(x, C4) := C3\cdot\sqrt{qs}\cdot e^{\sqrt{qs}\cdot x} - C4\cdot\sqrt{qs}\cdot e^{-\sqrt{qs}\cdot x}$$

Pretpostavljene vrednosti konstanti

$C1 := -12 \qquad C2 := 5 \qquad C4 := 10$

Resavanje sistema jednacina sa tri nepoznate

Given

$$-(\lambda\_cu\cdot Ss)\cdot(\upsilon sprim(0, C4)) = -(\lambda\_cu\cdot Sk)\cdot(\upsilon kprim(Lk, C1, C2))$$

$$-\left[(\lambda\_cu\cdot Sk)\cdot\left(\upsilon kprim\left(\frac{Lk}{2}, C1, C2\right)\right)\right] = 0$$

$$\upsilon s(0, C4) = \upsilon k(Lk, C1, C2)$$

$$pom := Find(C1, C2, C3, C4)$$

$$pom = \begin{pmatrix} -7.736 \\ -32.497 \\ 0 \\ 14.234 \end{pmatrix}$$

$C1 := pom_0 \qquad C2 := pom_1 \qquad C3 := pom_2 \qquad C4 := pom_3$

$\upsilon k\left(\frac{Lk}{2}, C1, C2\right) = 69.636$ Temperatura na sredini kabla

$\upsilon k(0, C1, C2) = 61.114$ Temperatura na spoju kabla i sabirnice

$\upsilon k(Lk, C1, C2) = 61.114$

$\upsilon s(0, C4) = 61.114$

Kabl u slobodnom prostoru

$C11 := 1$ $C12 := 1$

Given

$$-\left[(\lambda\_cu \cdot Sk)\cdot\left(\upsilon kprim\left(\frac{Lk}{2}, C11, C12\right)\right)\right] = 0$$

$$\alpha\, Sk(\upsilon k(Lk, C11, C12) - \upsilon a) = -(\lambda\_cu \cdot Sk)\cdot(\upsilon kprim(Lk, C11, C12))$$

$prom := Find(C11, C12)$

$$prom = \begin{pmatrix} -0.11 \\ -0.46 \end{pmatrix}$$

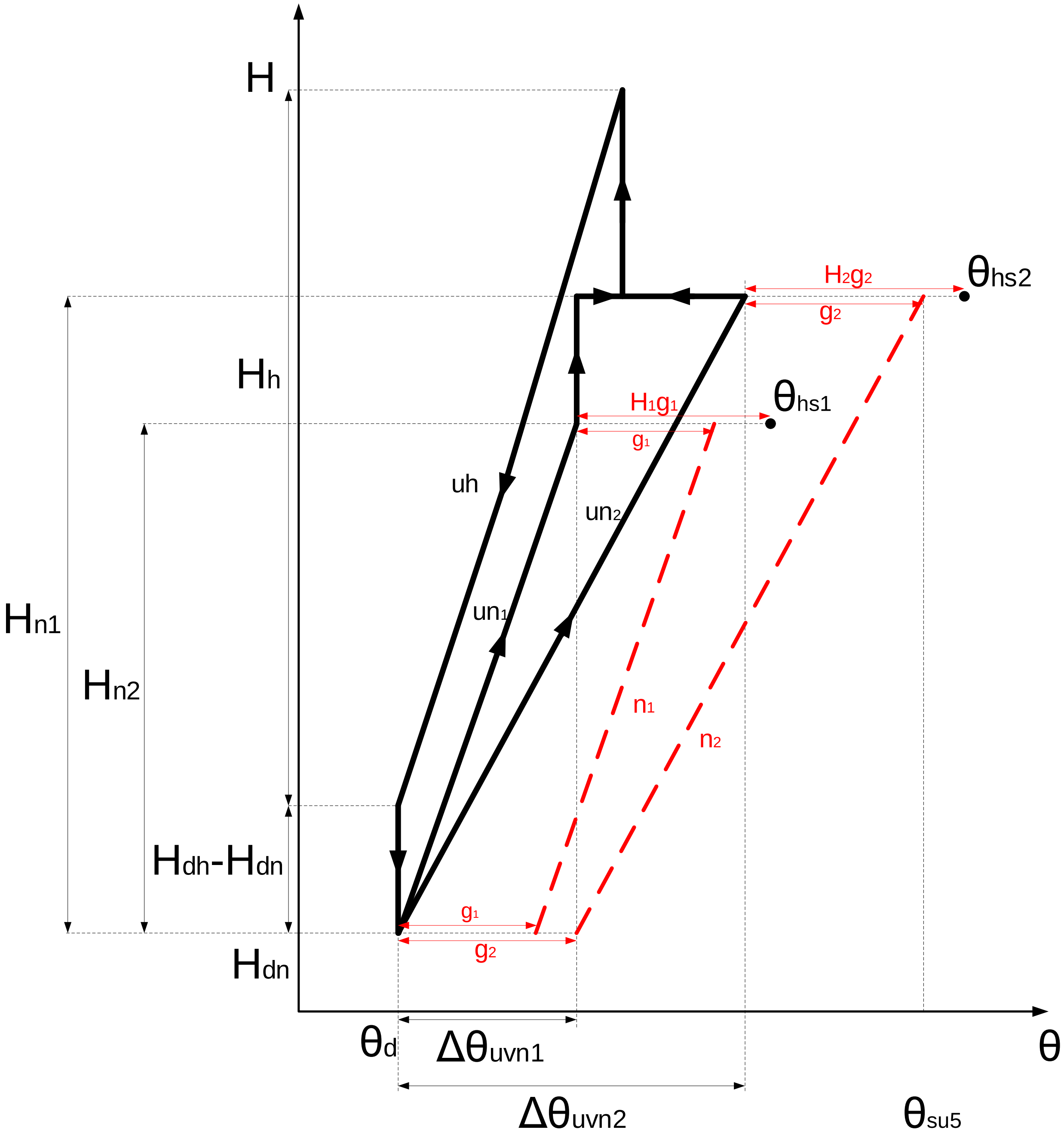
$C11 := prom_0$ $C12 := prom_1$

$\upsilon k\left(\frac{Lk}{2}, C11, C12\right) = 100.898$ Temperatura na sredini kabla

$\upsilon k(0, C11, C12) = 100.777$ Temperatura na kraju kabla

$\upsilon k(Lk, C11, C12) = 100.777$

4. задатак



5. задатак

Општи израз

$$\vartheta(t)=\vartheta_{\infty}+\left(\vartheta(t=0)-\vartheta_{\infty}\right)+\left(R_{trans}\left(t\to\infty\right)P_{\gamma}-\left(\vartheta(t=0)-\vartheta_{\infty}\right)\right)\frac{R_{trans}}{R_{trans}\left(t\to\infty\right)}$$

За хладњак: $q_{\infty}= q_a$, $R_{trans}= R_{Th\ trans}$

За тиристор: $q_{\infty}= q_{hl}$, $R_{trans}= R_{hl\ trans}$

Стационарно стање при номиналној снази (P_{gn}):

$\theta_{Th-HlStac1} = R_{Thtransn}(t \to \propto)P_{gn}$

$\theta_{HlStac1} = R_{Hltransn}(t \to \propto)P_{gn}$

Прелазни режим након повећања снаге:

$$\vartheta(t) = \vartheta_{an} + \theta_{Th-HlStac1} + \left(R_{Thtransn}(t\rightarrow\propto)1.5P_{gn} - \theta_{Th-HlStac1}\right)\frac{R_{Thtransn}(t)}{R_{Thtransn}(t\rightarrow\propto)} +$$

$$\theta_{HlStac1} + \left(0.9\ R_{Hltransn}(t\rightarrow\propto)1.5P_{gn} - \theta_{HlStac1}\right)\frac{R_{Hltransn}(t)}{R_{Hltransn}(t\rightarrow\propto)}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

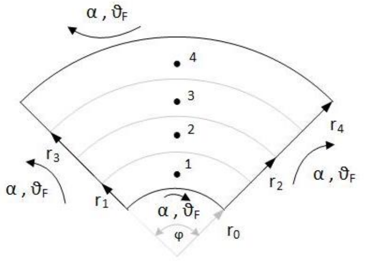
Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 12. 7. 2018.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

На сваком од задатака се може добити максимално 2 поена



1. Написати 2Д систем једначина енергетског биланса, по експлицитној методи коначних елемената, чијим се решавањем могу добити температуре у средиштима четири дела (чворови 1 до 4) са слике. Све површи се хладе природним струјањем флуида температуре ϑ_F, при чему коефицијент преноса топлоте струјањем износи α. Топлота се генерише по запремини, запреминском густином снаге $q_v(r)= q_{v0}\, r / r_0$. Случај посматрати као дводимензиони пренос топлоте у цилиндричном координатном систему (по координатама r и φ).

2. Написати температурну диференцијалну једначину за ребро за које су познати сви конструктивни подаци и карактеристике материјала ребра, за случај да се ребро хлади природним струјањем ваздуха, када је коефицијент преласка топлоте дуж ребра променљив: $\alpha_n = C_n(\vartheta - \vartheta_a)^n$, где је ϑ температура на позицији x дуж ребра, а ϑ_a температура амбијента (ваздуха). Уважити и компоненту хлађења ребра зрачењем у слободан простор, која се такође мења дуж ребра.

3. Номинални подаци (чистог) хладњака дужине L_c=1.993m: проток воде $Q_{vn}=4.167\cdot10^{-3}$m^3/s, проток уља $Q_{un}=22.2\cdot10^{-3}$m^3/s, температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun}=72°C и ϑ_{hun}=64°C, температуре хладне и топле воде: ϑ_{hvn}=25°C и ϑ_{tvn}=42°C, расхладна снага хладњака P_{hn}=298 kW. Хладњак се може посматрати као елементарни облик хладњака дужине $2L_c$, пречника отвора унутрашње цеви, кроз коју протиче вода, d_{ucv}=13mm и дебљине цеви δ_{cv}=1mm, при чему су протоци воде и уља кроз сваку од N_c=109 цеви једнаки укупним протоцима воде и уља, подељеним са N_c, респективно. Смерови струјања уља и воде су супротни. Параметри воде и уља: ρ_v=1001 kg/m^3, c_{pv}=4209 J/(kg K), ρ_u =895kg/m^3, c_{pu}=2198J/(kg K).

Израчунати расхладну снагу и температуру уља на изласку из хладњака при протоку воде $Q_v=3.959\cdot10^{-3}$m^3/s, протоку уља $Q_u=24.42\cdot10^{-3}$m^3/s, температури воде на уласку у хладњак ϑ_{hv}=20°C и температури уља на уласку у хладњак ϑ_{tu}=60°C. Фактор запрљања са стране уља се може занемарити, а са стране воде износи f_v=0.0002781 (у односу на базну површ размењивача на страни воде). При прорачуну уважити разлике у површи према води и према уљу. Може се сматрати да су коефицијенти преласка топлоте струјањем једнаки вредностима у номиналном режиму.

4. Објаснити потребу и описати поступак екстраполације који се примењује да би се добила средња температура намотаја на крају другог дела типског огледа загревања енергетског уљног трансформатора.

5. За један енергетски уљни трансформатор су познате следеће позиције (L) (у односу на дно суда) и висине (h) намотаја и хладњака: дно намотаја L_{dn1} (<) L_{dn2}, дно хладњака L_{dh} (L_{dh} > L_{dn2}), висина намотаја h_{n1} (<) h_{n2}, дужина (висина) хладњака h_h (>h_{n2}). Посматрају се два огледа загревања у кратком споју, оба са истим губицима у намотајима: ONAF и ODAF, при којима је проток уља кроз сваки од намотаја (Q_{n1}, Q_{n2}) и кроз хладњак (Q_h) у ODAF режиму 4 пута већи него у ONAF режиму. Познати су порасти температура уља по висини сваког од намотаја и хладњака ($\Delta\theta_{n1}$ = 24К, $\Delta\theta_{n2}$ = 21К и $\Delta\theta_h$ = 22К и пораст температуре доњег уља у односу на амбијент (θ_{du} = 30К) у ONAF режиму. Може се сматрати да су порасти температура уља по висини сваког од намотаја и хладњака сразмерни са губицима (у намотајима), односно снагом хлађења (у хладњаку) и обрнуто сразмерни са протоком кроз њих. Порасти средњих температура намотаја у односу на средње температуре уља у намотају у ONAF режиму износе: g_{n1} = 19К, g_{n2} = 20.5К, при чему је пад температуре услед провођења топлоте g_{np1} = 3К, g_{np2} = 6К. Коефицијент преласка топлоте струјањем са површи изолације на уље је сразмеран брзини струјања уља на степен 0.46. Фактори најтоплије тачке намотаја, дефинисани према температури уља у намотају, износе: у ONAF режиму H_{n1ON} = 1.2 и H_{n2ON} = 1.15, а у ODAF режиму H_{n1OD} = 1.18 и H_{n2OD} = 1.1. Нацртати дијаграме промене температуре уља и намотаја у оба огледа загревања. Снага хлађења је сразмерна разлици средње температуре уља у хладњаку и температуре амбијента.

Решења задатака:

1. задатак

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa}$$

где су

P_{gen} - укупна подужна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,

P_{akum} - укупна подужна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и

$P_{prenosa}$ - подужна снага којом се енергија размењује са осталим елементима и околином.

Генерисана енергија по запремини материјала је функција полупречника кружног исечка, односно сваког елемента, па је подужна генерисана снага за i - ти елемент

$$P_{geni} = \int_{r_{i-1}}^{r_i} q_{v0} \frac{r}{r_0} 2\,\pi r \frac{\varphi}{360°} dr$$

$$P_{geni} = \frac{q_{v0}}{r_0} 2\pi \frac{\varphi}{360°} \frac{(r_i^3 - r_{i-1}^3)}{3}$$

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном (p+1) тренутку у односу на текући тренутак p:

$$P_{akumi} = \rho\, c_p\, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{d\vartheta_i}{dt} = \rho\, c_p\, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{\vartheta_i^{p+1} - \vartheta_i^p}{\Delta t}$$

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr}$$

Пренос топлоте зрачењем се занемарује у целом систему $P_{zri} = 0, i = 1..4$.

Пренос топлоте провођењем се дешава по координати полупречника и по угаоној φ координати.

За репрезентативну температуру сваког елемента узима се температура у средишњој тачки сваког дела.

Дакле, за елементе i = (1, 2, 3) , снага преноса топлоте провођењем се састоји из једног члана који представља снагу преноса топлоте провођењем ка елементу 2, 3 и 4, респективно.

$$P_{provi} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_{i+1}^p}{\dfrac{1}{2\pi\lambda \dfrac{\varphi}{360}} ln \dfrac{(r_i + r_{i+1})/2}{(r_i + r_{i-1})/2}}$$

Пренос топлоте струјањем се дешава на свим додирним површинама елемената са флуидом.

Снага преноса топлоте са елемента $i = 1..4$ на околни флуид по φ координати у оба смера, посматрано од средишње тачке елемента, састоји се делом од провођења до краја елемента и делом од струјања са додирне површи на флуид:

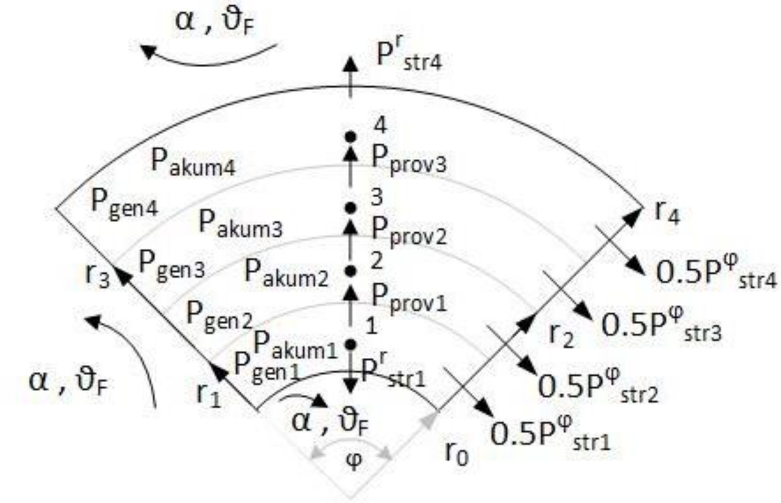
$$P_{stri}^{\varphi} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_f^p}{\dfrac{1}{2} R_{i-f}^{\varphi}} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_f^p}{\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\alpha}\dfrac{1}{r_i - r_{i-1}} + \dfrac{1}{\lambda}\dfrac{2\pi \dfrac{(r_i + r_{i-1})}{2}\dfrac{\varphi}{360°}}{r_i - r_{i-1}}\right)}$$

Снага преноса топлоте са елемента 1 на околни флуид у радијалном правцу је:

$$P_{str1}^{r} = \frac{\vartheta_1^p - \vartheta_f^p}{R_{1-f}^{r}} = \frac{\vartheta_1^p - \vartheta_f^p}{\dfrac{1}{\alpha}\dfrac{1}{2\pi r_0 \dfrac{\varphi}{360°}} + \dfrac{1}{2\pi\lambda \dfrac{\varphi}{360}} ln \dfrac{(r_0 + r_1)/2}{r_0}}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента 4 на околни флуид у радијалном правцу је:

$$P^r_{str4} = \frac{\vartheta_4^p - \vartheta_f^p}{R^r_{4-f}} = \frac{\vartheta_4^p - \vartheta_f^p}{\frac{1}{\alpha}\frac{1}{2\pi r_4 \frac{\varphi}{360°}} + \frac{1}{2\pi\lambda\frac{\varphi}{360}} ln\frac{r_4}{(r_3 + r_4)/2}}$$



У складу са претходним изразима, тражени систем једначина има облик:

$$P_{gen1} = P_{akum1} + P_{prov1} + P^r_{str1} + P^{\varphi}_{str1}$$
$$P_{gen2} = P_{akum2} - P_{prov1} + P_{prov2} + P^{\varphi}_{str2}$$
$$P_{gen3} = P_{akum3} - P_{prov2} + P_{prov3} + P^{\varphi}_{str3}$$
$$P_{gen4} = P_{akum4} - P_{prov3} + P^r_{str4} + P^{\varphi}_{str4}$$

2. задатак

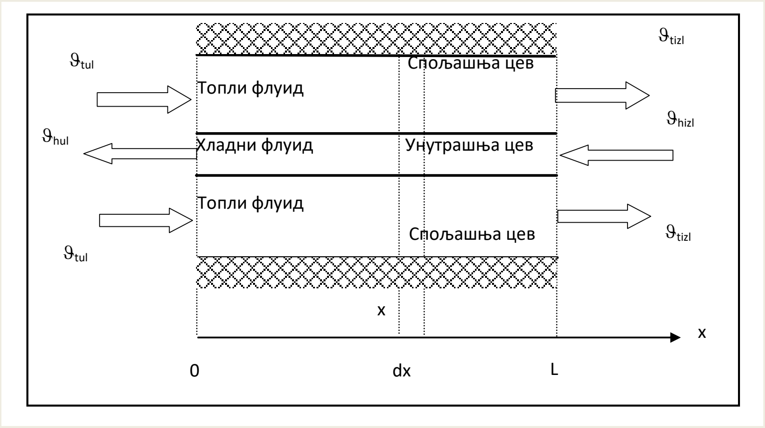
$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \frac{O}{\lambda\, S}\left(C_n\,(\vartheta - \vartheta_a)^{n+1} + \varepsilon\,\sigma_c\,((\vartheta + 273)^4 - (\vartheta_a + 273)^4)\right)$$

S - површ попречног пресека

O - обим попречног пресека

ϑ - температура на позицији x од почетка ребра

3. задатак



$$\mathbf{dq} = \frac{\vartheta_{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) - \vartheta_{\mathbf{h}}(\mathbf{x})}{\mathbf{dR}^{\mathbf{T}}},$$

ϑ_t (x) - температура топлог флуида на координати x,

ϑ_h (x) - температура хладног флуида на координати x

$$dR^T = \frac{1}{\pi d_s \alpha_s dx} + \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{\pi d_{sr} dx} + \frac{1}{\pi d_u \alpha_u dx}$$

d_u – унутрашњи пречник цеви,

d_{sr} – средњи пречник цеви,

d_s – спољашњи пречник цеви,

δ - дебљина цеви,

α_s – коефицијент преласка топлоте струјањем са топлог флуида (уља) на спољашњу површ унутрашње цеви

λ – специфична топлотна проводност материјала унутрашње цеви,

α_u – коефицијент преласка топлоте струјањем са унутрашње површи унутрашње цеви на хладни флуид (вода)

$$dq = \pi\, dx \left(\frac{1}{d_s \alpha_s} + \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{d_{sr}} + \frac{1}{d_u \alpha_u}\right)^{-1} \left(\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)\right)$$

$$dq = \pi\, d_u\, dx \left(\frac{d_u}{d_s \alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} \frac{d_u}{(d_u + d_s)/2} + \frac{1}{\alpha_u}\right)^{-1} \left(\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)\right)$$

$$k_p = \left(\frac{d_u}{d_s \alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} \frac{d_u}{d_{sr}} + \frac{1}{\alpha_u}\right)^{-1}$$

$$\mathbf{dq} = \boldsymbol{\pi}\, \mathbf{dx}\, \mathbf{k_p} \left(\boldsymbol{\vartheta}_{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\vartheta}_{\mathbf{h}}(\mathbf{x})\right) \qquad (1)$$

$$\mathbf{dq} = -\mathbf{m_t c_{pt} d} \vartheta_{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) \qquad (2)$$

(знак минус потиче од тога што је dq снага која се одузима топлом флуиду)

$$\mathbf{dq} = -\mathbf{m_h c_{ph} d} \vartheta_{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) \qquad (3)$$

(dq снага која се предаје хладном флуиду; знак минус потиче од струјања флуида у супротном смеру x осе)

Значење ознака у претходна два израза је:

m_t – масени проток топлог флуида,

m_h – масени проток хладног флуида,

c_{pt} – специфични масени топлотни капацитет топлог флуида, и

c_{ph} – специфични масени топлотни капацитет хладног флуида.

Одређивање коефицијента преласка топлоте из номиналних услова.

```
tu_ul_nom := 72                tv_ul_nom := 25

tu_iz_nom := 64                tv_iz_nom := 42
```

$Q\_nom := 298 \cdot 10^3$

```
dt_ul := tu_ul_nom − tv_iz_nom

dt_izl := tu_iz_nom − tv_ul_nom
```

Унутрашњи пречник цеви: d_{ucv}=13mm

Спољашњи пречник цеви: d_{scv}= d_{ucv} +2δ_{cv}=15mm

$$S_{hladnjaka}^{un} = N_c \pi d_{ucv}\, 2\, L_c = 17.744\, m^2$$

$$k_p = \frac{Q_{nom} \ln\left(\frac{dt\_izl}{dt\_ul}\right)}{S_{hladnjaka}^{un}(dt\_izl - dt\_ul)}$$

$$k_p = 489.586$$

$$\frac{1}{k_{p\_prljavo}} = \frac{1}{k_p} + f_v = \frac{1}{489.586} + 0.0002781$$

$$k_{p\_prljavo} = 430.915$$

Непознате величине се могу одредити из система 3 једначине (1), (2) и (3), које важе за целокупни хладњак:

$$q = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu})$$

$$q = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv})$$

$$q = \frac{k_{p\_prljavo} S_{hladnjaka}^{un}(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})}{\ln\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}}$$

$$q = \frac{k_{p\_prljavo} S_{hladnjaka}^{un}((\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}) - (\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}))}{\ln\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}}$$

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{q}{m_t\, c_{pt}}$$

$$\vartheta_{tv} = \vartheta_{hv} + \frac{q}{m_h\, c_{ph}}$$

q=245 kW
ϑ_{hu}=54.687°C
ϑ_{tv}=34.687°C

4. задатак

Погледати материјале за предавања „Casovi_22_do_25“.

http://term-procesi.etf.bg.ac.rs/predavanja.html

5. задатак

' ONAF

" ODAF

$\theta_{du}{}' = \vartheta_{du}{}' - \vartheta_a = 30K$

$\theta'_{gun1} = \theta'_{du} + \Delta\theta'_{n1} = 30K + 24K = 54K$

$\theta'_{gun2} = \theta'_{du} + \Delta\theta'_{n2} = 30K + 21K = 51K$
$\theta'_{guh} = \theta'_{du} + \Delta\theta'_{h} = 30K + 22K = 52K$

$$\theta_{suh}' = \theta_{du}' + \frac{\Delta\theta_h'}{2} = 30K + \frac{22}{2} = 41K$$

Вредност пораста средње температуре уља у хладњаку остаје иста (иста је у ODAF и ONAF режиму).

$\theta''_{suh} = \theta'_{suh} = 41\text{К}$

$$\frac{\Delta\theta_{n1}''}{\Delta\theta_{n1}'} = \frac{\Delta\theta_{n2}''}{\Delta\theta_{n2}'} = \frac{\Delta\theta_{h}''}{\Delta\theta_{h}'} = \frac{Q'}{Q''} = \frac{1}{4}$$

$\Delta\theta_{n1}'' = 6K$

$\Delta\theta_{n2}'' = 5.25K$

$\Delta\theta_{h}'' = 5.5K$

$$\theta_{du}'' = \theta''_{suh} - \frac{\Delta\theta_h''}{2} = 41K - \frac{5.5\text{ К}}{2} = 38.25\text{ К}$$

$\theta''_{gun1} = \theta''_{du} + \Delta\theta''_{n1} = 38.25K + 6K = 44.25K$
$\theta''_{gun2} = \theta''_{du} + \Delta\theta''_{n2} = 38.25K + 5.25K = 43.5K$
$\theta''_{guh} = \theta''_{du} + \Delta\theta''_{h} = 38.25K + 5.5K = 43.75K$

$\text{g}_{ns1}' = \text{g}_{n1}' - \text{g}_{np1}' = 19K - 3K = 16K$
$\text{g}_{ns2}' = \text{g}_{2}' - \text{g}_{np2}' = 20.5K - 6K = 14.5K$

$$\text{g}_{ns1}'' = \text{g}_{ns1}'\left(\frac{\alpha_{n1}'}{\alpha_{n1}''}\right) = \text{g}_{ns1}'\left(\frac{Q_{n1}'}{Q_{n1}''}\right)^{0.46} = 16K\left(\frac{1}{4}\right)^{0.46} = 8.46K$$
$$\text{g}_{ns2}'' = \text{g}_{ns2}'\left(\frac{\alpha_{n2}'}{\alpha_{n2}''}\right) = \text{g}_{ns2}'\left(\frac{Q_{n2}'}{Q_{n2}''}\right)^{0.46} = 14.5K\left(\frac{1}{4}\right)^{0.46} = 7.66K$$

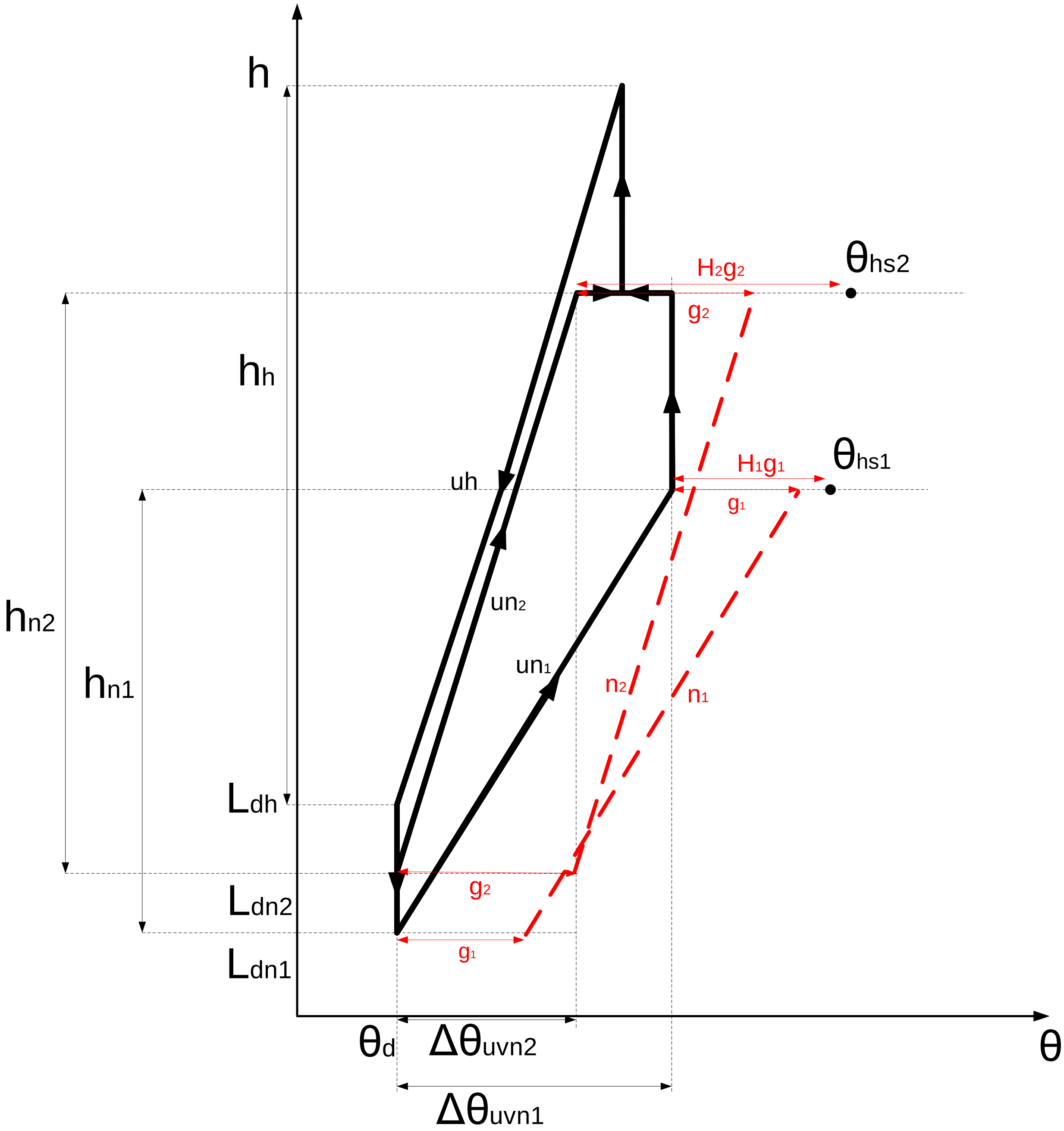
$\text{g}_{n1}'' = \text{g}_{np1}'' + \text{g}_{ns1}'' = 8.46K + 3K = 11.46K$

$\text{g}_{n2}'' = \text{g}_{np2}'' + \text{g}_{ns2}'' = 7.66K + 6K = 13.66K$

Порасти температура најтоплије тачке у односу на температуру амбијента:

$\theta'_{hs1} = \theta'_{gun1} + H_{n1ON}\ \text{g}'_{n1} = 54K + 1.2 \cdot 19K = 76.8K$
$\theta'_{hs2} = \theta'_{gun2} + H_{n2ON}\ \text{g}'_{n2} = 51K + 1.15 \cdot 20.5K = 74.58K$

$\theta''_{hs1} = \theta''_{gun1} + H_{n1OD}\ \text{g}''_{n1} = 44.25K + 1.18 \cdot 11.46K = 57.77K$
$\theta''_{hs2} = \theta''_{gun2} + H_{n2OD}\ \text{g}''_{n2} = 43.5K + 1.1 \cdot 13.66K = 58.53K$


h
θhs2
H2g2
g2
hh
θhs1
H1g1
g1
uh
hn2
un2
un1
n2
n1
hn1
Ldh
g2
Ldn2
g1
Ldn1
θd
Δθuvn2
θ
Δθuvn1

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

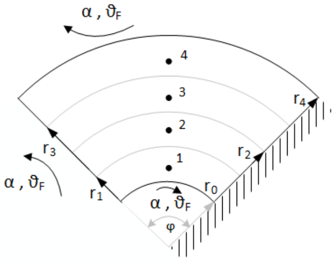
Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 29. 8. 2018.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

На сваком од задатака се може добити максимално 2 поена



1. Написати 2Д систем једначина енергетског биланса, по експлицитној методи коначних елемената, чијим се решавањем могу добити температуре у средиштима четири дела (чворови 1 до 4) са слике. Три од четири граничне површи се хладе природним струјањем флуида температуре ϑ_F, при чему коефицијент преноса топлоте струјањем износи α, док је четврта површ изолована. Топлота се генерише по запремини, запреминском густином снаге $q_v(r)= q_{v0}\, r / r_0$. Случај посматрати као дводимензиони пренос топлоте у цилиндричном координатном систему (по координатама r и φ).

2. Поставити систем алгебарских једначина из кога се може одредити снага хлађења преко ребра за хлађење кружног попречног пресека (пречник круга D). Ребро се састоји из два дела: дужина делова (L_1 и L_2) , топлотна проводност делова λ_1 и λ_2. Део 1 је ослоњен на тело које се хлади. Задата је температура базиса ребра који је постављен на тело које се хлади ϑ_b и температура ваздуха (ϑ_∞) којим се принудно хлади ребро (коефицијент преласка топлоте је константан и износи α). Користити прецизан гранични услов на базису ребра који је у додиру са ваздухом.

3. Навести карактеристике референтног идеалног црног тела.

4. Једножилни кабл пресека бакра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu}$ =56·10^6 S/m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Cu20} =4.29·10^{-3}°C^{-1}) S_{Cu} = 95 mm^2, са PVC изолацијом дебљине изолације d_{iz} = 1 mm (топлотна специфична проводност λ_{PVC} = 0.16 W/(m K)) положен је у тло специфичне топлотне проводности 1/ρ_z=0.4 W/(m K). Максимална дозвољена температура PVC изолације износи ϑ_{doz}=70°C, а температура земље удаљене од кабла износи ϑ_z=20°C. Одредити максимално дозвољену вредност једносмерне струје која протиче кроз кабл постављен у кошуљицу сачињену од материјала специфичне топлотне отпорности 1/ρ_{zk}=1 W/(m K), при чему је спољашња површ кошуљице цилиндар ваљка пречника D_k=100 mm. При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака ϑ_z=20°C, може узети цилиндар ваљка пречника D_{ref}=1000 mm. Максимална дозвољена вредност једносмерне струје када се кабл положи директно у тло износи 80A. Контактни отпор на месту преласка топлоте на тло је обрнуту сразмеран додирној површи. Израз за градијент температуре у цилиндричном координатном систему гласи

$$grad\vartheta = \frac{\partial\vartheta}{\partial r}\overrightarrow{i_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varphi}\overrightarrow{i_\varphi} + \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\overrightarrow{i_z}.$$

5. Приказати график промене температуре у трансформатору - уља у намотајима, уља у радијатору и намотаја, укључујући и најтоплију тачку намотаја. Приказ дати за трансформатор са два намотаја истих висина, чији се почеци налазе на истој позицији, различитих вертикалних градијената температуре у сваком од њих, и истих градијената температуре намотај – уље у намотају и истих фактора најтоплије тачке. Поред протицања уља кроз намотаје, постоји и компонента струјања уља поред активног дела трансформатора by-pass, за коју се приближно може сматрати да се ово уље не загрева. До мешања уља из намотаја и by-pass-а уља долази на координати висине намотаја. Дно хладњака се налази на већој висини од дна намотаја. Врх хладњака се налази на већој висини од врха намотаја.

Решења задатака:

1. задатак

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa}$$

где су

P_{gen} - укупна подужна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,

P_{akum} - укупна подужна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и

$P_{prenosa}$ - подужна снага којом се енергија размењује са осталим елементима и околином.

Генерисана енергија по запремини материјала је функција полупречника кружног исечка, односно сваког елемента, па је подужна генерисана снага за i - ти елемент

$$P_{geni} = \int_{r_{i-1}}^{r_i} q_{v0} \frac{r}{r_0} 2\,\pi r \frac{\varphi}{360°} dr$$

$$P_{geni} = \frac{q_{v0}}{r_0} 2\pi \frac{\varphi}{360°} \frac{(r_i^3 - r_{i-1}^3)}{3}$$

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном (p+1) тренутку у односу на текући тренутак p:

$$P_{akumi} = \ \rho\, c_p\, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{d\vartheta_i}{dt} = \rho\, c_p\, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{\vartheta_i^{p+1} - \vartheta_i^p}{\Delta t}$$

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr}$$

Пренос топлоте зрачењем се занемарује у целом систему $P_{zri} = 0, i = 1..4$.

Пренос топлоте провођењем се дешава по координати полупречника и по угаоној φ координати.

За репрезентативну температуру сваког елемента узима се температура у средишњој тачки сваког дела.

Дакле, за елементе i = (1, 2, 3) , снага преноса топлоте провођењем се састоји из једног члана који представља снагу преноса топлоте провођењем ка елементу 2, 3 и 4, респективно.

$$P_{provi} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_{i+1}^p}{\frac{1}{2\pi\lambda \frac{\varphi}{360}} ln \frac{(r_i + r_{i+1})/2}{(r_i + r_{i-1})/2}}$$

Пренос топлоте струјањем се дешава на свим додирним површинама елемената са флуидом.

Снага преноса топлоте са елемента $i = 1..4$ на околни флуид по φ координати у смеру ка десно, посматрано од средишње тачке елемента, састоји се делом од провођења до краја елемента и делом од струјања са додирне површи на флуид:

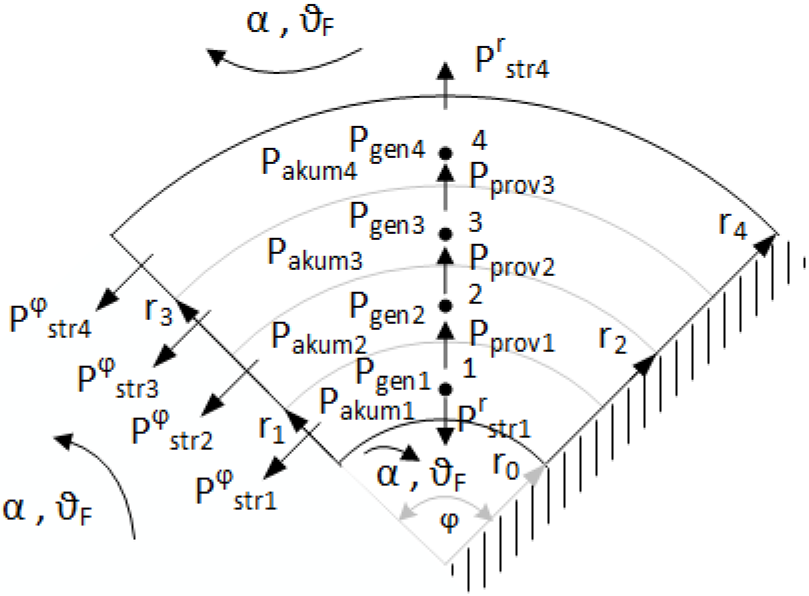
$$P_{stri}^{\varphi} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_f^p}{\frac{1}{2} R_{i-f}^{\varphi}} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_f^p}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{1}{r_i - r_{i-1}} + \frac{1}{\lambda}\frac{2\pi \frac{(r_i + r_{i-1})}{2} \frac{\varphi/2}{360°}}{r_i - r_{i-1}}\right)}$$

Снага преноса топлоте са елемента 1 на околни флуид у радијалном правцу је:

$$P_{str1}^{r} = \frac{\vartheta_1^p - \vartheta_f^p}{R_{1-f}^{r}} = \frac{\vartheta_1^p - \vartheta_f^p}{\frac{1}{\alpha}\frac{1}{2\pi r_0 \frac{\varphi}{360°}} + \frac{1}{2\pi\lambda \frac{\varphi}{360}} ln \frac{(r_0 + r_1)/2}{r_0}}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента 4 на околни флуид у радијалном правцу је:

$$P_{str4}^{r} = \frac{\vartheta_4^p - \vartheta_f^p}{R_{4-f}^{r}} = \frac{\vartheta_4^p - \vartheta_f^p}{\frac{1}{\alpha}\frac{1}{2\pi r_4 \frac{\varphi}{360^\circ}} + \frac{1}{2\pi\lambda\frac{\varphi}{360}} ln\frac{r_4}{(r_3+r_4)/2}}$$

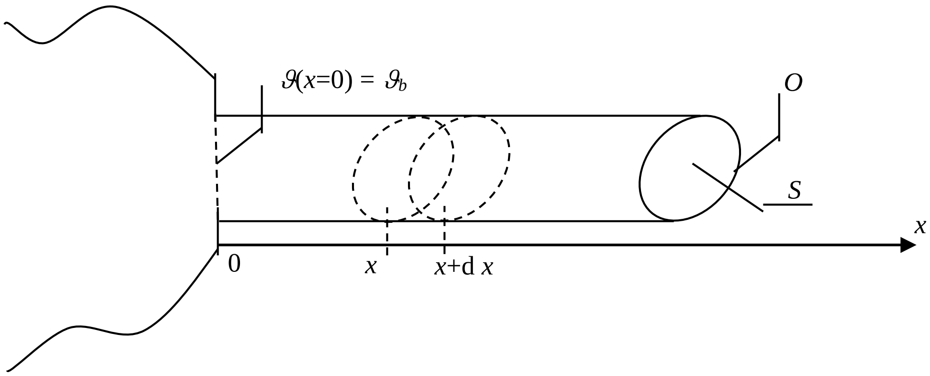


У складу са претходним изразима, тражени систем једначина има облик:

$$P_{gen1} = P_{akum1} + P_{prov1} + P_{str1}^{r} + P_{str1}^{\varphi}$$
$$P_{gen2} = P_{akum2} - P_{prov1} + P_{prov2} + P_{str2}^{\varphi}$$
$$P_{gen3} = P_{akum3} - P_{prov2} + P_{prov3} + P_{str3}^{\varphi}$$
$$P_{gen4} = P_{akum4} - P_{prov3} + P_{str4}^{r} + P_{str4}^{\varphi}$$

2. задатак

Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра на растојању *x* од тела на које је ребро ослоњено, дужине d*x* (слика 2) гласи:



Слика 2

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \tag{2.1}$$

q_x представља снагу којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), а d$q_{strujanja}$ снагу којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине dx. Разлика (q_{x+dx} - q_x) представља диференцијал функције снаге провођења топлоте; функционална зависност снаге провођења од координате x гласи

$$q_x = - \lambda \, S \, \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, \tag{2.2}$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати x,

$$\Delta \, q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial \, q_x}{\partial \, x} \, d \, x = \frac{\partial}{\partial \, x} \left(-\lambda \, S \, \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) d \, x = - \lambda \, S \, \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \, d \, x \tag{2.3}$$

Израз (2.3) важи за линеарну топлопроводну средину – константна вредност топлотне проводности.

Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача износи

$$d \, q_{strujanja} = \alpha \, \pi \, D \, d \, x \, (\, \vartheta - \vartheta_\infty \,). \tag{2.4}$$

Уврштавањем у једначину (2.1) израза за диференцијал функције (2.3) и снаге преноса топлоте струјањем (2.4), долази се до

$$\lambda \, S \, \frac{d^2 \vartheta}{d \, x^2} \;\; d \, x = \alpha \, \pi \, D \, d \, x \, (\, \vartheta - \vartheta_\infty \,), \tag{2.5}$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење

$$\frac{d^2 \vartheta}{d \, x^2} = \frac{\alpha \, \pi \, D}{\lambda \, S} \, (\vartheta - \vartheta_\infty \,). \tag{2.6}$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент преласка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(\, x \,) = C_1 \, e^{m \, x} + C_2 \, e^{-m \, x} + \vartheta_\infty \, , \tag{2.7}$$

где је m параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{\alpha \, \pi \, D}{\lambda \, S} = \frac{4 \, \alpha}{\lambda \, D} \;\; . \tag{2.8}$$

Јеначине облика (2.7) се могу добити одвојено за два дела ребра:

део 1 (топлотна проводност материјала λ_1)

$$\vartheta_1(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_\propto, m^2 = \frac{\alpha \pi D}{\lambda_1 \frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4\alpha}{\lambda_1 D} \tag{2.9}$$

који важи за $x=0..L_1$ и

део 2 (топлотна проводност материјала λ_2)

$$\vartheta_2(x) = C_3 e^{nx} + C_4 e^{-nx} + \vartheta_\propto, n^2 = \frac{\alpha \pi D}{\lambda_2 \frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4\alpha}{\lambda_2 D} \tag{2.10}$$

који важи за $x= L_1..L_2$.

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалних једначина се одређују на основу граничних услова за два базиса ребра за хлађење и из граничних услова на додирној површи два дела ребра различите топлотне проводности.

1. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра која је ослоњена на тело (x = 0) – ϑ_1 (x = 0) = ϑ_b.

   (2.11)

2. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење (x = L_1+L_2; L_1+L_2 представља дужину ребра), који је у додиру са расхладним флуидом, температуре ϑ_∞, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем са базиса на флуид α. Прецизан исказ другог граничног услова гласи

$$-\lambda_2\left(\frac{d\vartheta_2}{dx}\right)_{x=L_1+L_2} = \alpha(\vartheta_2(x = L_1 + L_2) - \vartheta_\propto) \qquad (2.12)$$

3. Трећи гранични услов се добија из једнакости температура на споју два материјала:

   $\vartheta_1\,(x = L_1) = \vartheta_2\,(x = L_1)$. (2.13)

4. Четврти гранични услов се добија из једнакости снага преноса у непосредној околини додирног слоја два материјала:

   $$-\lambda_1\left(\frac{d\vartheta_1}{dx}\right)_{x=L_1^-} = -\lambda_2\left(\frac{d\vartheta_2}{dx}\right)_{x=L_1^+} \qquad (2.14)$$

Снага одвођења топлоте се може израчунати преко

$$P = \int_{x=0}^{L_1} \alpha\pi D(\vartheta_1(x) - \vartheta_\propto)dx \; + \int_{x=L_1}^{L_2} \alpha\pi D(\vartheta_2(x) - \vartheta_\propto)dx \; + \alpha\frac{\pi D^2}{4}(\vartheta_2(x = L_1 + L_2) - \vartheta_\propto)dx \qquad (2.15)$$

или, што је једноставније,

$$P = -\lambda_1\frac{\pi D^2}{4}\left(\frac{d\vartheta_1}{dx}\right)_{x=0}$$

3. задатак

Погледати текст са предавања „Casovi_7_do_9“.

4. задатак

D_{cu}≈11mm

D_{PVC}=11+2=13mm

D_k=100mm

D_{ref}=1000mm

Извођење формуле за топлотни отпор

$$\overrightarrow{q_s} = -\lambda\; grad\vartheta = -\lambda\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\overrightarrow{\iota_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\vartheta}{\partial\varphi}\overrightarrow{\iota_\varphi} + \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\overrightarrow{\iota_z}\right)$$

$$\vartheta = \vartheta(r) = const(\varphi, z)$$

$$\overrightarrow{q_s} = -\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\overrightarrow{\iota_r}$$

$$q = \iint_S \overrightarrow{q_s}\,\overrightarrow{dS}$$

У случају константе топлотне проводности

$$q = -\lambda\frac{\partial\vartheta}{\partial r}2\pi rL$$

$$d\vartheta = -\frac{q}{2\pi r\lambda L}dr$$

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = -\frac{q}{2\pi\lambda L}ln(\frac{R_2}{R_1})$$

$$R^T = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{q_L} = \frac{1}{2\pi\lambda}ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{1}{2\pi\lambda}ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) = \frac{\rho}{2\pi}ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{\rho}{2\pi}ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$$

Одређивање максимално дозвољене струје према условима из задатка

$$R_{Cu} = \frac{1}{\sigma\cdot S}\left(1+\alpha\left(70-20\right)\right) = \frac{1}{56\cdot 95}\left(1+4.29\cdot 10^{-3}\,50\right) = 2.28\cdot \quad \Omega/\text{m} \quad \eta$$

$$R_{Cu}\,I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_l^T}$$

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta_a}{R_{Cu}\, R_l^T}}$$

Контактни отпор се може одредити из дозвољене вредности струје при полагању кабла директно у тло:

$$R_{direktno}^{T} = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} ln\left(\frac{D_{PVC}}{D_{cu}}\right) + R_{kont}^{d} + \frac{\rho_z}{2\pi} ln\left(\frac{D_{ref}}{D_{PVC}}\right) = 0.16617 + R_{kont}^{d} + 1.72795 = R_{kont}^{d} + 1.89412mK/W$$

$$I = \sqrt{\frac{70-20}{2.28\ 10^{-4}\ (1.89412 + R_{kont}^{T})}} = 80A$$

$$R_{kont}^{d} = \frac{c_{kont}}{D_{PVC}} = 32.37123\ mK/W$$

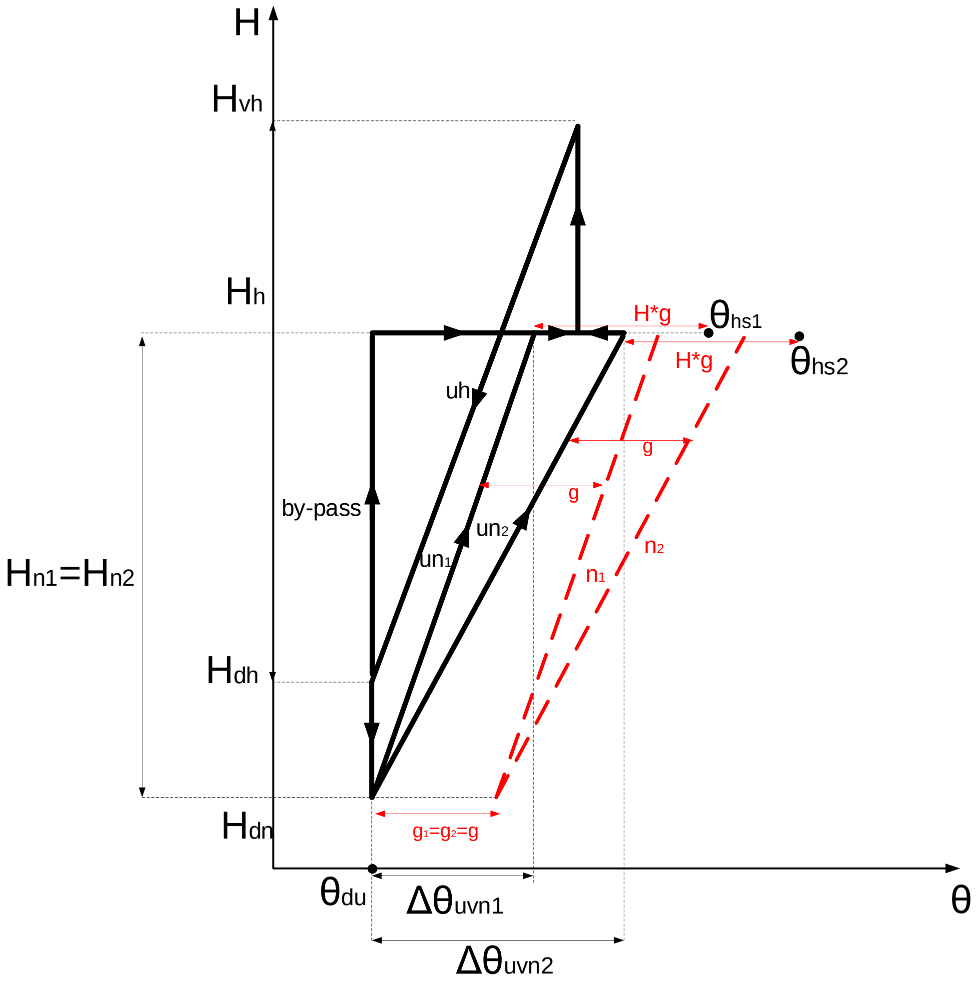
$$c_{kont} = 0.42083$$

Дозвољена струја при полагању кабла у кошуљицу износи

$$R_{kosuljica}^{T} = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} ln\left(\frac{D_{PVC}}{D_{cu}}\right) + \frac{\rho_{zk}}{2\pi} ln\left(\frac{D_k}{D_{PVC}}\right) + \frac{c_{kont}}{D_k} + \frac{\rho_z}{2\pi} ln\left(\frac{D_{ref}}{D_k}\right) = 0.16617 + 0.32471 + 4.2083 + 0.91617$$
$$= 5.61535mK/W$$

$$I = \sqrt{\frac{70-20}{2.28\ 10^{-4}\ 5.61535}} = 197.62A$$

5. задатак

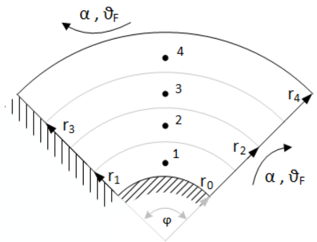


ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 19. 9. 2018.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић
На сваком од задатака се може добити максимално 2 поена



1. Написати 2Д систем једначина енергетског биланса, по експлицитној методи коначних елемената, чијим се решавањем могу добити температуре у средиштима четири дела (чворови 1 до 4) са слике. Две од четири граничне површи се хладе природним струјањем флуида температуре ϑ_F, при чему коефицијент преноса топлоте струјањем износи α, док су преостале две површи изоловане. Топлота се генерише по запремини, запреминском густином снаге $q_v(r)= q_{v0}\, r / r_0$. Случај посматрати као дводимензиони пренос топлоте у цилиндричном координатном систему (по координатама r и φ).

2. Поставити систем алгебарских једначина из кога се може одредити снага хлађења преко ребра за хлађење кружног попречног пресека (пречник круга D). Ребро се састоји из два дела: дужина делова (L_1 и L_2), топлотна проводност делова λ_1 и λ_2. Део 1 је ослоњен на тело које се хлади. Задата је температура базиса ребра који је постављен на тело које се хлади ϑ_b и температура ваздуха (ϑ_∞) којим се принудно хлади ребро (коефицијент преласка топлоте се мења са променом температуре ребра: α=C(ϑ-ϑ_∞)^n). Користити прецизан гранични услов на базису ребра који је у додиру са ваздухом.

3. Колико износи јачина зрачења идеалног сивог тела температуре 800°C и емисивности 0.7 у правцу који са нормалом на површ заклапа угао од 30°?

4. Одредити дозвољену једносекундну једносмерну струју кратког споја (I_{1sdoz}) проводника од бакра површине попречног пресека 95 mm^2 ако је максимална дозвољена температура изолације 180 °C, а кратак спој настаје при номиналном оптерећењу (температура 100°C). Познате су карактеристике бакра: c_{Cu}=385J/(kg ^{0}C), ρ_{Cu}=8933kg/m^3, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu}$ =56×10^6 S / m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Cu20} =4.29×10^{-3}°C^{-1}. При прорачуну сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски. При прорачуну снаге генерисања топлоте узети у обзир температурну промену електричне проводности; може се сматрати да струја кратког споја има константну вредност.

5. Приказати график промене температуре у трансформатору - уља у намотајима, уља у радијатору и намотаја, укључујући и најтоплију тачку намотаја. Приказ дати за трансформатор са два намотаја истих висина, чији се почеци налазе на истој позицији, различитих вертикалних градијената температуре у сваком од њих, и истих градијената температуре намотај – уље у намотају и истих фактора најтоплије тачке. Поред протицања уља кроз намотаје, постоји и компонента струјања уља поред активног дела трансформатора by-pass, за коју се приближно може сматрати да се ово уље не загрева. До мешања уља из намотаја и by-pass-а уља долази на координати висине намотаја. Дно хладњака се налази на већој висини од дна намотаја. Врх хладњака се налази на већој висини од врха намотаја.

Решења задатака:

1. задатак

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa}$$

где су

P_{gen} - укупна подужна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,

P_{akum} - укупна подужна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и

$P_{prenosa}$ - подужна снага којом се енергија размењује са осталим елементима и околином.

Генерисана енергија по запремини материјала је функција полупречника кружног исечка, односно сваког елемента, па је подужна генерисана снага за i - ти елемент

$$P_{geni} = \int_{r_{i-1}}^{r_i} q_{v0} \frac{r}{r_0} 2\,\pi r \frac{\varphi}{360°} dr$$

$$P_{geni} = \frac{q_{v0}}{r_0} 2\pi \frac{\varphi}{360°} \frac{(r_i^3 - r_{i-1}^3)}{3}$$

По експлицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у наредном (p+1) тренутку у односу на текући тренутак p:

$$P_{akumi} = \ \rho\, c_p\, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{d\vartheta_i}{dt} = \rho\, c_p\, \pi(r_i^2 - r_{i-1}^2) \frac{\varphi}{360°} \frac{\vartheta_i^{p+1} - \vartheta_i^p}{\Delta t}$$

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем, струјањем и зрачењем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} + P_{zr}$$

Пренос топлоте зрачењем се занемарује у целом систему $P_{zri} = 0, i = 1..4$.

Пренос топлоте провођењем се дешава по координати полупречника и по угаоној φ координати.

За репрезентативну температуру сваког елемента узима се температура у средишњој тачки сваког дела.

Дакле, за елементе i = (1, 2, 3) , снага преноса топлоте провођењем се састоји из једног члана који представља снагу преноса топлоте провођењем ка елементу 2, 3 и 4, респективно.

$$P_{provi} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_{i+1}^p}{\dfrac{1}{2\pi\lambda \dfrac{\varphi}{360}} ln \dfrac{(r_i + r_{i+1})/2}{(r_i + r_{i-1})/2}}$$

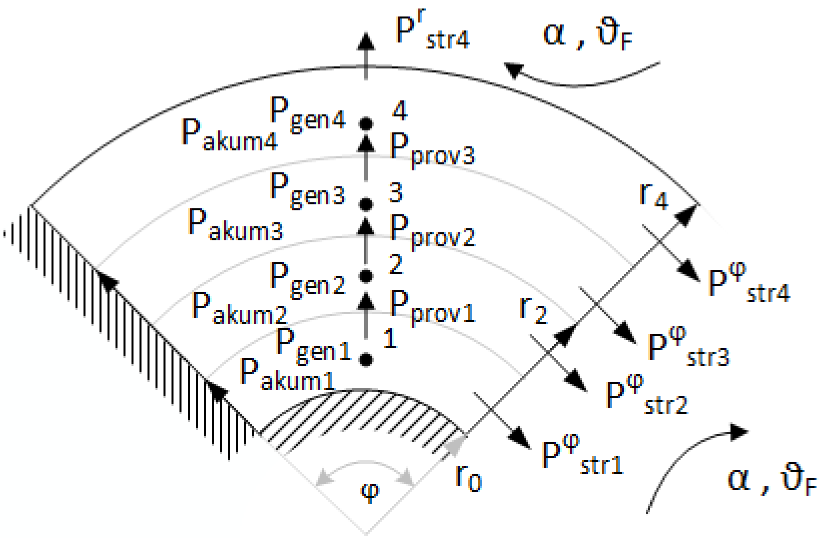
Пренос топлоте струјањем се дешава на горњој, највећој површини елемента 4 и десним додирним површинама свих елемената са флуидом.

Снага преноса топлоте са елемента $i = 1..4$ на околни флуид по φ координати у смеру ка десно, посматрано од средишње тачке елемента, састоји се делом од провођења до краја елемента и делом од струјања са додирне површи на флуид:

$$P_{stri}^{\varphi} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_f^p}{R_{i-f}^{\varphi}} = \frac{\vartheta_i^p - \vartheta_f^p}{\dfrac{1}{\alpha} \dfrac{1}{r_i - r_{i-1}} + \dfrac{1}{\lambda} \dfrac{2\pi \dfrac{(r_i + r_{i-1})}{2} \dfrac{\varphi/2}{360°}}{r_i - r_{i-1}}}$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента 4 на околни флуид у радијалном правцу је:

$$P_{str4}^{r} = \frac{\vartheta_4^p - \vartheta_f^p}{R_{4-f}^{r}} = \frac{\vartheta_4^p - \vartheta_f^p}{\dfrac{1}{2\pi\lambda \dfrac{\varphi}{360}} ln \dfrac{r_4}{(r_3 + r_4)/2} + \dfrac{1}{\alpha} \dfrac{1}{2\pi r_4 \dfrac{\varphi}{360°}}}$$

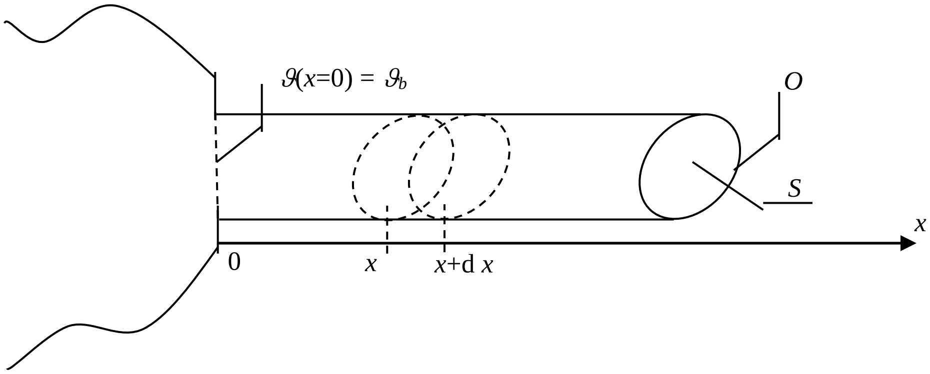


У складу са претходним изразима, тражени систем једначина има облик:

$$P_{gen1} = P_{akum1} + P_{prov1} + P^{\varphi}_{str1}$$
$$P_{gen2} = P_{akum2} - P_{prov1} + P_{prov2} + P^{\varphi}_{str2}$$
$$P_{gen3} = P_{akum3} - P_{prov2} + P_{prov3} + P^{\varphi}_{str3}$$
$$P_{gen4} = P_{akum4} - P_{prov3} + P^{r}_{str4} + P^{\varphi}_{str4}$$

2. задатак

Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра на растојању x од тела на које је ребро ослоњено, дужине dx (слика 2) гласи:



Слика 2

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \tag{2.1}$$

q_x представља снагу којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), а d$q_{strujanja}$ снагу којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине dx. Разлика (q_{x+dx} - q_x) представља диференцијал функције снаге провођења топлоте; функционална зависност снаге провођења од координате x гласи

$$q_x = -\lambda\, S\, \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, \tag{2.2}$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати x,

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda S \frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) dx = -\lambda S \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \qquad (2.3)$$

Израз (2.3) важи за линеарну топлопроводну средину – константна вредност топлотне проводности.

Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача износи

$$dq_{strujanja} = \alpha \pi D dx(\vartheta - \vartheta_\infty) = C\pi D dx(\vartheta - \vartheta_\infty)^{n+1}. \qquad (2.4)$$

Уврштавањем у једначину (2.1) израза за диференцијал функције (2.3) и снаге преноса топлоте струјањем (2.4), долази се до

$$\lambda S \frac{d^2\vartheta}{dx^2} dx = C\pi D dx(\vartheta - \vartheta_\infty)^{n+1}, \qquad (2.5)$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \frac{C\pi D}{\lambda S}(\vartheta - \vartheta_\infty)^{n+1}. \qquad (2.6)$$

Јеначине облика (2.6) се могу добити одвојено за два дела ребра:

део 1 (топлотна проводност материјала λ_1)

$$\frac{d^2\vartheta_1(x)}{dx^2} = \frac{C\pi D}{\lambda_1 S}(\vartheta_1(x) - \vartheta_\infty)^{n+1} \qquad (2.7)$$

који важи за $x=0..L_1$ и

део 2 (топлотна проводност материјала λ_2)

$$\frac{d^2\vartheta_2(x)}{dx^2} = \frac{C\pi D}{\lambda_2 S}(\vartheta_2(x) - \vartheta_\infty)^{n+1} \qquad (2.8)$$

који важи за $x= L_1..L_2$.

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалних једначина се одређују на основу граничних услова за два базиса ребра за хлађење и из граничних услова на додирној површи два дела ребра различите топлотне проводности.

1. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра која је ослоњена на тело ($x = 0$) – ϑ_1 ($x = 0$) = ϑ_b.

   (2.9)

2. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L_1+L_2$; L_1+L_2 представља дужину ребра), који је у додиру са расхладним флуидом, температуре ϑ_∞, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем са базиса на флуид α. Прецизан исказ другог граничног услова гласи

   $$-\lambda_2 \left(\frac{d\vartheta_2}{dx}\right)_{x=L_1+L_2} = C(\vartheta_2(x = L_1 + L_2) - \vartheta_\infty)^{n+1} \qquad (2.10)$$

3. Трећи гранични услов се добија из једнакости температура на споју два материјала:

   ϑ_1 ($x = L_1$) = ϑ_2 ($x = L_1$) . (2.11)

4. Четврти гранични услов се добија из једнакости снага преноса у непосредној околини додирног слоја два материјала:

   $$-\lambda_1 \left(\frac{d\vartheta_1}{dx}\right)_{x=L_1^-} = -\lambda_2 \left(\frac{d\vartheta_2}{dx}\right)_{x=L_1^+} \qquad (2.12)$$

Снага одвођења топлоте се може израчунати преко

$$P = \int_{x=0}^{L_1} C\pi D(\vartheta_1(x) - \vartheta_\propto)^{n+1}dx + \int_{x=L_1}^{L_2} C\pi D(\vartheta_2(x) - \vartheta_\propto)^{n+1}dx + C\frac{\pi D^2}{4}(\vartheta_2(x = L_1 + L_2) - \vartheta_\propto)^{n+1}dx$$

(2.15)

или, што је једноставније,

$$P = -\lambda_1 \frac{\pi D^2}{4}\left(\frac{d\vartheta_1}{dx}\right)_{x=0}$$

3. задатак

Површинска густина снаге зрачења сивог тела на основу Планковог закона зрачења је:

$q_s^{st} = \varepsilon \sigma_c T^4$,

где је

ε - коефцијент емисивности сивог тела,

σ_c =5.67 * 10^{-8} W/(m^{2}K^4) – Штефан - Болцманова константа и

T – апсолутна температура сивог тела (К).

$$q_s^{st} = 0.7 * 5.67\ *\ 10^{-8} * (800 + 273.15)^4 = 52.64\, kW/m^2$$

Јачина зрачења идеалног сивог тела у правцу нормале се може одредити као

$J_0 = \frac{q_s^{st}}{\pi} = 16.76\, kW/srad,$

А на основу Ламбертовог закона се долази до јачине зрачења у жељеном правцу

$J_{30} = J_0 cos30 = 14.51\, kW/srad.$

4. задатак

Пошто се термички процес по настанку кратког споја сматра адијабатским, занемарује се снага којом се топлота размењује са околином у току кратког споја и сматра да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности, тј. стварно загревање проводника у току кратког споја је мало мање од тако израчунатог.

Снага којом се топлотна енергија акумулира у бакру једнака је снази којом се топлота генерише услед Џулових губитака.

$$P_{gen} = P_{akum} \tag{4.1}$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом

$$P_{gen} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}}\left(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20\,)\right)\frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{Cu}} \tag{4.2}$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом

$$P_{akum} = C_{Cu}^T \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} \tag{4.3}$$

Подужни топлотни капацитет проводника је једнак

$$C_{Cu}^T = \rho_{Cu} S_{Cu} c_{pCu} = 326.724 \frac{J}{mK} \tag{4.4}$$

Из претходник израза се добија диференцијална једначина која описује промену температуре бакарног проводника. То је уједно и температура најтоплијих тачака изолације (тачке на унутрашњој површи изолације уз сам проводник).

$$C_{Cu}^T \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} = \frac{1}{\sigma_{Cu20}}\left(1 + \alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu} - 20\,)\right)\frac{I_{1s\,doz}^2}{S_{Cu}} \tag{4. 5}$$

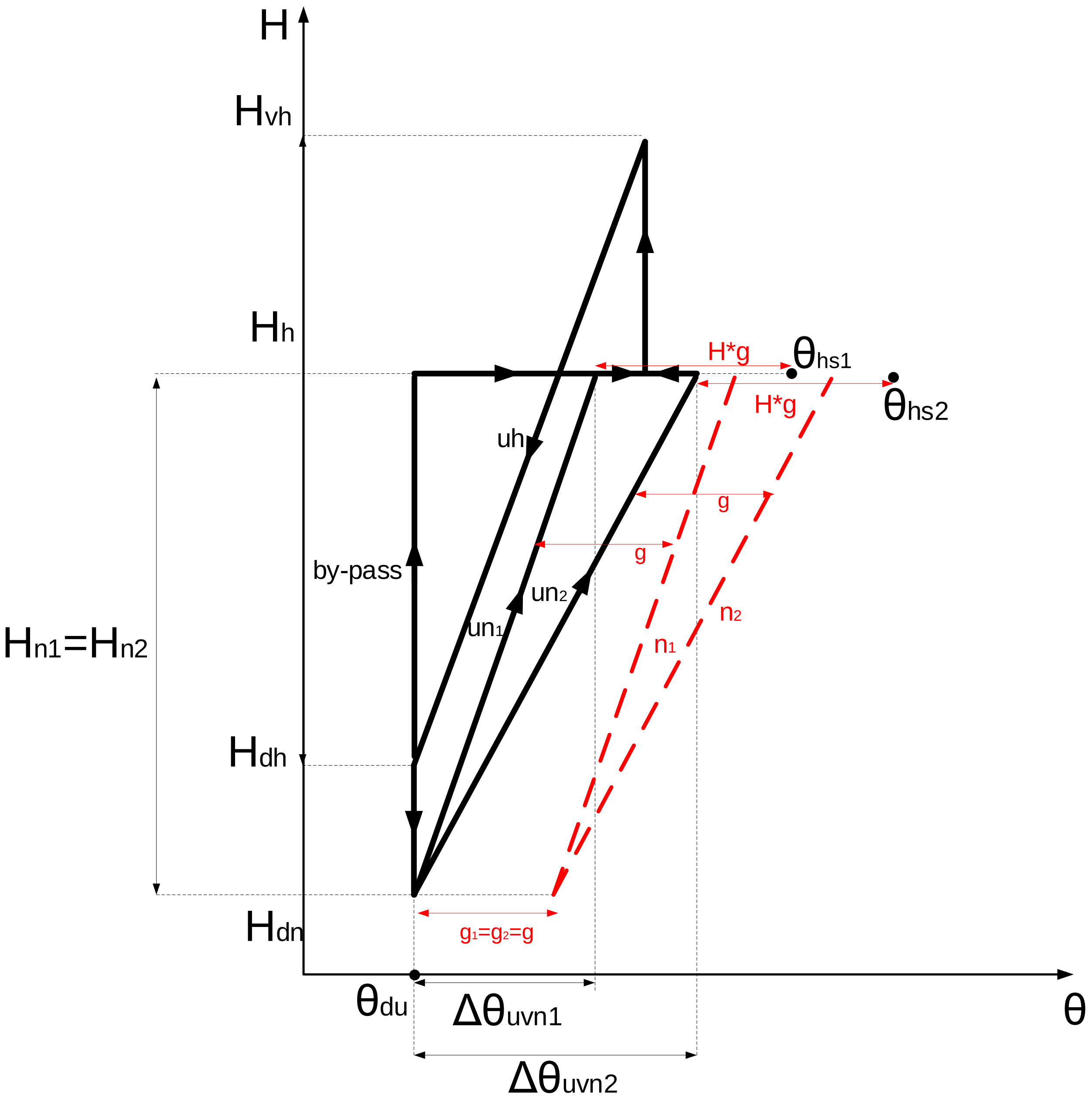
$$\frac{d\vartheta_{Cu}}{(1+\alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu}-20\,))} = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{1s\,doz}^2 dt \tag{4.6}$$

$$\int_{\vartheta_{Cu}=100}^{\vartheta_{max}} \frac{d\vartheta_{Cu}}{(1+\alpha_{Cu20}(\vartheta_{Cu}-20\,))} = \int_{t=0}^{t_{ks}} \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{1s\,doz}^2 dt = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{1s\,doz}^2 t_{ks} \tag{4.7}$$

$$\frac{1}{\alpha_{Cu20}} \ln \frac{1+\alpha_{Cu20}(\vartheta_{max}-20\,)}{1+\alpha_{Cu20}(100-20\,)} = \frac{1}{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}} I_{1s\,max}^2 t_{ks} \tag{4.8}$$

$$I_{1s\,doz} = \sqrt{\frac{C_{Cu}^T \sigma_{Cu20} S_{Cu}}{\alpha_{Cu20} t_{ks}} \ln \frac{1+\alpha_{Cu20}(\vartheta_{max}-20\,)}{1+\alpha_{Cu20}(100-20\,)}} = \sqrt{40516.82 \ln \frac{1.6864}{1.3432}} = 9602\, A \tag{4.9}$$

5. задатак


H
Hvh
Hh
H*g
θhs1
H*g
θhs2
uh
by-pass
un2
un1
g
g
n2
n1
Hn1=Hn2
Hdh
Hdn
g1=g2=g
θdu
Δθuvn1
θ
Δθuvn2