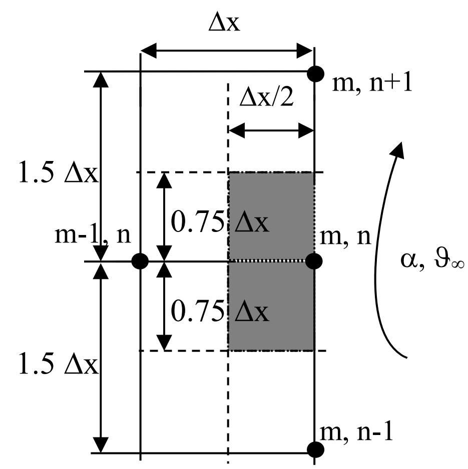
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Први колоквијум из предмета Термички процеси у електроенергетици

Колоквијум траје максимално 150 минута 28. 12. 2012.
За сваки потпуно тачно урађени задатак се добија 2.5 поена
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић



1. Написати изразе енергетског биланса из којих се изводе изрази за а) експлицитну и б) имплицитну методу коначних елемената за осенчени елемент топлопроводне средине на слици, са усвојеном карактеристичном тачком m, n. Сматрати да су познати сви подаци о карактеристикама материјала топлопроводне средине, запреминска густина константног генерисања топлоте по запремини q_v, као и коефицијент преласка топлоте струјањем α са тела на околни флуид температуре ϑ_∞.

2. Дати прецизну дефиницију топлотног отпора између две изотемичке површи (1 поен). Извести израз за топлотни отпор између унутрашње површи сферног зида (полупречник унутрашње лопте r_u) и спољашње површи сферичног зида (полупречник спољашње лопте r_s). Топлотна проводност материјала од кога је сачињен зид у зони између r_u и r_z износи λ_1, а у зони између r_z и r_s износи λ_2. (1.5 поена). Израз за градијент у сферном координатном систему: $grad\,\vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial r}\vec{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \vartheta}{\partial \theta}\vec{i}_\theta + \frac{1}{r\cdot\sin\theta}\frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi}\vec{i}_\varphi$

3. У бојлеру запремине 12 l налази се вода на температури амбијента $\vartheta_a = 20\ ^0$C. Бојлер поседује “on-off” (хистерезисни) регулатор који искључује грејач када температура воде пређе подешену вредност за 5 K, а укључује грејач када температура воде падне испод подешене вредности за 5 K; на регулатору је подешена температура 60 ^{0}C. Бојлер се укључи у 7 часова 30 минута. Колико износи температуре воде у 7 часова 50 минута, ако се у 7 часова 40 минута утроши 5 литара воде температуре $\vartheta_{uv} = 40\ ^0$C. При израчунавању сматрати да је трајање потрошње топле воде занемарљиво мало. Техничке карактеристике бојлера су: снага грејача $P_{gr} = 2$ kW, маса казана $m_k = 2$ kg, спољашње димензије бојлера 40cm x 25cm x 20cm. Дебљина топлотне изолације око казана, специфичне топлотне проводности $\lambda = 0.1$ W/(m·K) износи $\delta = 20$ mm. Коефицијент преласка топлоте струјањем са спољашње површи на ваздух износи $\alpha_s = 5$ W/(m^{2}K), а коефицијент преласка топлоте струјањем са воде на казан $\alpha_u >> \alpha_s$. Густина воде износи $\rho_v = 1000$ kg/m^3, специфични топлотни капацитет воде $c_{pv} = 4200$ J/(kgK) и специфични топлотни капацитет казана $c_{pk} = 474$ J/(kgK). Топлотни отпор преносу топлоте кроз топлотну изолацију казана израчунати по формула за раван зид површине $(S_u + S_s)$ / 2.

4. Написати дефинициони израз за фактор виђења између површи за коју се може сматрати да је “тачкаста” и површи коначне величине. Полазећи од опште дефиниције фактора виђења између две површи, објаснити који је критеријум да се нека површ може сматрати тачкастом.

Решења задатака

2.задатак

Због симетрије, температура зависи само од радијалне координате у сферном координатном систему (чији је центар уједно и центар унутрашње и спољашње површи сферног зида), односно изотермичке површи су сфере концентричне спољашњој и унутрашњој површи сферног зида.

$$\vartheta = \vartheta(r) \tag{1.1}$$

Снага се преноси радијално, односно вектор површинске густине снаге има само радијалну координату, при чему интензитет вектора површинске густине снаге такође зависи само од радијалне координате.

$$\vec{q}_s = -\lambda \cdot grad\,\vartheta = -\lambda \cdot \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\vec{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \vartheta}{\partial \theta}\vec{i}_\theta + \frac{1}{r \cdot \sin\theta}\frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi}\vec{i}_\varphi \right) = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot \vec{i}_r \tag{1.2}$$

Снага која се преноси кроз сферни зид може се добити интеграцијом вектора површинске густине снаге по сферној површи полупречника r ($r_u \le r \le r_z$):

$$q = \iint_S \vec{q}_s \cdot d\vec{S} = \iint_S -\lambda_1 \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot \vec{i}_r \cdot \vec{i}_r \cdot dS = -\lambda_1 \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot \iint_S dS = -\lambda_1 \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot S = -\lambda_1 \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \cdot 4\pi r^2 \tag{1.3}$$

Пошто температура зависи само од једне (радијалне) координате, парцијални извод из (1.3) прелази у обичан извод.

$$q = -\lambda_1 \frac{d\vartheta}{dr} \cdot 4\pi r^2 \tag{1.4}$$

Решавањем диференцијалне једначине (1.4), користећи чињеницу да је укупна снага која се преноси кроз сферни зид иста без обзира на сферу по којој рачунамо интеграл, добија се укупна промена температуре у делу сферног зида $r_u \le r \le r_z$.

$$\frac{q \cdot dr}{4\pi \cdot \lambda_1 \cdot r^2} = -d\vartheta \;\Rightarrow\; \int_{r=r_u}^{r_z} \frac{q \cdot dr}{4\pi \cdot \lambda_1 \cdot r^2} = -\int_{\vartheta=\vartheta_u}^{\vartheta_z} d\vartheta \;\Rightarrow\; \frac{q}{4\pi \cdot \lambda_1} \cdot \left(\frac{1}{r_u} - \frac{1}{r_z} \right) = \vartheta_u - \vartheta_z \tag{1.5}$$

Топлотни отпор дела сферног зида $r_u \le r \le r_z$ износи:

$$R_1 = \frac{\vartheta_u - \vartheta_z}{q} = \frac{1}{4\pi \cdot \lambda_1} \cdot \left(\frac{1}{r_u} - \frac{1}{r_z} \right) \tag{1.6}$$

Аналогно се изводи израз за топлотни отпор другог дела сферног зида $r_z \le r \le r_s$:

$$R_2 = \frac{1}{4\pi \cdot \lambda_2} \cdot \left(\frac{1}{r_z} - \frac{1}{r_s} \right) \tag{1.7}$$

Ови топлотни отпори су везани редно, те је укупан топлотни отпор дат следећим изразом:

$$R = R_1 + R_2 = \frac{1}{4\pi \cdot \lambda_1} \cdot \left(\frac{1}{r_u} - \frac{1}{r_z} \right) + \frac{1}{4\pi \cdot \lambda_2} \cdot \left(\frac{1}{r_z} - \frac{1}{r_s} \right) \tag{1.8}$$

3. задатак

Топлотни капацитет казана износи:

$$C_k = m_k \cdot c_{pk} = 948 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \tag{1.9}$$

Топлотни капацитет воде у бојлеру износи:

$$C_{vode} = \rho_{vode} \cdot V_{vode} \cdot c_{pv} = 50400 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \tag{1.10}$$

Укупан топлотни капацитет износи:

$$C = C_k + C_{vode} = 51348 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \tag{1.11}$$

Спољашње димензије бојлера износе:

$$A_s = 40\text{cm}$$
$$B_s = 25\text{cm} \tag{1.12}$$
$$C_s = 20\text{cm}$$

Унутрашње димензије бојлера износе:

$$A_u = A_s - 2\delta = 36\text{cm}$$
$$B_u = B_s - 2\delta = 21\text{cm} \tag{1.13}$$
$$C_u = C_s - 2\delta = 16\text{cm}$$

Спољашња и унутрашња површина бојлера износе:

$$S_s = 2\cdot(A_s\cdot B_s + B_s\cdot C_s + C_s\cdot A_s) = 0.46\ \text{m}^2$$
$$S_u = 2\cdot(A_u\cdot B_u + B_u\cdot C_u + C_u\cdot A_u) = 0.3336\ \text{m}^2 \tag{1.14}$$

Топлотни отпор изолације износи:

$$R_{izol} = \frac{\delta}{\lambda\cdot S} = 0.504\frac{\text{K}}{\text{W}},\quad S = \frac{S_u + S_s}{2} \tag{1.15}$$

Топлотни отпор услед струјања на спољашњој површи бојлера износи:

$$R_{str} = \frac{1}{\alpha\cdot S_s} = 0.4348\frac{\text{K}}{\text{W}} \tag{1.16}$$

Укупан топлотни отпор износи:

$$R = R_{izol} + R_{str} = 0.9388\frac{\text{K}}{\text{W}} \tag{1.17}$$

Термичка временска константа загревања воде у бојлеру износи:

$$\tau = R\cdot C = 803.425\,\text{min} \tag{1.18}$$

Пораст температуре воде који би се имао у устаљеном стању када би грејач био стално укључен износи:

$$\theta_{stac} = R\cdot P_g = 1877.6\text{K} \tag{1.19}$$

Промена пораста температуре воде у бојлеру описана је следећом једначином:

$$\theta(t) = \theta(0)\cdot e^{-t/\tau} + \theta_{stac}\cdot(1 - e^{-t/\tau}) \tag{1.20}$$

Пораст температуре воде након 10 минута од почетка загревања износи:

$$\theta_1 = \theta(10\,\text{min}) = \theta_{stac}\cdot(1 - e^{-10\,\text{min}/\tau}) = 23.225\text{K} \tag{1.21}$$

Температура воде након 10 минута од почетка загревања износи:

$$\vartheta_1 = \theta_1 + \vartheta_a = 43.225^\circ\text{C} \tag{1.22}$$

Температура воде непосредно након што је из бојлера потрошена одговарајућа количина воде може се добити на основу енергетског биланса. Укупна енергија која је предата околини трошењем 5 литара топле воде и узимањем исто толико воде на температури амбијента дата је следећим изразом:

$$Q = Q_{potr} - Q_{ulaz} = \rho_{vode}\cdot V_{potr}\cdot c_{pv}\cdot(\vartheta_{potr} - \vartheta_a) \tag{1.23}$$

Промена унутрашње енергије воде у бојлеру износи:

$$\Delta W = \rho_{vode}\cdot V_{vode}\cdot c_{pv}\cdot(\vartheta_2 - \vartheta_1) \tag{1.24}$$

На основу закона о одржању енергије, важи следећа релација:

$$\Delta W = -Q \tag{1.25}$$

Из релације (1.25) могуће је израчунати температуру воде непосредно након утрошка топле воде.

$$\vartheta_2 = -\frac{V_{potr}}{V_{vode}}\cdot(\vartheta_{potr} - \vartheta_a) + \vartheta_1 = 34.892^\circ\text{C},\quad \theta_2 = 14.892\text{K} \tag{1.26}$$

Након још 10 минута загревања, пораст температуре и температура воде износе:

$$\begin{aligned}&\theta_3 = \theta(10\,\mathrm{min}) = \theta_2 \cdot e^{-10\,\mathrm{min}/\tau} + \theta_{stac} \cdot (1 - e^{-10\,\mathrm{min}/\tau}) = 37.933\mathrm{K}\\&\vartheta_3 = 57.933^{\mathrm{o}}\mathrm{C}\end{aligned} \tag{1.27}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Други колоквијум из предмета Термички процеси у електроенергетици

Колоквијум траје максимално 150 минута 28. 12. 2012.
За сваки потпуно тачно урађени задатак се добија 2.5 поена
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Посматрајмо ребро за хлађење кружног попречног пресека, дужине $L = 10$ cm и запремине утрошеног материјала $V = 10^{-5}$ m^3 материјала. Температура базиса ребра који је постављен на тело које се хлади износи $\vartheta_b = 150$ ^{0}C. Ребро се хлади природним струјањем ваздуха температуре $\vartheta_a = 20$ ^{0}C, када коефицијент преласка топлоте износи $\alpha_a = 5$ W / (m^2 K). Колико износи ефикасност ребра за хлађење ако је топлотна проводност материјала од кога је сачињено ребро: а) $\lambda_1 = 177$ W / (m K), б) $\lambda_1 = 140$ W / (m K)? Користити гранични услов да је температура граничне површи са ваздухом једнака температури ваздуха. Снагу хлађења преко површи ребра за хлађење израчунати интеграцијом снаге која се одводи са омотача цилиндричног ребра за хлађење.

2. Један електрични проводник је начињен од бакра, чија специфична електрична отпорност на 20°C износи ρ_{20}=1.7×10^{-8} Ωm, а коефицијент њеног линеарног пораста са температуром α_{Cu20}=3.9×10^{-3}°C^{-1}: $\rho=\rho_{20}\,(1+\alpha_{Cu20}\,(\vartheta - 20))$. Површина кружног попречног пресека изолованог проводника износи $S_{Cu} = 263.25$ mm^2. При протицању константне номиналне струје кроз проводник, његова устаљена температура износи 100 °C. Колико износи једносекундна струја кратког споја, који настаје у устаљеном номиналном радном режиму, при којој температура изолације неће прећи 180 °C. Занемарити ефекат потискивања струје у проводнику и сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабадски. Густина бакра износи $\rho_{Cu} = 8900$ kg/m^3, а специфични масени топлотни капацитет $c_{p\,Cu} = 390$ J/(kg K).

3. Извести изразе za снагу преноса топлоте између унутрашње цеви кроз коју струји уље и спољашње цеви кроз коју струји вода (дужина цеви износи L; спољашња цев је идеално топлотно изолована од околине). Површи цеви према страни уља (S_u) и према страни воде (S_v) се разликују. Изразе написати за случајеве чистог хладњака и хладњака на чијој се страни воде наталожи материја топлотне проводности λ_v и дебљине δ_v, а на страни уља топлотне проводности λ_u и дебљине δ_u. Сматрати да су познати коефицијенти преласка топлоте са уља (α_u) и на воду (α_v) и да се отпор провођењу топлоте кроз унутрашњу цев може занемарити. Температуре топлог уља (ϑ_{tu}) и хладне воде (ϑ_{hv}), проток уља (Q_u) и проток воде (Q_v) су познати и једнаки случајевима чистог и запрљаног хладњака. Сматрати да су познате све потребне термичке карактеристике уља и воде.

4. Објаснити како се отпорност намотаја практично користи за мерење његове температуре. Због чега овај принцип мерења није довољан да би се проверило да ли примењено конструкционо решење термичке критеријуме за примењену класу изолације? Који је поступак који се даје у стандардима за проверу температуре која је критична за загревање и угроженост изолације.

Решења задатака:

1. задатак

Диференцијална једначина која описује промену температуре дуж ребра у устаљеном стању гласи:

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2}=\frac{4\alpha}{\lambda D}\cdot(\vartheta(x)-\vartheta_a)=m^2\cdot\vartheta(x)-m^2\cdot\vartheta_a,\quad m=\sqrt{\frac{4\alpha}{\lambda D}} \tag{1.28}$$

Опште решење диференцијалне једначине (1.28) је дато изразом (1.29):

$$\vartheta(x)=C_1\cdot e^{m\cdot x}+C_2\cdot e^{-m\cdot x}+\vartheta_a \tag{1.29}$$

Интеграционе константе које фигуришу у општем решењу могу се одредити из граничних услова за леви и десни базис ребра:

$$\vartheta(0)=\vartheta_b \tag{1.30}$$

$$\vartheta(L)=\vartheta_a \tag{1.31}$$

Заменом израза (1.29) у једначине (1.30) и (1.31) и њиховим решавањем по C_1 и C_2 добијају се интеграционе константе:

$$C_1=-\frac{\vartheta_b-\vartheta_a}{e^{m\cdot L}-e^{-m\cdot L}}\cdot e^{-m\cdot L}=-\frac{\vartheta_b-\vartheta_a}{2\cdot sh(mL)}\cdot e^{-m\cdot L} \tag{1.32}$$

$$C_2=\frac{\vartheta_b-\vartheta_a}{e^{m\cdot L}-e^{-m\cdot L}}\cdot e^{m\cdot L}=\frac{\vartheta_b-\vartheta_a}{2\cdot sh(mL)}\cdot e^{m\cdot L} \tag{1.33}$$

Заменом (1.32) и (1.33) у (1.29) добија се израз који описује расподелу температуре дуж ребра у устаљеном стању:

$$\vartheta(x)=\frac{\vartheta_b-\vartheta_a}{2\cdot sh(mL)}\cdot(e^{m\cdot L}\cdot e^{-m\cdot x}-e^{-m\cdot L}\cdot e^{m\cdot x})+\vartheta_a=\frac{\vartheta_b-\vartheta_a}{sh(mL)}\cdot sh[m(L-x)]+\vartheta_a \tag{1.34}$$

Укупна снага која се преноси преко ребра износи

$$q_{uk}=\int\limits_{x=0}^{L}\alpha\cdot(\vartheta(x)-\vartheta_a)\cdot dS=\int\limits_{x=0}^{L}\alpha\cdot\frac{\vartheta_b-\vartheta_a}{sh(mL)}\cdot sh[m(L-x)]\cdot D\cdot\pi\cdot dx=\frac{\alpha\cdot D\cdot\pi}{m}\cdot\frac{\vartheta_b-\vartheta_a}{sh(mL)}\cdot(ch(mL)-1) \tag{1.35}$$

Ефикасност ребра за хлађење дефинише се као однос снаге којом се топлота односи са реалног ребра и снаге којом би се топлота односила са површи омотача цилиндричног ребра за хлађење чија би температура била ϑ_b:

$$\eta=\frac{q_{uk}}{\alpha\cdot S_{rebra}\cdot(\vartheta_b-\vartheta_a)}=\frac{q_{uk}}{\alpha\cdot D\cdot\pi\cdot L\cdot(\vartheta_b-\vartheta_a)} \tag{1.36}$$

У траженим случајевима, ефикасност ребра има следеће вредности:

а) $\eta=0.4959$ б) $\eta=0.4948$

2. задатак

Пошто се термички процес по настанку кратког споја сматра адијабатским, занемарује се снага којом се топлота размењује са околином у току кратког споја и сматра да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности, тј. стварно загревање проводника у току кратког споја ће у сваком случају бити мање од тако израчунатог.

Снага којом се топлотна енергија акумулира у бакру једнака је снази којом се топлота генерише услед Џулових губитака.

$$P_{akum}=P_{gen} \tag{1.37}$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом

$$P_{gen}=\rho_{20}\cdot(1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{Cu}-20))\cdot\frac{I^2}{S} \tag{1.38}$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом

$$P_{akum} = C_{Cu}^{T} \cdot \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} \tag{1.39}$$

Подужни топлотни капацитет проводника је једнак

$$C_{Cu}^{T} = \rho_{Cu} \cdot S \cdot c_{pCu} = 913.741 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mK}} \tag{1.40}$$

Из претходник израза се добија диференцијална једначина која описује промену температуре бакарног проводника. То је уједно и температура најтоплијих тачака изолације (тачке на унутрашњој површи изолације уз сам проводник).

$$C_{Cu}^{T} \cdot \frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} = \rho_{20} \cdot (1 - 20 \cdot \alpha_{Cu20}) \cdot \frac{I^2}{S} + \frac{\rho_{20} \cdot \alpha_{Cu20} \cdot I^2}{S} \cdot \vartheta_{Cu} \tag{1.41}$$

Једначина (1.41) се може представити у следећем облику:

$$\frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} - \frac{1}{\tau} \cdot \vartheta_{Cu} = \frac{1}{\tau \cdot \alpha_{Cu20}} \cdot (1 - 20 \cdot \alpha_{Cu20}), \quad \tau = \frac{S \cdot C_{Cu}^{T}}{\rho_{20} \cdot \alpha_{Cu20} \cdot I^2} \tag{1.42}$$

Опште решење једначине (1.42) гласи

$$\vartheta_{Cu}(t) = C_1 \cdot e^{t/\tau} + \frac{20 \cdot \alpha_{Cu20} - 1}{\alpha_{Cu20}} = C_1 \cdot e^{t/\tau} + \vartheta_p \tag{1.43}$$

Интеграциона константа која фигурише у (1.43) одређује се из почетног услова:

$$\vartheta_{Cu}(0) = \vartheta_{nom} = 100^{\circ}\mathrm{C} \tag{1.44}$$

$$C_1 = \vartheta_{nom} - \vartheta_p \tag{1.45}$$

$$\vartheta_{Cu}(t) = (\vartheta_{nom} - \vartheta_p) \cdot e^{t/\tau} + \vartheta_p \tag{1.46}$$

Максимална једносекундна струја кратког споја при којој температура проводника и изолације неће прећи $\vartheta_{\max} = 180^{\circ}\mathrm{C}$ налази се из услова:

$$\vartheta_{Cu}(t^*) = \vartheta_{\max} = (\vartheta_{nom} - \vartheta_p) \cdot e^{t^*/\tau} + \vartheta_p, \quad t^* = 1\mathrm{s} \tag{1.47}$$

$$\tau = \frac{t^*}{\ln\left(\dfrac{\vartheta_{\max} - \vartheta_p}{\vartheta_{nom} - \vartheta_p}\right)} = 4.6874\mathrm{s} \tag{1.48}$$

$$I_{\max 1s} = \sqrt{\frac{S \cdot C_{Cu}^{T}}{\rho_{20} \cdot \alpha_{Cu20} \cdot \tau}} = 27.821\ \mathrm{kA} \tag{1.49}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 24. 1. 2013.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Написати општу температурну једначину у правоугаоном координатном систему за случај хомогене нелинеарне топлопроводне средине.

2. Нацртати дијаграм расподеле јачине зрачења (поларни дијаграм) идеалног сивог тела коефицијента сивоће 0.8 и температуре површи 700 ^{0}C?

3. Ако се електрични проводник начињен од бакра пресека 10 mm^2 може оптеретити једносмерном струјом 36 A, коликом би се струјом могао оптеретити идентичан проводник са идентичном изолацијом и идентичним начином полагања ако би се уместо бакра проводник начинио од алуминијума? Специфична електрична проводност на 20°C износи $\sigma_{20\,Cu}$=56×10^6 S / m, односно $\sigma_{20\,Al}$=34.8×10^6 S / m, а коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром α_{Cu20}=3.9×10^{-3}°C^{-1}, односно α_{Al20}=4×10^{-3}°C^{-1} ρ=ρ_{20} (1+α_{Cu20} (ϑ - 20)). Одредити однос једносекундих струја кратког споја за проводнике од бакра и алуминијума ако је дозвољени пораст температура при кратком споју који настаје у тренутку дуготрајног номиналног оптерећења проводника 80 K (са 100 °C на 180 °C). Познати су подаци о материјалима: c_{Cu} = 390 J/(kg ^{0}C), ρ_{Cu} = 8900 kg/m^3, односно c_{Al} = 910 J/(kg ^{0}C), ρ_{Al} = 2700 kg/m^3. При израчунавању користити упрошћење да је специфична електрична отпорност током кратког споја константна и једнака вредности која се има при 140 °C.

4. Посматрајмо ребро за хлађење кружног попречног пресека, дужине L = 10 cm и запремине утрошеног материјала V = 10^{-5} m^3 материјала. Температура базиса ребра који је постављен на тело које се хлади износи ϑ_b = 150 ^{0}C. Ребро се хлади природним струјањем ваздуха температуре ϑ_a = 20 ^{0}C, када коефицијент преласка топлоте износи α_a = 5 W / (m^2 K). Колико износи ефикасност ребра за хлађење ако је топлотна проводност материјала од кога је сачињено ребро: а) λ_l = 177 W / (m K), б) λ_l = 140 W / (m K)? Користити тачан гранични услов на граничној површи са ваздухом.

5. Објаснити како се отпорност намотаја практично користи за мерење његове температуре. Због чега овај принцип мерења није довољан да би се проверило да ли примењено конструкционо решење термичке критеријуме за примењену класу изолације? Који је поступак који се даје у стандардима за проверу температуре која је критична за загревање и угроженост изолације.

1. задатак

Општа температурна једначина за случај провођења топлоте има следећи облик (видети предавања):

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} - div(\lambda \cdot grad\,\vartheta) = q_v \tag{1.50}$$

У случају нелинеарне топлопроводне средине специфична топлотна проводност зависи од температуре. Та зависност описана је једначином:

$$\lambda = \lambda(\vartheta) \tag{1.51}$$

Хомогеност средине огледа се у томе што се релација (1.51) не мења по запремини, односно важи за целокупан посматрани домен. Зависност специфичне топлотне проводности од температуре би у случају нехомогене средине била приказана следећом релацијом:

$$\lambda = \lambda(\vartheta, x, y, z) \tag{1.52}$$

Из тога што специфична топлотна проводност у хомогеној средини не зависи експлицитно од просторних координата, не може се закључити да је она константна по запремини (у општем случају температура се мења по запремини, а специфична топлотна проводност зависи од температуре).

Релација (1.50) се може написати у следећем облику:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial z}) + q_v \tag{1.53}$$

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial x} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial z} + \lambda \cdot (\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}) + q_v \tag{1.54}$$

Изводи специфичне топлотне проводности по просторним координатама могу се за хомогену средину представити на следећи начин:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda}{\partial x} &= \frac{\partial \lambda}{\partial \vartheta} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial y} &= \frac{\partial \lambda}{\partial \vartheta} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial z} &= \frac{\partial \lambda}{\partial \vartheta} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \end{aligned} \tag{1.55}$$

Заменом релација (1.55) у (1.54) добија се коначан облик опште температурне једначине за хомогену нелинеарну топлопроводну средину:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial \vartheta} \cdot \left(\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial z}\right)^2 \right) + \lambda \cdot (\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2}) + q_v \tag{1.56}$$

2. задатак

Површинска густина снаге зрачења са површи извора износи:

$$q_s = \varepsilon \cdot \sigma_c \cdot T^4 = 0.8 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (700 + 273)^4 = 40655.98 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \tag{1.57}$$

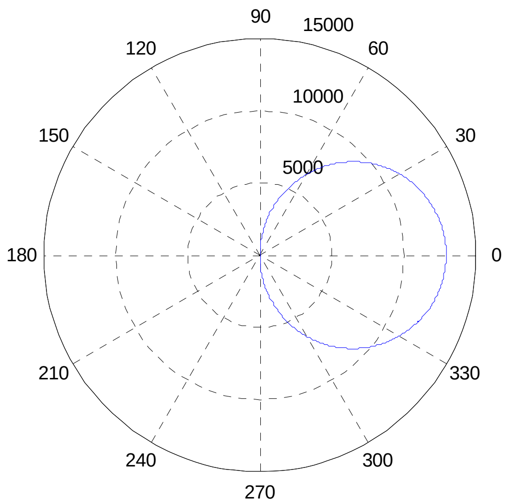
Јачина зрачења по јединици површине извора у правцу нормале на површ извора износи (видети задатак 18 из збирке):

$$I_{n,S} = \frac{q_s}{\pi} = 12941.20 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{srad}} \tag{1.58}$$

Пошто идеално сиво тело зрачи дифузионо, јачина зрачења у произвољном правцу који са нормалом на површ извора заклапа угао φ, дата је следећим изразом:

$$I_{\varphi,S} = I_{n,S} \cdot \cos\varphi \tag{1.59}$$

Дијаграм расподеле јачине зрачења приказан је на слици.



3. задатак

Максимална температура изолације (температура унутрашње површи изолације која је у додиру са проводником) иста је у оба случаја и она је та која диктира максимално дозвољено оптерећење. Ова температура може се израчунати на основу познавања еквивалентног топлотног отпора и снаге којом се топлота генерише у проводнику.

$$\vartheta_{\max Al} = \vartheta_{\max izol} = \vartheta_a + P_{gAl} \cdot R^T \tag{1.60}$$

$$\vartheta_{\max Cu} = \vartheta_{\max izol} = \vartheta_a + P_{gCu} \cdot R^T \tag{1.61}$$

Изједначавањем релација (1.60) и (1.61) добија се:

$$P_{gAl} \cdot R^T = P_{gCu} \cdot R^T \quad \Rightarrow \quad P_{gAl} = P_{gCu} \tag{1.62}$$

Уколико се изрази за снаге којима се топлота генерише у алуминијумском и бакарном проводнику уврсте у (1.62), добија се следећи израз:

$$\frac{1}{\sigma_{Cu20}} \cdot (1 + \alpha_{Cu20} \cdot (\vartheta_{Cu\max} - 20)) \cdot \frac{I^2_{\max Cu}}{S} = \frac{1}{\sigma_{Al20}} \cdot (1 + \alpha_{Al20} \cdot (\vartheta_{Al\max} - 20)) \cdot \frac{I^2_{\max Al}}{S} \tag{1.63}$$

На основу израза (1.63) могуће је израчунати максимално дозвољено струјно оптерећење проводника од алуминијума.

$$\frac{I_{\max Al}^2}{I_{\max Cu}^2}=\frac{\sigma_{Al20}}{\sigma_{Cu20}}\cdot\frac{1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{Cu\max}-20)}{1+\alpha_{Al20}\cdot(\vartheta_{Al\max}-20)} \tag{1.64}$$

$$I_{\max Al}=I_{\max Cu}\sqrt{\frac{\sigma_{Al20}}{\sigma_{Cu20}}\cdot\frac{1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{Cu\max}-20)}{1+\alpha_{Al20}\cdot(\vartheta_{Al\max}-20)}}=28.293\ \mathrm{A} \tag{1.65}$$

Специфичне електричне отпорности алуминијума и бакра на 140 степени, меродавне за кратак спој, износе:

$$\rho_{Cu140}=\frac{1}{\sigma_{Cu20}}\cdot(1+\alpha_{Cu20}\cdot(140-20))=2.6214\cdot10^{-8}\,\Omega\mathrm{m} \tag{1.66}$$

$$\rho_{Al140}=\frac{1}{\sigma_{Al20}}\cdot(1+\alpha_{Al20}\cdot(140-20))=4.2529\cdot10^{-8}\,\Omega\mathrm{m} \tag{1.67}$$

Подужни топлотни капацитети бакарног и алуминијумског проводника износе:

$$C_{Cu}^T=c_{pCu}\cdot S\cdot\rho_{Cu}=34.71\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mK}} \tag{1.68}$$

$$C_{Al}^T=c_{pAl}\cdot S\cdot\rho_{Al}=24.57\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mK}} \tag{1.69}$$

Термички процес који се одвија у току кратког споја сматра се адијабатским, тј. сматра се да се сва топлотна енергија генерисана у проводницима акумулише у истим. Пошто је примењена иста изолација, сматра се да су максималне температуре које се смеју достићи у току кратког споја једнаке за алуминијумски и бакарни проводник. Промену температуре бакарног проводника у току кратког споја описује следећа једначина:

$$C_{Cu}^T\cdot\frac{d\vartheta_{Cu}}{dt}=P_{gCu}=\frac{\rho_{Cu140}}{S}\cdot I_{1sCu}^2 \tag{1.70}$$

Интеграљењем једначине (1.70) добија се:

$$\int_{\vartheta_{nom}}^{\vartheta_{\max}}C_{Cu}^T\cdot d\vartheta_{Cu}=\int_0^{t_{ks}}\frac{\rho_{Cu140}}{S}\cdot I_{1sCu}^2\cdot dt \tag{1.71}$$

$$C_{Cu}^T\cdot(\vartheta_{\max}-\vartheta_{nom})=\frac{\rho_{Cu140}}{S}\cdot I_{1sCu}^2\cdot t_{ks} \tag{1.72}$$

Једначина аналогна једначини (1.72) се може извести и за случај алуминијумског проводника:

$$C_{Al}^T\cdot(\vartheta_{\max}-\vartheta_{nom})=\frac{\rho_{Al140}}{S}\cdot I_{1sAl}^2\cdot t_{ks} \tag{1.73}$$

Дељењем једначине (1.73) једначином (1.72) добија се однос одговарајућих струја кратког споја:

$$\frac{I_{1sAl}}{I_{1sCu}}=\sqrt{\frac{C_{Al}^T\cdot\rho_{Cu140}}{C_{Cu}^T\cdot\rho_{Al140}}}=0.661 \tag{1.74}$$

4. задатак

Израз који описује промену температуре дуж ребра за хлађење гласи (видети 1. задатак са колоквијума одржаног 28.12.2012):

$$\vartheta(x)=C_1\cdot e^{m\cdot x}+C_2\cdot e^{-m\cdot x}+\vartheta_a \tag{1.75}$$

Интеграционе константе које фигуришу у изразу (1.75) одређују се из граничних услова за базисе ребра:

$$\vartheta(0)=\vartheta_b \tag{1.76}$$

$$\alpha\cdot S\cdot(\vartheta(L)-\vartheta_a)=-\lambda\cdot S\cdot\frac{d\vartheta}{dx}(L)\ \Rightarrow\ \alpha\cdot(\vartheta(L)-\vartheta_a)=-\lambda\cdot\frac{d\vartheta}{dx}(L) \tag{1.77}$$

Заменом (1.75) у (1.76) и (1.77) и решавањем тако добијеног система једначина, добијају се изрази за поједине интеграционе константе:

$$C_1 = \frac{(\vartheta_b - \vartheta_a)\cdot(\frac{m\lambda}{\alpha} - 1)}{2\cdot\frac{m\lambda}{\alpha}\cdot ch(mL) + 2\cdot sh(mL)} e^{-mL} \tag{1.78}$$

$$C_2 = \frac{(\vartheta_b - \vartheta_a)\cdot(\frac{m\lambda}{\alpha} + 1)}{2\cdot\frac{m\lambda}{\alpha}\cdot ch(mL) + 2\cdot sh(mL)} e^{mL} \tag{1.79}$$

Заменом (1.78) и (1.79) у (1.75) добија се израз који описује промену температуре дуж ребра:

$$\vartheta(x) = \vartheta_a + \frac{(\vartheta_b - \vartheta_a)}{m\lambda\cdot ch(mL) + \alpha\cdot sh(mL)}(m\lambda\cdot ch[m(L-x)] + \alpha\cdot sh[m(L-x)]) \tag{1.80}$$

Укупна снага којом се топлота одводи преко ребра добија се на следећи начин:

$$q_{uk} = -\lambda\cdot S\cdot\frac{d\vartheta}{dx}(0) = \lambda\cdot\frac{D^2\pi}{4}\cdot(\vartheta_b - \vartheta_a)\cdot m\frac{m\lambda\cdot th(mL) + \alpha}{m\lambda + \alpha\cdot th(mL)} \tag{1.81}$$

Ефикасност ребра за хлађење дефинисана је изразом (1.36) и у конкретном случају износи:

а) $\eta = 0.9935$ б) $\eta = 0.9848$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 9. 2. 2013.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Написати општу температурну једначину у правоугаоном координатном систему за случај стационарног топлотног стања у хомогеној нелинеарној топлопроводној средини.

2. Нацртати дијаграм расподеле јачине зрачења (поларни дијаграм) идеалног сивог тела коефицијента сивоће 0.8 и температуре површи 700 ^{0}C?

3. Ако се електрични проводник начињен од бакра пресека 10 mm^2 може оптеретити једносмерном струјом 36 A, коликом би се струјом могао оптеретити идентичан проводник са идентичном изолацијом и идентичним начином полагања ако би се уместо бакра проводник начинио од алуминијума? Специфична електрична проводност на 20°C износи $\sigma_{20\,Cu}=56\times10^6$ S / m, односно $\sigma_{20\,Al}=34.8\times10^6$ S / m, а коефицијент линеарног пораста специфичне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20}=3.9\times10^{-3}$°C^{-1}, односно $\alpha_{Al20}=4\times10^{-3}$°C^{-1} $\rho=\rho_{20}\,(1+\alpha_{Cu20}\,(\vartheta - 20))$. Одредити однос једносекундих струја кратког споја за проводнике од бакра и алуминијума ако је дозвољени пораст температура при кратком споју који настаје у тренутку дуготрајног номиналног оптерећења проводника 80 K (са 100 °C на 180 °C). Познати су подаци о материјалима: c_{Cu} = 390 J/(kg ^{0}C), ρ_{Cu} = 8900 kg/m^3, односно c_{Al} = 910 J/(kg ^{0}C), ρ_{Al} = 2700 kg/m^3. При израчунавању користити упрошћење да је специфична електрична отпорност током кратког споја константна и једнака вредности која се има при 140 °C.

4. Објаснити на који начин (када и каква мерења) се могу експериментално одредити фактори запрљања хладњака са стране једног и другог флуида, односно како се може квантификовати смањење укупног коефицијента преноса топлоте услед запрљања једне и друге стране хладњака.

5. Подаци о дистрибутивном енергетском уљном трансформатору: номинални губици услед оптерећења (у намотајима) P_{Cun} = 6.5 kW, номинални губици у празном ходу (у језгру) P_{Fen} = 1.3 kW, номинални пораст температуре горњег уља θ_{gun} = 55 K, пораст средње температуре намотаја у односу на средњу температуру уља g_n = 20 K, фактор најтоплије тачке H = 1.1, временска константа по којој се приближно може рачунати временски ток промене температуре горњег уља 3 сата, а пораста средње температуре намотаја у односу на средњу температуру уља 5 минута. Однос пораста температуре горњег уља и његове номиналне вредности (θ_{gu} / θ_{gun}) је једнак количнику губитака и номиналних губитака (P_{gu} / P_{gun}) степенованом на 0.8. Идентична зависност важи и за разлику средње температуре намотаја и средње температуре уља (g / g_n), при чему је релевантан однос губитака у намотајима (P_{Cu} / P_{Cun}). Колико износи номинални пораст температуре најтоплије тачке у односу на амбијент, а колико температура најтоплије тачке после једног часа у коме је оптерећење трансформатора 1.3 p.u., при чему је температура амбијента константна и износи 20 ^{0}C?

Решења задатака

1. задатак

Видети решење 1. задатка са испита одржаног 24.1.2013. Једина разлика је у томе што се тражи општа температурна једначина у устаљеном стању, односно одговарајући парцијални извод температуре по времену је једнак нули.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \vartheta} \cdot \left(\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right)^2 \right) + \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) + q_v = 0 \tag{1.82}$$

2. задатак

Видети решење 2. задатка са испита одржаног 24.1.2013.

3. задатак

Видети решење 3. задатка са испита одржаног 24.1.2013.

5. задатак

Номинални пораст температуре најтоплије тачке износи:

$$\theta_{hsn} = \theta_{gun} + H \cdot g_n = 55 + 1.1 \cdot 20 = 77 \text{ K} \tag{1.83}$$

Пораст температуре горњег уља који би се имао у устаљеном стању при релативном оптерећењу трансформатора од 1.3 p.u. износи:

$$\frac{\theta_{gu}}{\theta_{gun}} = \left(\frac{P_{Cu} + P_{Fe}}{P_{Cun} + P_{Fen}} \right)^{0.8} = \left(\frac{\beta^2 \cdot P_{Cun} + P_{Fen}}{P_{Cun} + P_{Fen}} \right)^{0.8} = 1.4382 \Rightarrow \theta_{gu} = \theta_{gun} \cdot \left(\frac{\beta^2 \cdot P_{Cun} + P_{Fen}}{P_{Cun} + P_{Fen}} \right)^{0.8} = 79.10 \text{ K} \tag{1.84}$$

Пораст средње температуре намотаја у односу на средњу температуру уља при истом оптерећењу у устаљеном стању износи:

$$\frac{g}{g_n} = \left(\frac{P_{Cu}}{P_{Cun}} \right)^{0.8} = \left(\frac{\beta^2 \cdot P_{Cun}}{P_{Cun}} \right)^{0.8} = \beta^{1.6} = 1.522 \Rightarrow g = \beta^{1.6} \cdot g_n = 30.44 \text{ K} \tag{1.85}$$

Пораст средње температуре намотаја у односу на средњу температуру уља се током прелазног процеса приближно мења по експоненцијалној функцији:

$$g(t) = g(0) \cdot e^{-t/\tau_{nam}} + g \cdot (1 - e^{-t/\tau_{nam}}) = g \cdot (1 - e^{-t/\tau_{nam}}) \tag{1.86}$$

Пошто временска константа која описује промене пораста температуре намотаја у односу на уље износи 5 минута, може се сматрати да је пораст средње температуре намотаја у односу средњу температуру уља након сат времена једнак вредности која се има у устаљеном стању, тј.

$$g(1\text{h}) = g = 30.44 \text{ K} \tag{1.87}$$

Вредност температуре најтоплије тачке је у току прелазног процеса описана следећом једначином:

$$\theta_{hs}(t) = \theta_{gu}(t) + H \cdot g(t) \tag{1.88}$$

При томе су промене пораста температуре горњег уља приближно описане релацијом:

$$\theta_{gu}(t) = \theta_{gu}(0) \cdot e^{-t/\tau_u} + \theta_{gu} \cdot (1 - e^{-t/\tau_u}) = \theta_{gu} \cdot (1 - e^{-t/\tau_u}) \tag{1.89}$$

Вредност температуре најтоплије тачке сат времена након укључења трансформатора при оптерећењу једнаком 1.3 p.u. износи:

$$\vartheta_{hs}(1\text{h}) = \theta_{hs}(1\text{h}) + \vartheta_a = \theta_{gu}(1\text{h}) + H \cdot g(1\text{h}) + \vartheta_a = \theta_{gu} \cdot (1 - e^{-1\text{h}/\tau_u}) + H \cdot g + \vartheta_a = 55.91 + 1.1 \cdot 30.44 + 20 = 75.91^{\circ}\text{C} \tag{1.90}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 14. 6. 2013.

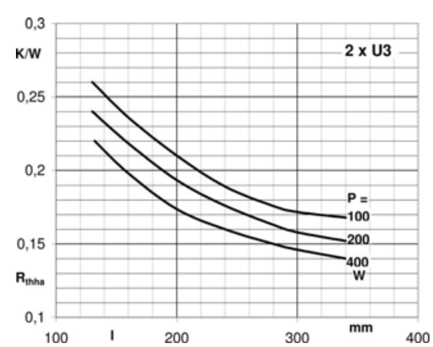
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Написати општу температурну једначину у правоугаоном координатном систему за случај стационарног топлотног стања у хомогеној нелинеарној топлопроводној средини.

2. Нацртати дијаграм расподеле јачине зрачења (поларни дијаграм) идеалног сивог тела коефицијента сивоће 0.8 и температуре површи 700 ^{0}C?

3. Ако се електрични проводник начињен од бакра пресека 10 mm^2 може оптеретити једносмерном струјом 36 A, колико би се струјом могао оптеретити идентичан проводник са идентичном изолацијом и идентичним начином полагања ако би се уместо бакра проводник начинио од алуминијума? Специфична електрична проводност на 20°C износи $\sigma_{20\,Cu}$=56×10^6 S / m, односно $\sigma_{20\,Al}$=34.8×10^6 S / m, а коефицијент линеарног пораста специфичне отпорности са температуром α_{Cu20}=3.9×10^{-3}°C^{-1}, односно α_{Al20}=4×10^{-3}°C^{-1} ρ=ρ_{20} (1+α_{Cu20} (ϑ - 20)). Одредити однос једносекундих струја кратког споја за проводнике од бакра и алуминијума ако је дозвољени пораст температура при кратком споју који настаје у тренутку дуготрајног номиналног оптерећења проводника 80 K (са 100 °C на 180 °C). Познати су подаци о материјалима: c_{Cu} = 390 J/(kg ^{0}C), ρ_{Cu} = 8900 kg/m^3, односно c_{Al} = 910 J/(kg ^{0}C), ρ_{Al} = 2700 kg/m^3. При израчунавању користити упрошћење да је специфична електрична отпорност током кратког споја константна и једнака вредности која се има при 140 °C.

4. На слици је дата зависност топлотног отпора једног хладњака од његове дужине и снаге губитака компоненте коју хлади. За хлађење једне компоненте у којој се генеришу губици снагом 400 W је одабран хладњак дужине 150 mm. Пораст температуре најтоплије тачке компоненте у односу на околни ваздух износи 100 K. Колико би износио овај пораст температуре када да дужина хладњака била дупло већа (300 mm)? Израчунати пораст температуре и за случај хладњака дужине 150 mm и снагу губитака у компоненти од 100 W.



5. Објаснити како се отпорност намотаја практично користи за мерење његове температуре. Због чега овај принцип мерења није довољан да би се проверило да ли примењено конструктивно решење испуњава термичке критеријуме за примењену класу чврсте изолације? Да ли за температуру уља постоји максимално дозвољена температура, да ли се и како у огледу загревања из IEC стандарда проверава услов загревања уља.

Решења задатака:

1. задатак

Видети решење 1. задатка са испита одржаног 9.2.2013.

2. задатак

Видети решење 2. задатка са испита одржаног 24.1.2013.

3. задатак

Видети решење 3. задатка са испита одржаног 24.1.2013.

4. задатак

Са слике се могу очитати вредности топлотног отпора хладњака за све случајеве од интереса:

$$\begin{aligned} R_{hl}(400\mathrm{W},150\mathrm{mm}) &= 0.205\ \mathrm{K/W} \\ R_{hl}(400\mathrm{W},300\mathrm{mm}) &= 0.145\ \mathrm{K/W} \\ R_{hl}(100\mathrm{W},150\mathrm{mm}) &= 0.24\ \mathrm{K/W} \end{aligned} \tag{1.91}$$

Из податка да пораст температуре најтоплије тачке компоненте при снази губитака од 400W износи 100K уколико је употребљен хладњак дужине 150 mm, може се израчунати еквивалентни топлотни отпор провођењу топлоте кроз саму компоненту од места генерисања губитака до хлађене површине.

$$\theta_{hs}(400\mathrm{W},150\mathrm{mm}) = (R_{hl}(400\mathrm{W},150\mathrm{mm}) + R_{komp})\cdot q_{gub} \;\Rightarrow\; R_{komp} = \frac{\theta_{hs}}{q_{gub}} - R_{hl}(400\mathrm{W},150\mathrm{mm}) = 0.045\ \mathrm{K/W} \tag{1.92}$$

На основу познатог топлотног отпора саме компоненте, топлотног отпора хладњака (очитаног за конкретан случај са одговарајућих карактеристика) и снаге губитака, одређује се пораст температуре најтоплије тачке компоненте за тражене случајеве:

$$\theta_{hs}(400\mathrm{W},300\mathrm{mm}) = (R_{hl}(400\mathrm{W},300\mathrm{mm}) + R_{komp})\cdot 400\mathrm{W}{=}76\mathrm{K} \tag{1.93}$$

$$\theta_{hs}(100\mathrm{W},150\mathrm{mm}) = (R_{hl}(100\mathrm{W},150\mathrm{mm}) + R_{komp})\cdot 100\mathrm{W}{=}28.5\mathrm{K} \tag{1.94}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 11. 7. 2013.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Наћи опште решење опште температурне једначине у правоугаоном координатном систему за случај стационарног топлотног стања у хомогеној линеарној топлопроводној средини у којој се одвија једнодимензиони пренос топлоте.

2. На истом дијаграму нацртати расподелу јачине зрачења (поларни дијаграм) идеалног црног тела температуре површи 600 ^{0}C и идеалног сивог тела емисивности 0.7 и температуре 700 ^{0}C.

3. Ако се електрични проводник начињен од бакра пресека 10 mm^2 може оптеретити једносмерном струјом 36 A, коликом би се струјом могао оптеретити идентичан проводник са идентичном изолацијом и идентичним начином полагања ако би се уместо бакра проводник начинио од алуминијума? Специфична електрична проводност на 20°C износи $\sigma_{20\,Cu}$=56×10^6 S / m, односно $\sigma_{20\,Al}$=34.8×10^6 S / m, а коефицијент линеарног пораста специфичне отпорности са температуром α_{Cu20}=3.9×10^{-3}°C^{-1}, односно α_{Al20}=4×10^{-3}°C^{-1} $\rho=\rho_{20}\,(1+\alpha_{Cu20}\,(\vartheta - 20))$. Одредити однос једносекундих струја кратког споја за проводнике од бакра и алуминијума ако је дозвољени пораст температура при кратком споју који настаје у тренутку дуготрајног номиналног оптерећења проводника 80 K (са 100 °C на 180 °C). Познати су подаци о материјалима: c_{Cu} = 390 J/(kg ^{0}C), ρ_{Cu} = 8900 kg/m^3, односно c_{Al} = 910 J/(kg ^{0}C), ρ_{Al} = 2700 kg/m^3. При израчунавању користити упрошћење да је специфична електрична отпорност током кратког споја константна и једнака вредности која се има при 140 °C.

4. Дати прецизну дефиницију топлотног отпора између две изотемичке површи чврстог тела.

5. Објаснити како се отпорност намотаја практично користи за мерење његове температуре. Због чега овај принцип мерења није довољан да би се проверило да ли примењено конструктивно решење испуњава термичке критеријуме за примењену класу чврсте изолације

Решења задатака:

<u>2. задатак</u>

Површинска густина снаге зрачења са површи извора за црно тело износи:

$$q_{sc} = \sigma_c \cdot T_c^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (600 + 273)^4 = 32933.66 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \tag{1.95}$$

Јачина зрачења по јединици површине извора у правцу нормале на површ извора износи за црно тело (видети задатак 18 из збирке):

$$I_{n,Sc} = \frac{q_{sc}}{\pi} = 10483.11 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \mathrm{srad}} \tag{1.96}$$

Површинска густина снаге зрачења са површи извора за сиво тело износи:

$$q_{ss} = \varepsilon \cdot \sigma_c \cdot T_s^4 = 0.7 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (700 + 273)^4 = 35573.98 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \tag{1.97}$$

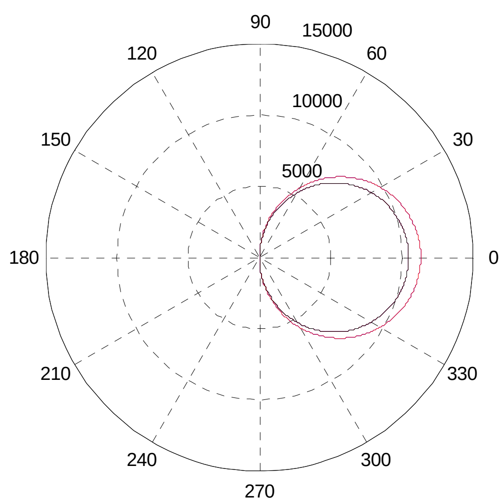
Јачина зрачења по јединици површине извора у правцу нормале на површ извора износи за сиво тело (видети задатак 18 из збирке):

$$I_{n,Ss} = \frac{q_{ss}}{\pi} = 11323.55 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \mathrm{srad}} \tag{1.98}$$

Пошто идеално црно и сиво тело зраче дифузионо, јачина зрачења у произвољном правцу који са нормалом на површ извора заклапа угао φ, дата је следећим изразом:

$$I_{\varphi,S} = I_{n,S} \cdot \cos\varphi \tag{1.99}$$

Дијаграм расподеле јачине зрачења приказан је на слици.



<u>3. задатак</u>

Видети решење 3. задатка са испита одржаног 24.1.2013.

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута 31. 8. 2013.

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Написати опште решење опште температурне једначине у цилиндричном координатном систему

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda r \frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial z}\right)+q_v=\rho c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial t}$$

за случај стационарног топлотног стања у хомогеној линеарној топлопроводној средини без извора топлоте у којој се температура мења по радијалној координати.

2. На истом дијаграму нацртати расподелу јачине зрачења (поларни дијаграм) идеалног црног тела температуре површи 600 ^{0}C и идеалног сивог тела емисивности 0.7 и температуре 700 ^{0}C. Одредити угао у односу на нормалу у коме је јачина зрачења сивог тела једнака јачини зрачења црног тела у правцу нормале.

3. Ако се електрични проводник начињен од бакра пресека 10 mm^2 може оптеретити једносмерном струјом 36 A, коликом би се струјом могао оптеретити идентичан проводник са идентичном изолацијом и идентичним начином полагања ако би се уместо бакра проводник начинио од алуминијума? Специфична електрична проводност на 20°C износи $\sigma_{20\,Cu}$=56×10^6 S / m, односно $\sigma_{20\,Al}$=34.8×10^6 S / m, а коефицијент линеарног пораста специфичне отпорности са температуром α_{Cu20}=3.9×10^{-3}°C^{-1}, односно α_{Al20}=4×10^{-3}°C^{-1} $\rho=\rho_{20}\,(1+\alpha_{Cu20}\,(\vartheta - 20))$. Одредити однос једносекундих струја кратког споја за проводнике од бакра и алуминијума ако је дозвољени пораст температура при кратком споју који настаје у тренутку дуготрајног номиналног оптерећења проводника 80 K (са 100 °C на 180 °C). Познати су подаци о материјалима: c_{Cu} = 390 J/(kg ^{0}C), ρ_{Cu} = 8900 kg/m^3, односно c_{Al} = 910 J/(kg ^{0}C), ρ_{Al} = 2700 kg/m^3. При израчунавању користити упрошћење да је специфична електрична отпорност током кратког споја константна и једнака вредности која се има при 140 °C.

4. Дати графички приказ промене температуре уља у намотајима, уља у радијатору и изолације проводника по координати висине. Јасно означити карактеристичне температуре уља и изолације.

5. Објаснити и нацртати топлотну шему трансформатора са два чвора и објаснити њене елементе. Навести типичне зависности топлотних проводности од разлика температура. Колико износе порасти температура уља и намотаја при раду трансформатора на мрежи и константном релативном струјном оптерећењу K? Сматрати да су познати сви елементи топлотне шеме, као и номинални губици у намотајима (P_1) и у језгру и конструктивним деловима трансформатора (P_2); сматрати да се снага P_2 не мења са оптерећењем.

Решења задатака:

2. задатак

Видети решење 2. задатка са испита одржаног 11.7.2013.

Угао под којим је зрачење сивог тела једнако јачини зрачења црног тела у правцу нормале износи:

$$I_{\varphi,Ss} = I_{n,Ss} \cdot \cos\varphi = I_{n,Sc} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \arccos\frac{I_{n,Sc}}{I_{n,Ss}} = 22.21^{\circ} \tag{1.100}$$

3. задатак

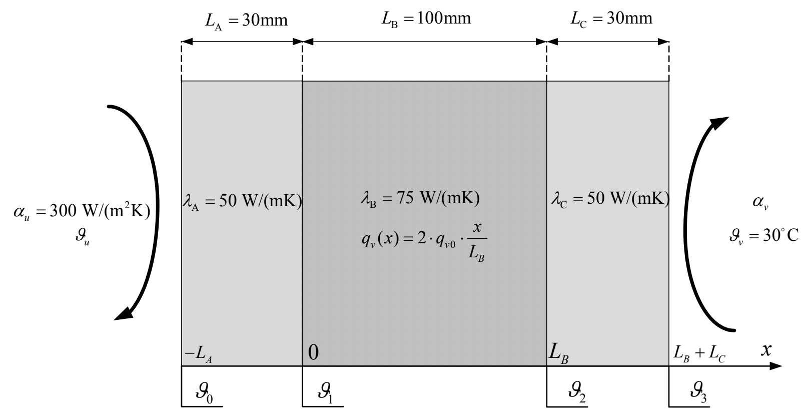
Видети решење 3. задатка са испита одржаног 24.1.2013.

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Први колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Колоквијум траје максимално 150 минута 16. 11. 2013.
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић



1. Раван зид се састоји из три слоја, израђених од различитих материјала A, B и C. У слоју B се по запремини генерише топлота запреминском густином снаге $q_v(x) = 2 \cdot q_{v0} \cdot \frac{x}{L_B}$ ($q_{v0} = 250 \cdot 10^3\ \text{W/m}^3$). Димензије и топлотне проводности слојева су дате на слици 1. Гранична површ слоја A се хлади уљем непознате температуре (ϑ_u), уз коефицијент преноса топлоте струјањем $\alpha_u = 300\ \text{W/(m}^2\text{K)}$, а гранична површ слоја C се хлади водом температуре $\vartheta_v = 30^\circ\text{C}$, при чему коефицијент преласка топлоте струјањем зависи од разлике температура граничне површи и воде ($\theta = \vartheta_3 - \vartheta_v$) на следећи начин: $\alpha_v(\theta) = \alpha_{v0} \cdot (|\theta| / 20)^{0.25}$ ($\alpha_{v0} = 1000\ \text{W/(m}^2\text{K)}$).
Одредити непознату температуру уља тако да се тачно четвртина укупне снаге генерисане у слоју B преноси на уље. Колико износе температуре ϑ_0, ϑ_1, ϑ_2 ϑ_3? /2.5 поена/
Колико износи и максимална температура слоја B. /0.5 наградних поена/

2. Одредити укупни топлотни отпор између флуида који великом брзином протиче кроз металну цев кружног попречног пресека спољашњег пречника 40 mm и амбијенталног ваздуха. Може се сматрати да је отпор преласку топлоте струјањем са флуида на унутрашњи зид цеви занемарљиво мали, као и отпор провођењу топлоте кроз цев. Око цеви се поставља слој изолације топлотне проводности $\lambda = 0.2$ W / (m K) и дебљине 10 mm. Коефицијент преласка топлоте са спољне површи изолације на околни ваздух износи $\alpha = 8.5$ W / (m^2 K). Израз за градијент температуре у цилиндричном координатном систему гласи $grad\,\vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial r}\vec{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi}\vec{i}_\varphi + \frac{\partial \vartheta}{\partial z}\vec{i}_z$. /2.5 поена/

3. Ако је потребно време загревања воде у бојлеру (са 20 ^{0}C на 75 ^{0}C) запремине 80 литара грејачем снаге 2 kW 175 минута, после ког времена од искључења грејача ће температура воде у бојлеру да опадне са почетних 75 ^{0}C на 45 ^{0}C? Сматрати да је температура амбијента 20 ^{0}C и да је снага преноса топлоте од воде ка амбијенту сразмерна разлици температуре воде и амбијента. Густина воде износи $\rho_v = 1000$ kg/m^3, специфични топлотни капацитет воде $c_{pv} = 4200$ J/(kgK), специфични топлотни капацитет металног казана $c_{pk} = 474$ J/(kg K), а његова тежина $c_{pk} = 20$ kg. Топлотни капацитет изолације се може занемарити. /2.5поена/

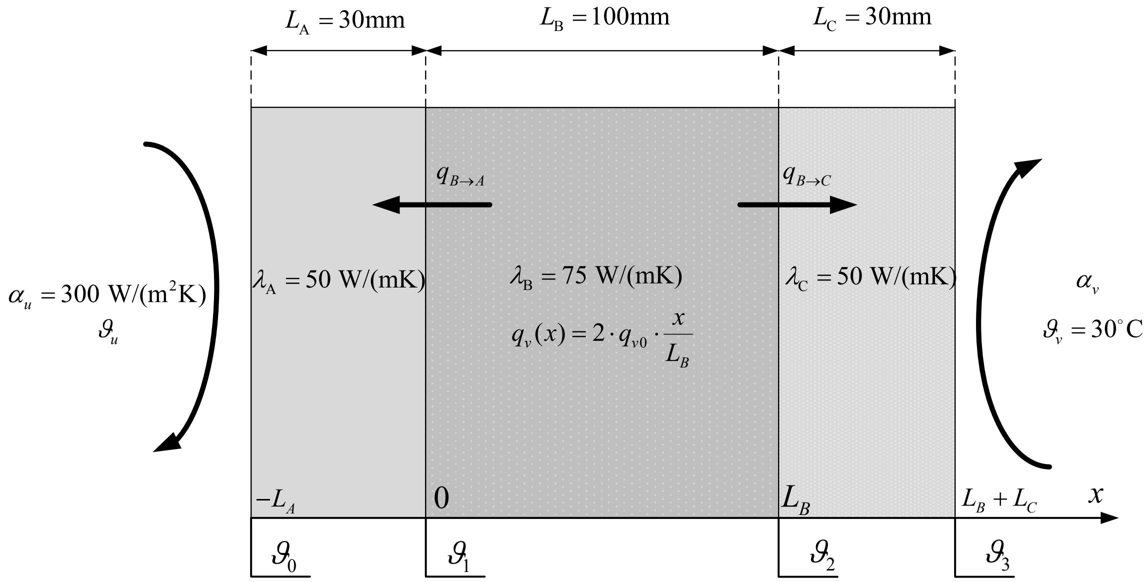
4. Написати дефинициони израз за фактор виђења између површи за коју се може сматрати да је "тачкаста" и површи коначне величине. Полазећи од опште дефиниције фактора виђења између две површи, објаснити који је критеријум да се нека површ може сматрати тачкастом. /2.5 поена/

Решења задатака:

1. задатак

Укупна снага којом се топлота генерише у области B добија се интеграцијом запреминске густине снаге по запремини области:

$$q_{genB} = \iiint\limits_{B} q_v \cdot dV = \int\limits_{x=0}^{L_B} q_v(x) \cdot S \cdot dx = \frac{q_{v0} \cdot S}{L_B}(L_B^2 - 0) = q_{v0} \cdot S \cdot L_B \tag{1.101}$$



Слика 1

На основу услова задатка да се четвртина снаге генерисане у области B преноси на уље, снаге којима се енергија преноси из области B ка области A ($q_{B\to A}$) и из области B ка области C ($q_{B\to C}$) (слика 1) износе:

$$\begin{aligned} q_{B\to A} &= \frac{1}{4} \cdot q_{genB} = \frac{1}{4} \cdot q_{v0} \cdot S \cdot L_B \\ q_{B\to C} &= q_{genB} - q_{B\to A} = \frac{3}{4} \cdot q_{genB} = \frac{3}{4} \cdot q_{v0} \cdot S \cdot L_B \end{aligned} \tag{1.102}$$

С обзиром да се посматра се устаљено стање, без генерисања топлоте у области C, целокупна снага која се из области B пренесе ка области C се преноси струјањем на воду. На основу тога се одређује температура ϑ_3 ($\theta = \vartheta_3 - \vartheta_v$):

$$q_{strujanja\_v} = q_{B\to C} = \alpha_v(\theta) \cdot S \cdot \theta = \frac{\alpha_{v0} \cdot S}{20^{0.25}} \cdot \theta^{1.25} \tag{1.103}$$

$$\theta = \left(\frac{q_{B\to C} \cdot 20^{0.25}}{\alpha_{v0} \cdot S} \right)^{0.8} = \left(\frac{3 \cdot q_{v0} \cdot L_B \cdot 20^{0.25}}{4 \cdot \alpha_{v0}} \right)^{0.8} = 19^\circ\text{C} \tag{1.104}$$

$$\theta = \vartheta_3 - \vartheta_v \Rightarrow \vartheta_3 = \theta + \vartheta_v = 49^\circ\text{C} \tag{1.105}$$

$$\vartheta_2 - \vartheta_3 = q_{B\to C} \cdot R_C^T = q_{B\to C} \cdot \frac{L_C}{\lambda_C \cdot S} \tag{1.106}$$

$$\vartheta_2 = \vartheta_3 + q_{B\to C} \cdot \frac{L_C}{\lambda_C \cdot S} = \vartheta_3 + \frac{3 \cdot q_{v0} \cdot L_B \cdot L_C}{4 \cdot \lambda_C} = 60.25^\circ\text{C} \tag{1.107}$$

Расподела температуре у области B добија се решавањем опште температурне једначине која за поменуту област има следећи облик:

$$\lambda_B \cdot \frac{d^2\vartheta}{dx^2} + q_v(x) = 0 \tag{1.108}$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = -\frac{q_v(x)}{\lambda_B} = -\frac{2 \cdot q_{v0} \cdot x}{\lambda_B \cdot L_B} \tag{1.109}$$

Њено опште решење се добија двоструком интеграцијом:

$$\vartheta(x) = -\frac{q_{v0} \cdot x^3}{3 \cdot \lambda_B \cdot L_B} + C_1 \cdot x + C_2 \tag{1.110}$$

Интеграционе константе које фигуришу у (1.110) могу се одредити из граничних услова за десну граничну површ слоја B (на тој граничној површи познајемо и вредност температуре и њен градијент – у овом случају извод по x координати).

$$\begin{aligned} &\vartheta(L_B\_) = \vartheta_2 \\ &-\lambda_B \cdot \frac{d\vartheta}{dx}(L_B\_) \cdot S = q_{B\to C} \end{aligned} \tag{1.111}$$

Након одређивања интеграционих константи, и уврштавањем њихових вредности у једначину (1.110) може се добити температура ϑ_1.

$$\vartheta_1 = \vartheta(0) = C_2 = 63.027^{\circ}\mathrm{C} \tag{1.112}$$

Остале непознате температуре се добијају на следећи начин:

$$\vartheta_1 - \vartheta_0 = R_A^T \cdot q_{B\to A} \Rightarrow \vartheta_0 = \vartheta_1 - R_A^T \cdot q_{B\to A} = 59.277^{\circ}\mathrm{C} \tag{1.113}$$

$$q_{B\to A} = \alpha_u \cdot S \cdot (\vartheta_0 - \vartheta_u) \Rightarrow \vartheta_u = \vartheta_0 - \frac{q_{B\to A}}{\alpha_u \cdot S} = 38.44^{\circ}\mathrm{C} \tag{1.114}$$

Вредност x координате на којој се постиже максимална температура у области B (x^*) може се добити диференцирањем расподеле температуре која је дата изразом (1.110) и изједначавањем добијеног израза са нулом. Потом се заменом из (1.110) за тако добијену вредност x^* добија максимална температура у области B.

$$x^* = \frac{L_B}{2} = 50\mathrm{mm} \tag{1.115}$$

$$\vartheta_{\max B} = \vartheta(x^*) = 65.806^{\circ}\mathrm{C} \tag{1.116}$$

2. задатак

Укупан топлотни отпор је збир топлотних отпора провођењу кроз изолацију и струјању на спољашњој површи изолације.

Топлотни отпор изолације по јединици дужине износи:

$$R_{izol}^T = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln\left(\frac{D + 2\cdot\delta}{D}\right) = 0.3227 \text{ Km/W} \tag{1.117}$$

Топлотни отпор услед струјања на спољашњој површи изолације износи:

$$R_{strujanja}^T = \frac{1}{\alpha \cdot \pi \cdot (D + 2\cdot\delta)} = 0.6241 \text{ Km/W} \tag{1.118}$$

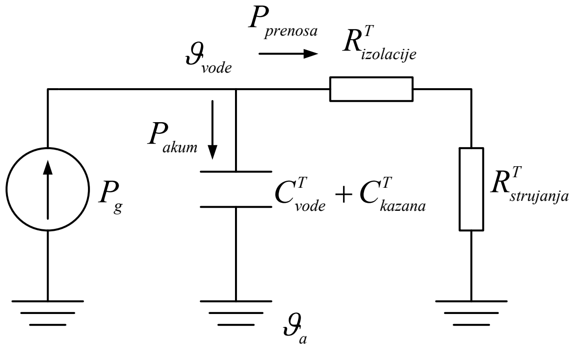
Укупан топлотни отпор износи:

$$R^T = R_{strujanja}^T + R_{izol}^T = 0.9468 \text{ Km/W} \tag{1.119}$$

За извођење израза (1.117) видети задатак 3 са рачунских вежби.

3. задатак

Топлотна шема која описује наведени проблем је приказана на слици 2.



Слика 2

Топлотни капацитет казана и воде износи:

$$C^T = C^T_{kazana} + C^T_{vode} = m_k \cdot c_{pk} + \rho_V \cdot V \cdot c_{pv} = 345.48 \text{ kJ/K} \tag{1.120}$$

Промена пораста температуре воде у бојлеру у односу на амбијент описана је следећом диференцијалном једначином:

$$C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R^T} = P_g \tag{1.121}$$

Срећивање једначине (1.121) се добија:

$$R^T \cdot C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta = R^T \cdot P_g \tag{1.122}$$

$$\tau \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta = \frac{\tau}{C^T} \cdot P_g \tag{1.123}$$

где је са τ означена временска константа загревања (хлађења):

$$\tau = R^T \cdot C^T \tag{1.124}$$

Решење диференцијалне једначине (1.123) гласи:

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{stac} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{1.125}$$

θ_0 - пораст температуре воде у тренутку t=0

θ_{stac} - пораст температуре воде у устаљеном стању које би наступило када би загревање трајало неограничено дуго.

У посматраном случају загревања воде са 20°C на 75 °C, величине које фигуришу у изразу (1.125) износе:

$$\theta_0 = 0^{\circ}\text{C} \tag{1.126}$$

$$\theta_{stac} = \frac{\tau}{C^T} \cdot P_g \tag{1.127}$$

Заменом (1.126) и (1.127) у (1.125) и посматрањем тренутка у коме вода достиже температуру 75 °C (тренутак у коме се грејач искључује – 175 минута након почетка загревања), може се одредити временска константа загревања, а самим тим и топлотни отпор према амбијенту.

$$\theta(t^*) = \theta^* = 55^{\circ}\text{C} = \frac{\tau}{C^T} \cdot P_g \cdot (1 - e^{-\frac{t^*}{\tau}}) \tag{1.128}$$

Једначина (1.128) је трансцедентна по τ и може се решити итеративним поступком, датим једначином (1.129).

$$\tau_{k+1} = \frac{C^T \cdot \theta^*}{P_g \cdot (1 - \exp(-\frac{t^*}{\tau_k}))} \tag{1.129}$$

Узимањем почетног погађања τ=3h, након довољног броја итерација добија се приближна вредност временске константе:

$$\tau = 14.333\text{h} \tag{1.130}$$

Време хлађења воде са 75°C на 45 °C одређује се помоћу следећег израза (изведен у задатку 6 са рач. вежби):

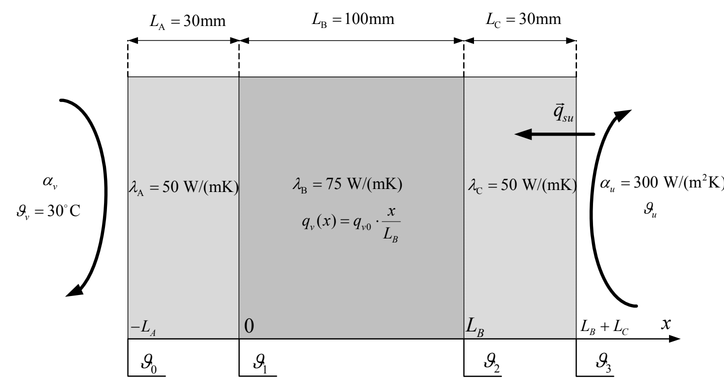
$$t^* = \tau \cdot \ln\frac{\theta_0 - \theta_{stac}}{\theta^* - \theta_{stac}} = 14.333\text{h} \cdot \ln\frac{55-0}{25-0} = 11.3\text{h} \tag{1.131}$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Први колоквијум (други термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Колоквијум траје максимално 150 минута 2. 12. 2013.
За сваки задатак се добија 2.5 поена
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

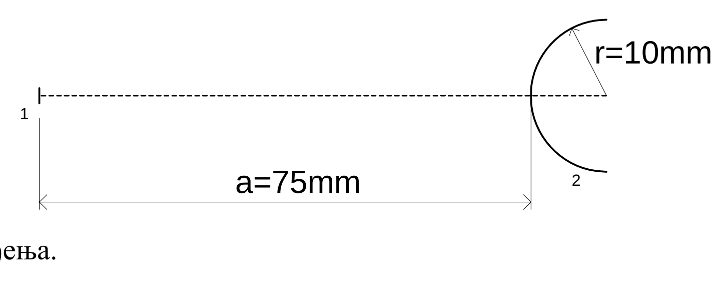


1. Раван зид се састоји из три слоја, израђених од различитих материјала A, B и C. У слоју B се по запремини генерише топлота запреминском густином снаге $q_v(x) = q_{v0} \cdot \dfrac{x}{L_B}$ $\quad (q_{v0} = 200 \cdot 10^3\ \text{W/m}^3)$. Димензије и топлотне проводности слојева су дате на слици 1. Гранична површ слоја A се хлади водом температуре $\vartheta_v = 20^\circ\text{C}$, при чему коефицијент преласка топлоте струјањем зависи од разлике температура граничне површи и воде ($\theta = \vartheta_0 - \vartheta_v$) на следећи начин: $\alpha_v(\theta) = \alpha_{v0} \cdot (|\theta| / 20)^{0.25}$ $\left(\alpha_{v0} = 1000\ \text{W/(m}^2\text{K)}\right)$. Гранична површ слоја C се загрева уљем непознате температуре (ϑ_u), уз коефицијент преноса топлоте струјањем $\alpha_u = 300\ \text{W/(m}^2\text{K)}$. Познато је да се топлотна енергија преноси са уља на зид површинском густином снаге $q_{su} = 10\ \text{kW/m}^2$. Одредити температуру уља (ϑ_u), температуру граничне површи слоја C која се загрева уљем (ϑ_3), температуре леве и десне граничне површи слоја B (ϑ_1 и ϑ_2), температуру граничне хлађене површи слоја A (ϑ_0) и максималну температуру слоја B.

2. Извести израз за топлотни отпор између унутрашње површи двослојног сферног зида (полупречник унутрашње лопте r_u) и флуида који струја са спољашње површи сферичног зида (полупречник спољашње лопте r_s). Топлотна проводност материјала од кога је сачињен зид у зони између r_u и r_z износи λ_1, а у зони између r_z и r_s износи λ_2. Коефицијент преласка топлоте струјањем са спољашње стране сфере на флуид износи α. Израз за градијент у сферном координатном систему: $grad\,\vartheta = \dfrac{\partial \vartheta}{\partial r}\vec{i}_r + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \vartheta}{\partial \theta}\vec{i}_\theta + \dfrac{1}{r \cdot \sin\theta}\dfrac{\partial \vartheta}{\partial \varphi}\vec{i}_\varphi$

3. Навести карактеристике идеалног сивог тела.

4. Одредити фактор виђења дела лопте (површ 2) са површи 1. Површ 1 се може сматрати бесконачно малом. Задатак решити посматрањем равне површи диска добијене еквивалентирањем задатог дела површи лопте диском за који би се имао исти фактор виђења.



Решења задатака:

1.задатак

Укупна снага којом се топлота генерише у области B добија се интеграцијом запреминске густине снаге по запремини области:

$$q_{genB} = \iiint_B q_v \cdot dV = \int_{x=0}^{L_B} q_v(x) \cdot S \cdot dx = \frac{q_{v0} \cdot S}{2L_B}(L_B^2 - 0) = \frac{q_{v0} \cdot S \cdot L_B}{2} \tag{1.132}$$

Снага којом се топлота преноси са уља на зид износи:

$$q_{ulja} = q_{su} \cdot S \tag{1.133}$$

Снага којом се топлота преноси од области B ка области A, и даље ка води, једнака је збиру снаге којом се топлота генерише у области B и снаге којом се топлота преноси са уља на зид.

$$q_{B\to A} = q_{genB} + q_{ulja} = \frac{q_{v0} \cdot S \cdot L_B}{2} + q_{su} \cdot S \tag{1.134}$$

С обзиром да се посматра се устаљено стање, без генерисања топлоте у области A, целокупна снага која се из области B пренесе ка области A се преноси струјањем на воду. На основу тога се одређује температура ϑ_0 ($\theta = \vartheta_0 - \vartheta_v$):

$$q_{strujanja\_v} = q_{B\to A} = \alpha_v(\theta) \cdot S \cdot \theta = \frac{\alpha_{v0} \cdot S}{20^{0.25}} \cdot \theta^{1.25} \tag{1.135}$$

$$\theta = \left(\frac{q_{B\to A} \cdot 20^{0.25}}{\alpha_{v0} \cdot S} \right)^{0.8} = \left(\frac{(\frac{q_{v0} \cdot L_B}{2} + q_{su}) \cdot 20^{0.25}}{\alpha_{v0}} \right)^{0.8} = 20\text{K} \tag{1.136}$$

$$\theta = \vartheta_0 - \vartheta_v \Rightarrow \vartheta_0 = \theta + \vartheta_v = 40^\circ\text{C} \tag{1.137}$$

$$\vartheta_1 - \vartheta_0 = q_{B\to A} \cdot R_A^T = q_{B\to A} \cdot \frac{L_A}{\lambda_A \cdot S} \tag{1.138}$$

$$\vartheta_1 = \vartheta_0 + q_{B\to A} \cdot \frac{L_A}{\lambda_A \cdot S} = \vartheta_0 + (\frac{q_{v0} \cdot L_B}{2} + q_{su}) \cdot \frac{L_A}{\lambda_A} = 52^\circ\text{C} \tag{1.139}$$

Расподела температуре у области B добија се решавањем опште температурне једначине која за поменуту област има следећи облик:

$$\lambda_B \cdot \frac{d^2\vartheta}{dx^2} + q_v(x) = 0 \tag{1.140}$$

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = -\frac{q_v(x)}{\lambda_B} = -\frac{q_{v0} \cdot x}{\lambda_B \cdot L_B} \tag{1.141}$$

Њено опште решење се добија двоструком интеграцијом:

$$\vartheta(x) = -\frac{q_{v0} \cdot x^3}{6 \cdot \lambda_B \cdot L_B} + C_1 \cdot x + C_2 \tag{1.142}$$

Интеграционе константе које фигуришу у (1.142) могу се одредити из граничних услова за леву граничну површ слоја B (на тој граничној површи познајемо и вредност температуре и њен градијент – у овом случају извод по x координати).

$$\begin{aligned} &\vartheta(0) = \vartheta_1 \\ &\lambda_B \cdot \frac{d\vartheta}{dx}(0) \cdot S = q_{B\to A} \end{aligned} \tag{1.143}$$

$$\vartheta(0) = -\frac{q_{v0} \cdot 0^3}{6 \cdot \lambda_B \cdot L_B} + C_1 \cdot 0 + C_2 = C_2 = \vartheta_1 = 52^\circ\text{C} \tag{1.144}$$

$$\lambda_B \cdot S \cdot \frac{d\vartheta}{dx}(0) = \lambda_B \cdot S \cdot \left(-\frac{q_{v0} \cdot 0^2}{2 \cdot \lambda_B \cdot L_B} + C_1\right) = \frac{q_{v0} \cdot S \cdot L_B}{2} + q_{su} \cdot S \;\Rightarrow\; C_1 = \frac{q_{v0} \cdot L_B}{2 \cdot \lambda_B} + \frac{q_{su}}{\lambda_B} = 266.67\,\frac{\text{K}}{\text{m}} \quad (1.145)$$

Уврштавањем вредности интеграционих константи у једначину (1.142) може се добити температура ϑ_2.

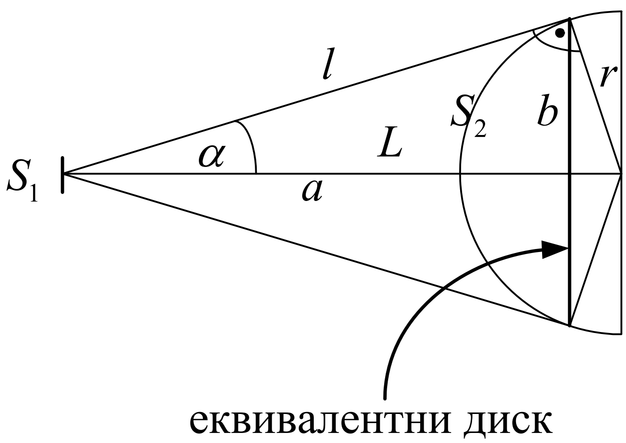
$$\vartheta_2 = \vartheta(L_B) = \vartheta(x) = -\frac{q_{v0} \cdot L_B^3}{6 \cdot \lambda_B} + C_1 \cdot L_B + C_2 = 78.22^{\circ}\text{C} \quad (1.146)$$

Остале непознате температуре се добијају на следећи начин:

$$\vartheta_3 - \vartheta_2 = R_C^T \cdot q_{ulja} \Rightarrow \vartheta_3 = \vartheta_2 + R_C^T \cdot q_{ulja} = 84.22^{\circ}\text{C} \quad (1.147)$$

$$q_{ulja} = \alpha_u \cdot S \cdot (\vartheta_u - \vartheta_3) \Rightarrow \vartheta_u = \vartheta_3 + \frac{q_{ulja}}{\alpha_u \cdot S} = 117.55^{\circ}\text{C} \quad (1.148)$$

4. задатак



Еквивалентни диск за који се од стране мале површи има исти фактор виђења као за полусферу, приказан је на слици; овај диск се са мале површи види под истим просторним углом као површ полусфере. Полупречник еквивалентног диска (b) и његово растојање од мале површи (L) рачунају се на следећи начин:

$$l = \sqrt{(a+r)^2 - r^2} = \sqrt{a^2 + 2ar} \quad (1.149)$$

$$\sin\alpha = \frac{r}{a+r} \qquad \cos\alpha = \frac{\sqrt{a^2+2ar}}{a+r} \quad (1.150)$$

$$b = l \cdot \sin\alpha = \sqrt{a^2+2ar} \cdot \frac{r}{a+r} \quad (1.151)$$

$$L = l \cdot \cos\alpha = \sqrt{a^2+2ar} \cdot \frac{\sqrt{a^2+2ar}}{a+r} = \frac{a^2+2ar}{a+r} \quad (1.152)$$

Израз за фактор виђења диска пречника b са мале површи лоциране на оси диска на растојању L гласи (видети задатак 24 из збирке):

$$F_{1\to 2} = \frac{4b^2}{4L^2 + 4b^2} = \frac{\dfrac{(a^2+2ar)\cdot r^2}{(a+r)^2}}{\dfrac{(a^2+2ar)^2}{(a+r)^2} + \dfrac{(a^2+2ar)\cdot r^2}{(a+r)^2}} = \frac{r^2}{a^2+2ar+r^2} = \frac{r^2}{(a+r)^2} = 0.01384 \quad (1.153)$$

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Други колоквијум (први термин) из предмета Термички процеси у електроенергетици

Колоквијум траје максимално 150 минута 30. 12. 2013.
За сваки задатак се добија 2.5 поена
Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

1. Поставити диференцијалну једначину и граничне услова за ребро за хлађење квадратног попречног пресека странице $a = 3$ cm, дужине $L = 10$ cm, направљено од материјала специфичне топлотне проводности $\lambda = 177$ W / (m K). Температура базиса ребра који је постављен на тело које се хлади износи $\vartheta_b = 150$ ^{0}C. Ребро се хлади природним струјањем ваздуха температуре $\vartheta_a = 20$ ^{0}C, при чему је коефицијент преласка топлоте са површи омотача ребра, температуре ϑ, $\alpha_o = C_1 (\vartheta - \vartheta_a)^{n1}$. Коефицијент преласка топлоте са вертикалне површи квадрата странице a температуре ϑ износи $\alpha_k = C_2 (\vartheta - \vartheta_a)^{n2}$.

2. Одредити дозвољену једносекундну струју кратког споја за проводник од бакра површине попречног пресека 95 mm^2 ако је максимална температура изолације 180 °C, а кратак спој настаје у хладном стању (температура 20°C). Познате су карактеристике бакра: $c_{Cu} = 390$ J/(kg ^{0}C), $\rho_{Cu} = 8900$ kg/m^3, специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20\,Cu}=56\times10^6$ S / m и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{Cu20}=3.9\times10^{-3}$°C^{-1}. При прорачуну сматрати да је термички процес по настанку кратког споја адијабатски.

3. Полазећи од познатог дијаграма расподеле температуре уља и намотаја по висини трансформатора са ODAF хлађењем када се он хлади помоћу 5 хладњака (укључене пумпе и вентилатори на 5 хладњака), нацртати дијаграм расподеле температура када се укључи још један (шести) хладњак (са својим пумпама и вентилаторима). Сматрати да су губици при радном режиму са 5 и са 6 хладњака исти. Усвојити следеће апроксимације и претпоставке: а) да се проток уља кроз сваки од хладњака не мења после укључења шестог хладњака, б) да се однос протока уља кроз намотаје не мења са променом укупног протока уља, в) да је снага преноса топлоте преко хладњака при константном протоку сразмерна порасту температуре горњег уља у односу на амбијент, г) да је количник (разлика средње температуре намотаја и средње температуре уља у намотају) / (снага губитака у намотају) приближно обрнуто сразмеран брзини струјања уља на степен 0.7, д) да се фактор најтоплије тачке намотаја не мења са укључењем шестог хладњака, ђ) да се физичке карактеристике уља не мењају у радном режиму хлађења са 5 и са 6 хладњака. Препорука: као прву тачку дијаграма за случај 6 хладњака формирати температуру уља на уласку у радијатор – при томе користити став в). Неопходно је навести вредност сваке компоненте (разлике температура) на дијаграму, при чему их треба исказати преко познатих вредности разлика температура за случај да се трансформатор хлади помоћу пет хладњака.

4. Објаснити како се отпорност намотаја практично користи за мерење средње температуре намотаја. Нацртати начин везивања и написати преносну функцију аналогног RC филтра за елиминисање шума при мерењу једносмерне струје код UI методе континуираног праћења отпора краткоспојеног намотаја трансформатора током огледа загревања.

Решења задатака:

1.задатак

Биланс снага за елементарни део ребра дужине dx гласи:

$$q(x+dx)+dq_{strujanja}=q(x) \tag{1.154}$$

$q(x)$ – снага која се преноси провођењем кроз попречни пресек ребра на позицији x
$dq_{strujanja}$ – елементарна снага која се струјањем одводи са омотача ребра дужине dx
Снага која се одводи струјањем са елементарног дела ребра дужине dx описана је следећим изразом:

$$dq_{strujanja}=\alpha_0\cdot(\vartheta(x)-\vartheta_a)\cdot dS=C_1\cdot(\vartheta(x)-\vartheta_a)^{n1+1}\cdot 4a\cdot dx \tag{1.155}$$

Заменом (1.155) у (1.154) добија се следећа једначина:

$$\frac{q(x+dx)-q(x)}{dx}=-4a\cdot C_1\cdot(\vartheta(x)-\vartheta_a)^{n1+1} \tag{1.156}$$

$$\frac{dq}{dx}=-4a\cdot C_1\cdot(\vartheta(x)-\vartheta_a)^{n1+1} \tag{1.157}$$

Снага која се преноси провођењем кроз попречни пресек ребра дата је следећим изразом:

$$q=-\lambda\cdot\frac{d\vartheta}{dx}\cdot S=-\lambda\cdot a^2\cdot\frac{d\vartheta}{dx} \tag{1.158}$$

Заменом (1.158) у једначину (1.157) добија се диференцијална једначина која описује промену температуре дуж ребра:

$$\begin{gathered}\frac{dq}{dx}=\frac{d}{dx}(-\lambda\cdot a^2\cdot\frac{d\vartheta}{dx})=-\lambda\cdot a^2\cdot\frac{d^2\vartheta}{dx^2}=-4a\cdot C_1\cdot(\vartheta(x)-\vartheta_a)^{n1+1}\\ \frac{d^2\vartheta}{dx^2}=\frac{4C_1}{\lambda\cdot a}\cdot(\vartheta(x)-\vartheta_a)^{n1+1}\end{gathered} \tag{1.159}$$

Гранични услови се за крајеве ребра и гласе:

$$\begin{gathered}\vartheta(x=0)=\vartheta_b\\ \alpha_k\cdot(\vartheta(x=L)-\vartheta_a)=C_2\cdot(\vartheta(x=L)-\vartheta_a)^{n2+1}=-\lambda\frac{d\vartheta}{dx}(x=L)\end{gathered} \tag{1.160}$$

2.задатак

Пошто се термички процес по настанку кратког споја сматра адијабатским, занемарује се снага којом се топлота размењује са околином у току кратког споја и сматра да се целокупна топлотна енергија генерисана у том периоду акумулира у проводнику. Оваква претпоставка је при проверама загревања у току кратког споја на страни сигурности, тј. стварно загревање проводника у току кратког споја је мало мање од тако израчунатог.

Снага којом се топлотна енергија акумулира у бакру једнака је снази којом се топлота генерише услед Џулових губитака.

$$P_{akum}=P_{gen} \tag{1.161}$$

Подужна снага којом се топлотна енергија генерише у проводнику дата је изразом

$$P_{gen}=\frac{1}{\sigma_{Cu20}}\cdot(1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{Cu}-20))\cdot\frac{I_{1s\max}^2}{S_{Cu}} \tag{1.162}$$

Подужна снага којом се енергија акумулише у проводнику дата је изразом

$$P_{akum}=C_{Cu}^T\cdot\frac{d\vartheta_{Cu}}{dt} \tag{1.163}$$

Подужни топлотни капацитет проводника је једнак

$$C_{Cu}^T=\rho_{Cu}\cdot S_{Cu}\cdot c_{pCu}=329.745\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mK}} \tag{1.164}$$

Из претходник израза се добија диференцијална једначина која описује промену температуре бакарног проводника. То је уједно и температура најтоплијих тачака изолације (тачке на унутрашњој површи изолације уз сам проводник).

$$C_{Cu}^{T}\cdot\frac{d\vartheta_{Cu}}{dt}=\frac{1}{\sigma_{Cu20}}\cdot(1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{Cu}-20))\cdot\frac{I_{1s\max}^{2}}{S_{Cu}}\tag{1.165}$$

$$\frac{d\vartheta_{Cu}}{(1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{Cu}-20))}=\frac{1}{C_{Cu}^{T}\cdot\sigma_{Cu20}\cdot S_{Cu}}\cdot I_{1s\max}^{2}\cdot dt\tag{1.166}$$

$$\int_{\vartheta_{Cu}=20}^{\vartheta_{\max}}\frac{d\vartheta_{Cu}}{(1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{Cu}-20))}=\int_{t=0}^{t_{ks}}\frac{1}{C_{Cu}^{T}\cdot\sigma_{Cu20}\cdot S_{Cu}}\cdot I_{1s\max}^{2}\cdot dt=\frac{1}{C_{Cu}^{T}\cdot\sigma_{Cu20}\cdot S_{Cu}}\cdot I_{1s\max}^{2}\cdot t_{ks}\tag{1.167}$$

$$\frac{1}{\alpha_{Cu20}}\cdot\ln\frac{1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{\max}-20)}{1+\alpha_{Cu20}\cdot(20-20)}=\frac{1}{\alpha_{Cu20}}\cdot\ln(1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{\max}-20))=\frac{1}{C_{Cu}^{T}\cdot\sigma_{Cu20}\cdot S_{Cu}}\cdot I_{1s\max}^{2}\cdot t_{ks}\tag{1.168}$$

$$I_{1s\max}=\sqrt{\frac{C_{Cu}^{T}\cdot\sigma_{Cu20}\cdot S_{Cu}}{\alpha_{Cu20}\cdot t_{ks}}\cdot\ln(1+\alpha_{Cu20}\cdot(\vartheta_{\max}-20))}=14768\ \mathrm{A}\tag{1.169}$$

<u>3.задатак</u>

По укључењу шестог хладњака, повећава се укупан проток уља кроз хладњаке, а самим тим и кроз намотаје. Укупна снага којом се топлотна енергија преноси ка амбијенту одређена је укупном снагом губитака у трансформатору и остаје иста без обзира на број хладњака који су активни. Под претпоставком да хладњаци равномерно деле укупну снагу, снага која се преноси кроз сваки од хладњака у наведеним случајевима износи:

$$\begin{aligned}P_{hl5}&=\frac{P_{gub}}{5}\\P_{hl6}&=\frac{P_{gub}}{6}\end{aligned}\tag{1.170}$$

Користећи претпоставку в) да је снага преноса топлоте преко једног хладњака при константном протоку сразмерна порасту температуре горњег уља у односу на амбијент, може се израчунати однос пораста температуре горњег уља у наведена два случаја.

$$\frac{\theta_{gu6}}{\theta_{gu5}}=\frac{P_{hl6}}{P_{hl5}}=\frac{\frac{P_{gub}}{6}}{\frac{P_{gub}}{5}}=\frac{5}{6}\quad\Rightarrow\quad\theta_{gu6}=\frac{5}{6}\cdot\theta_{gu5}\tag{1.171}$$

Снага која се преноси кроз сваки хладњак може се за сваки од наведених случајева израчунати користећи једначину која важи за отворен систем са константним протоком:

$$P_{hl5}=m_{thl5}\cdot c_{p}\cdot(\vartheta_{gu5}-\vartheta_{du5})=m_{thl5}\cdot c_{p}\cdot(\theta_{gu5}-\theta_{du5})\tag{1.172}$$

$$P_{hl6}=m_{thl6}\cdot c_{p}\cdot(\theta_{gu6}-\theta_{du6})\tag{1.173}$$

Проток уља кроз сваки хладњак појединачно није промењен укључењем шестог хладњака (претпоставка а)).

$$m_{thl5}=m_{thl6}\tag{1.174}$$

Дељењем једначине (1.172) једначином (1.173), добија се релативна промена вертикалног градијента температуре уља за два наведена случаја:

$$\frac{P_{hl6}}{P_{hl5}}=\frac{m_{thl6}\cdot c_{p}\cdot(\theta_{gu6}-\theta_{du6})}{m_{thl5}\cdot c_{p}\cdot(\theta_{gu5}-\theta_{du5})}=\frac{\theta_{gu6}-\theta_{du6}}{\theta_{gu5}-\theta_{du5}}=\frac{5}{6}\tag{1.175}$$

Однос протока уља кроз намотаје у два посматрана случаја једнак је односу укупних протока уља кроз хладњаке у тим случајевима:

$$\frac{m_{tnam6}}{m_{tnam5}} = \frac{m_{thl6uk}}{m_{thl5uk}} = \frac{6 \cdot m_{thl6}}{5 \cdot m_{thl5}} = \frac{6}{5} \tag{1.176}$$

При константној густини уља (претпоставка ђ)), брзина струјања уља кроз намотаје сразмерна је одговарајућем протоку уља кроз намотаје:

$$\frac{v_{unam6}}{v_{unam5}} = \frac{m_{tnam6}}{m_{tnam5}} = \frac{6}{5} \tag{1.177}$$

Користећи претпоставку г) може се одредити релативна промена разлике средње температуре намотаја и уља (g) након укључења шестог хладњака.

$$\frac{\dfrac{g_6}{P_{gubCu}}}{\dfrac{g_5}{P_{gubCu}}} = \frac{g_6}{g_5} = \left(\frac{v_{unam5}}{v_{unam6}}\right)^{0.7} = \left(\frac{5}{6}\right)^{0.7} = 0.8802 \tag{1.178}$$