



ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

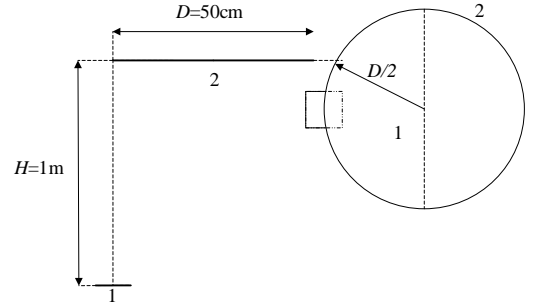
Испит из предмета Термички процеси у електроенергетици

Испит траје максимално 180 минута

Предметни наставник: Проф. др Зоран Радаковић

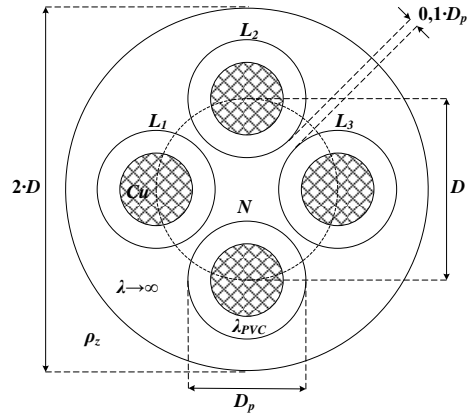
11. 01. 2024.

1. Написати израз у форми двоструког интеграла помоћу ког се одређује вредност фактора виђења површи (2) са елементарне површи (1), приказаних на слици (дати су погледи са стране и одозго). Површ 2 је круг пречника 50 cm. Потребно је да израз под интегралом садржи само познате димензије, као и променљиве по којима се интеграл (r и φ) (2п)

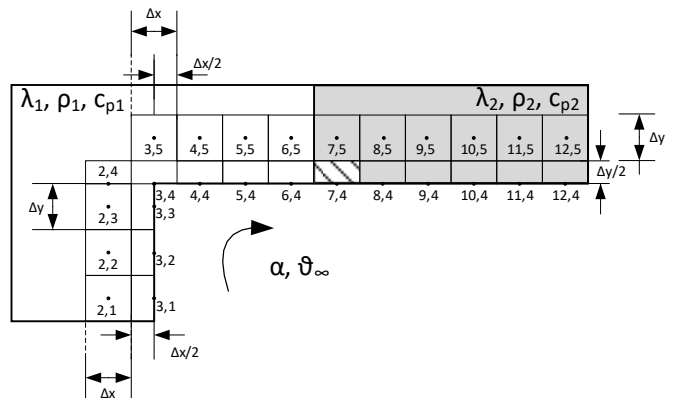


2. Приказати дијаграм промене температуре у трансформатору - уља у намотајима, уља у радијатору и намотаја, укључујући и најтоплију тачку намотаја. Приказ дати за трансформатор са два намотаја различитих висина (почетак намотаја се налази на истој висини), различитих губитака и протока уља (различити су и вертикални градијенти температура) у сваком од њих, различитих градијената температуре намотај – уље у намотају и различитих фактора најтоплије тачке. До мешања уља из намотаја долази на координати висине вишег намотаја. (2п)

3. За један трансформатор са ODAF хлађењем одабран је компактан хладњак чија је номинална снага 30% већа од снаге укупних губитака у трансформатору. Сматра се да је снага хлађења на површима суда занемарљиво мала у односу на снагу хлађења на хладњаку. Познати су номинални подаци хладњака: температуре топлог и хладног уља: $\vartheta_{hnn} = 102^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{hnn} = 95,9^\circ\text{C}$, температуре хладног и топлог ваздуха: $\vartheta_{hvn} = 40^\circ\text{C}$ и $\vartheta_{hvn} = 64,55^\circ\text{C}$, номинална снага $P_{hn} = 210 \text{ kW}$, проток уља $Q_{um} = 68 \text{ m}^3/\text{h}$ и проток ваздуха $Q_{vn} = 28,29 \text{ m}^3/\text{s}$. Колико износи процентуално смањење укупног коефицијента преноса топлоте услед запрљања хладњака у тренутку у току експлоатације у коме је температура уља на уласку у хладњак, при оптерећењу при коме је снага губитака једнака номиналној и при температури амбијента 20°C , једнака номиналној? Проток ваздуха је једнак номиналном. Проток уља је 20% већи од номиналног. Параметри уља и ваздуха су исти као за номиналне услове. При решавању задатка сматрати да хладњак има елементарни облик концентричних цеви кроз које уље и ваздух струје у истом смеру. (2,5п)



4. Један трофазни четворожилни кабл пресека бабра (специфична електрична проводност на 20°C $\sigma_{20 \text{ Cu}} = 56 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ и коефицијент линеарног пораста специфичне електричне отпорности са температуром $\alpha_{\text{Cu}20} = 4,29 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$) $S_{\text{Cu}} = 95 \text{ mm}^2$, са PVC изолацијом дебљине изолације $\delta_{iz} = 1 \text{ mm}$ (топлотне специфичне проводности $\lambda_{\text{PVC}} = 0,16 \text{ W/(mK)}$) положен је у тло специфичне топлотне отпорности $\rho_z = 2,5 \text{ (mK)/W}$. Центри бакарних проводника налазе се на кругу пречника D . Проводници су заливени материјалом добре топлотне проводности тако да је спољашњи пречник кабла једнак $2D$ (слика). Максимална дозвољена температура PVC изолације износи $\vartheta_{doz} = 70^\circ\text{C}$, а температура земље удаљене од кабла $\vartheta_z = 20^\circ\text{C}$. Одредити максимално дозвољену вредност струје која протиче кроз проводнике кабла који напаја симетрично трофазно оптерећење. При израчунавању сматрати да се као "удаљено референтну тло", на коме је температура једнака $\vartheta_z = 20^\circ\text{C}$, може узети цилиндар пречника $D_{ref} = 1000 \text{ mm}$. Занемарити скин ефекат и ефекат близине. (2,5п)



5. Применом методе коначних елемената написати једначину енергетског биланса за елемент топлопроводне средине на координати (7,4) (шрафирана површина). При постављању израза који обухвата и временску променљивост температуре, користити имплицитну методу. По запремини нема генерисања топлоте. Топлотне проводности материјала су λ_1 и λ_2 , специфични топлотни капацитети су c_{p1} и c_{p2} , густине ρ_1 и ρ_2 и коефицијент преласка топлоте струјањем на флуид температуре ϑ_∞ је α . Димензије и положај елемента су приказани на слици. Пренос топлоте зрачењем занемарити. (2п)

1. Задатак

Фактор виђења између површи (1) и (2) одређује се по формули:

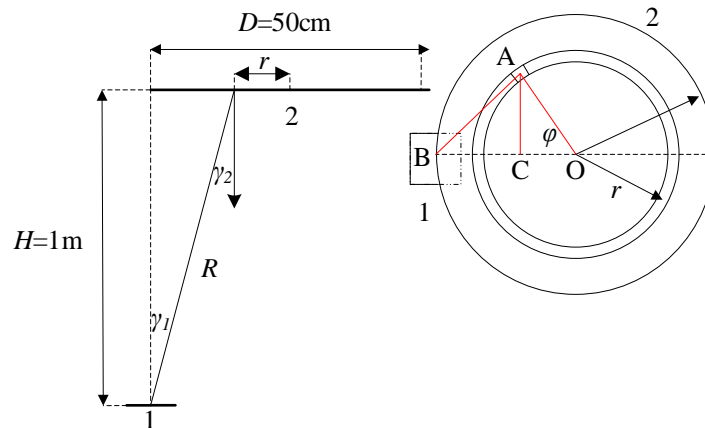
$$F_{12} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \gamma_1 \cos \gamma_2}{R^2 \pi} dS_1 dS_2 \quad (1.1)$$

Обзиром да се површ (1) може сматрати елементарном (углови γ_1 и γ_2 и растојање R са слике 1.1 су приближно константни за све тачке површи S_1), израз (1.1) се трансформише у

$$F_{12} = \int_{S_2} \frac{\cos \gamma_1 \cos \gamma_2}{R^2 \pi} dS_2 \quad (1.2)$$

Углови γ_1 и γ_2 су углови са паралелним крацима, па важи $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, одакле произилази

$$F_{12} = \int_{S_2} \frac{\cos^2 \gamma}{R^2 \pi} dS_2 \quad (1.3)$$



Слика 1.1

Површ (2) се може поделити осом симетрије (ова оса пролази кроз тачке В и О) тако да се интеграл по једном полукругу (у наставку текста интеграција ће се вршити по горњој симетричној половини круга):

$$F_{12} = 2 \int_{S_2/2} \frac{\cos^2 \gamma}{R^2 \pi} dS_2 \quad (1.4)$$

За угао γ важи

$$\cos \gamma = \frac{H}{R} \quad (1.5)$$

Потег R се може одредити као

$$R^2 = H^2 + AB^2 \quad (1.6)$$

При чему се дужина дужи АВ може одредити из троугла ОАВ

$$OA = r \quad (1.7)$$

$$AC = r \sin \varphi \quad (1.8)$$

$$OC = r \cos \varphi \quad (1.9)$$

$$BC = \frac{D}{2} - OC = \frac{D}{2} - r \cos \varphi \quad (1.10)$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = (r \sin \varphi)^2 + \left(\frac{D}{2} - r \cos \varphi \right)^2 \quad (1.11)$$

$$AB^2 = r^2 - Dr \cos \varphi + \frac{D^2}{4} \quad (1.12)$$

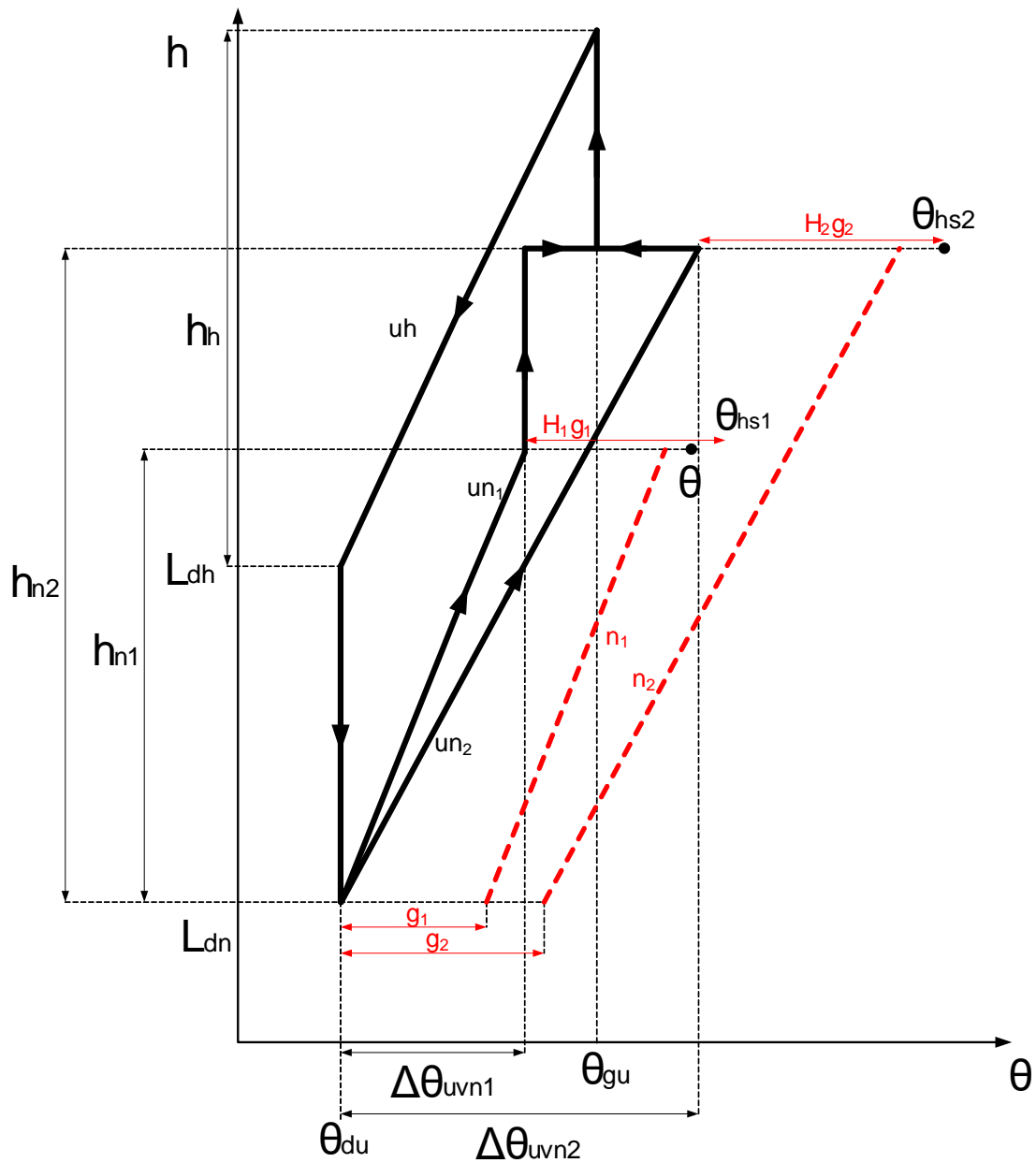
$$R^2 = H^2 + r^2 - Dr \cos \varphi + \frac{D^2}{4} \quad (1.13)$$

Заменом (1.5) и (1.13) у (1.4) добија се

$$F_{12} = 2 \int_{r=0}^{D/2} \int_{\varphi=0}^{\pi} \frac{H^2}{\left(H^2 + r^2 - Dr \cos \varphi + \frac{D^2}{4} \right)^2} r d\varphi dr \quad (1.14)$$

2. Задатак

На слици 2.1, црним и црвеним линијама, приказан је дијаграм промене температуре у трансформатору за неке претпостављене вредности протока уља кроз намотаје (протоци су такви да се разликују порасте температура уља у намотајима).



Слика 2.1

3. Задатак

На основу извођења са часова предавања од 16 до 18 (изрази 173 до 186) добија се следећи израз за снагу хлађења:

$$P_{hn} = \frac{K_p S (\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl} - \vartheta_{tul} + \vartheta_{hul})}{\ln \left(\frac{\vartheta_{tizl} - \vartheta_{hizl}}{\vartheta_{tul} - \vartheta_{hul}} \right)} = \frac{K_p S (\Delta \vartheta_{izl} - \Delta \vartheta_{ul})}{\ln \left(\frac{\Delta \vartheta_{izl}}{\Delta \vartheta_{ul}} \right)} \quad (3.1)$$

За номиналне податке хладњака важи:

$$\Delta \vartheta_{izl} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 31,35^\circ\text{C} \quad (3.2)$$

$$\Delta \vartheta_{ul} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 62^\circ\text{C} \quad (3.3)$$

Заменом ових вредности у израз (3.1), уз $P_{hn} = 210 \text{ kW}$ добија се да је:

$$K_p S = \frac{P_{hn} \cdot \ln \left(\frac{\Delta \vartheta_{izl}}{\Delta \vartheta_{ul}} \right)}{(\Delta \vartheta_{izl} - \Delta \vartheta_{ul})} = 4,672 \frac{\text{kW}}{^\circ\text{C}} \quad (3.4)$$

За ваздух и уље можемо написати следеће изразе:

$$P_{hn} = \rho_v Q_{vn} c_{pv} (\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn}) \quad (3.5)$$

$$P_{hn} = \rho_u Q_{un} c_{pu} (\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun}) \quad (3.6)$$

Одавде добијамо да је:

Како је номинална снага хладњака за 30% већа од номиналне снаге губитака имамо да је $P_h = P_{hn}/1,3 = 161,54 \text{ kW}$. Проток

$$\rho_v c_{pv} = \frac{P_{hn}}{Q_{vn} (\vartheta_{tvn} - \vartheta_{hvn})} = 0,3024 \frac{\text{kW}}{\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}} \quad (3.7)$$

$$\rho_u c_{pu} = \frac{P_{hn}}{Q_{un} (\vartheta_{tun} - \vartheta_{hun})} = 1822,57 \frac{\text{kW}}{\text{m}^3 \cdot ^\circ\text{C}} \quad (3.8)$$

ваздуха једнак је номиналном $Q_v = Q_{vn}$, док је температура опала на $\vartheta_{hv} = 20^\circ\text{C}$. Сада, за ову снагу хлађења и овај проток можемо написати израз аналоган изразу (5.5):

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv} (\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \quad (3.9)$$

На основу израза (3.9) долазимо до:

$$\vartheta_{tv} = \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} + \vartheta_{hv} = 38,88^\circ\text{C} \quad (3.10)$$

Проток уља повећао се за 20% на $Q_v = 1,2 \cdot Q_{vn} = 81,6 \text{ m}^3/\text{h}$, док је температура уља на уласку у хладњак остала иста $\vartheta_{tu} = \vartheta_{tun} = 102^\circ\text{C}$. И за уље се сада може написати израз аналоган изразу (3.10):

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} = 98,09^\circ\text{C} \quad (3.11)$$

За стварну снагу хлађења можемо написати израз аналоган изразу (3.1):

$$P_h = \frac{K_p^z S (\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv} - \vartheta_{tu} + \vartheta_{hv})}{\ln \left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}} \right)} \quad (3.12)$$

Из претходног израза се добија

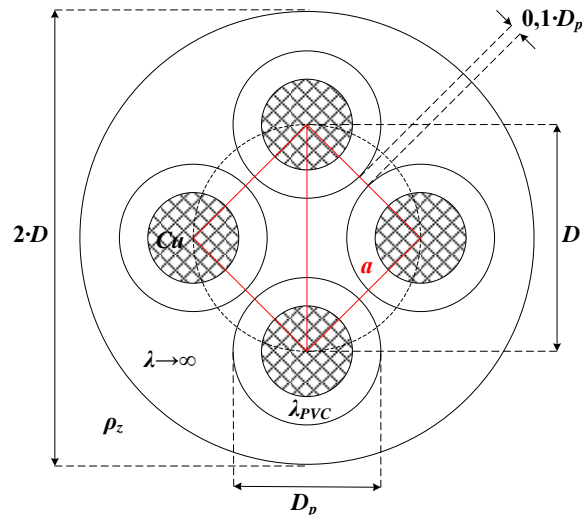
$$K_p^z S = \frac{P_h \cdot \ln \left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}} \right)}{(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} = 2,308 \frac{\text{kW}}{^\circ\text{C}}, \quad (3.13)$$

односно

$$\frac{K_p^z S}{K_p S} = \frac{K_p^z}{K_p} = \frac{2,308}{4,672} = 0,494 \quad (3.14)$$

Дакле, услед запрљања дошло је до смањења укупног коефицијента преноса топлоте за 50,6%.

4. Задатак



Слика 4.1

Пречник бакарног проводника износи

$$D_u = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 95}{\pi}} = 10,998 \approx 11 \text{ mm}, \quad (4.1)$$

па је спољашњи пречник једне жиле кабла:

$$D_p = D_u + 2\delta_{iz} = 11 + 2 = 13 \text{ mm} \quad (4.2)$$

Спајањем центара проводника добија се квадрат станице a (слика 4.1):

$$a = 2 \cdot \frac{D_p}{2} + 0,1 \cdot D_p = 1,1 \cdot D_p = 14,3 \text{ mm} \quad (4.3)$$

Дијагонала овог квадрата једнака је пречнику круга на којем се налазе центри проводника:

$$D = a\sqrt{2} = 1,1 \cdot \sqrt{2} \cdot D_p = 20,22 \text{ mm} \quad (4.4)$$

У граничном случају, при дозвољеној једносмерној струји, температура бакарног проводника једнака је 70°C , па вредност подужне електричне отпорности бакра износи:

$$R_{Cu}^{70^\circ\text{C}} = \frac{1}{\sigma \cdot S} (1 + \alpha(70^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})) = \frac{1}{56 \cdot 95} (1 + 4,29 \cdot 10^{-3} \cdot 50) = 2,28 \cdot 10^{-4} \Omega\text{m} \quad (4.5)$$

У стационарном топлотном стању сва топлота која настаје као последица Џулових губитака у бакарном проводнику одводи се, преко PVC изолације, ка околном материјалу добре топлотне проводности (температуре ϑ). Ово стање описује се следећом једначином:

$$R_{Cu}^{70^{\circ}C} \cdot I^2 = \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{PVC}^T} \quad (4.6)$$

Одакле се долази до:

$$I = \sqrt{\frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{Cu}^{70^{\circ}C} \cdot R_{PVC}^T}} \quad (4.7)$$

Вредност подужне топлотне отпорности изолације проводника износи:

$$R_{PVC}^T = \frac{1}{2\pi\lambda_{PVC}} \ln\left(\frac{D_p}{D_u}\right) = 0,166 \text{ Km/W} \quad (4.8)$$

Топлота генерисана Џуловим губицима у три оптерећена проводника ($3 \cdot R_{Cu}^{70^{\circ}C} \cdot I^2$) одводи се са површине материјала добре топлотне проводности (цилиндар пречника $2D$) провођењем у околно тло:

$$3 \cdot R_{Cu}^{70^{\circ}C} \cdot I^2 = \frac{\vartheta - \vartheta_z}{R_z^T} \quad (4.9)$$

где је:

$$R_z^T = \frac{\rho_z}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ref}}{2D}\right) = 1,276 \text{ Km/W} \quad (4.10)$$

Комбиновањем израза (4.6) и (4.9) добија се:

$$3 \cdot \frac{\vartheta_{doz} - \vartheta}{R_{PVC}^T} = \frac{\vartheta - \vartheta_z}{R_z^T} \quad (4.11)$$

Решавањем једначине (4.11) добија се температура ϑ :

$$\vartheta = \frac{3\vartheta_{doz} + \vartheta_z \frac{R_{PVC}^T}{R_z^T}}{3 + \frac{R_{PVC}^T}{R_z^T}} = 67,92^{\circ}C \quad (4.12)$$

Сада се из израза (4.7) добија тражена вредност струје:

$$I = \sqrt{\frac{70 - 67,92}{2,28 \cdot 10^{-4} \cdot 0,166}} = 234,29 \text{ A} \quad (4.13)$$

5. Задатак

Биланс снаге за посматрани елемент са координатама (7,4) је:

$$P_{gen} = P_{akum} + P_{prenosa} \quad (5.1)$$

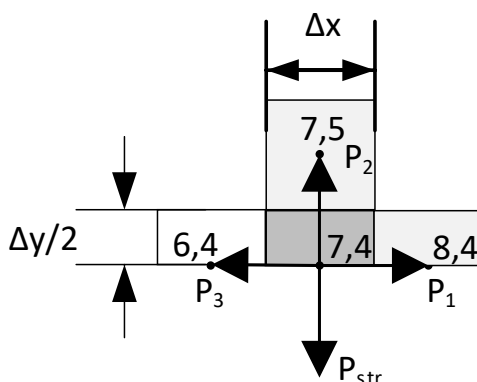
где су:

- P_{gen} - укупна снага којом се енергија генерише у посматраном елементу,
- P_{akum} - укупна снага којом се енергија акумулише у посматраном елементу и
- $P_{prenosa}$ - снага којом се енергија размењује са осталим елементима.

Нема генерисања енергије по запремини материјала, па је $P_{gen} = 0$.

По имплицитној методи акумулисана енергија се изражава као пораст енергије у тренутном (p) тренутку у односу на претходни тренутак ($p-1$):

$$P_{akum} = \rho_2 c_{p2} \Delta x \frac{\Delta y}{2} L \frac{d\vartheta_{7,4}}{dt} = \rho_2 c_{p2} \frac{\Delta x \Delta y}{2} L \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,4}^{p-1}}{\Delta t} \quad (5.2)$$



Слика 5.1

Топлотна енергија се са тела на околину може пренети провођењем и струјањем:

$$P_{prenosa} = P_{prov} + P_{str} \quad (5.3)$$

За посматрани елемент, снага преноса топлоте провођењем се састоји из три члана који обухватају снаге преноса топлоте ка елементима на координатама (8,4), (7,5) и (6,4).

$$P_{prov} = \sum_{k=1}^3 P_k \quad (5.4)$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{8,4}^p}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{L} \frac{\Delta y}{2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{8,4}^p}{\frac{2}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \quad (5.5)$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,5}^p}{\frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta y}{L \Delta x}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{7,5}^p}{\frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta y}{\Delta x}} \quad (5.6)$$

$$P_3 = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{6,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1} \frac{\Delta x}{2} + \frac{1}{\lambda_2} \frac{\Delta x}{2}} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{6,4}^p}{\frac{1}{\lambda_1 L} \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{1}{\lambda_2 L} \frac{\Delta x}{\Delta y}} \quad (5.7)$$

Снага преноса топлоте струјањем са елемента на околни флуид је:

$$P_{str} = \frac{\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{\infty}^p}{\frac{1}{\alpha} \frac{1}{L \Delta x}} = \alpha L \Delta x (\vartheta_{7,4}^p - \vartheta_{\infty}^p) \quad (5.8)$$