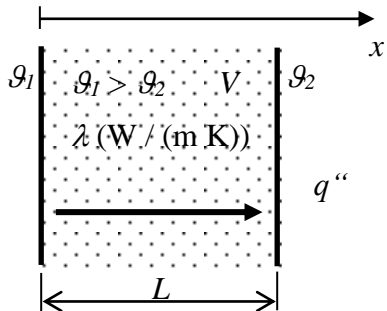


1 Уводни део о преносу топлоте

Пренос топлоте (топлота) је прелазак топлотне енергије услед разлике температура.

Изрази за површинску густину снаге преноса топлоте (q'' , W / m^2) за њене основне облике:

- 1) Провођење кроз чврсто тело или флуид у мировању



Слика 1

λ - специфична топлотна проводност ($W / m K$)

Једнодимензиони пренос топлоте, правоугаони координатни систем:

$$q'' = -\lambda \frac{d\theta}{dx} \quad (1)$$

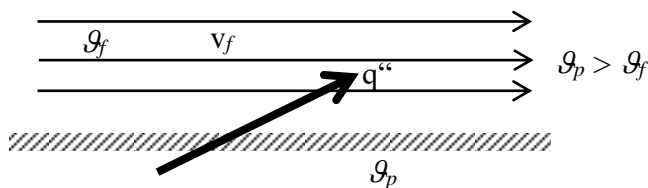
За стационарно топлотно стање и случај да нема генерисања топлоте унутар тела топлота је константна по x координати:

$$q'' = const. \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = const. = \frac{\theta_2 - \theta_1}{L} \quad (3)$$

$$q'' = \lambda \frac{\theta_1 - \theta_2}{L} \quad (4)$$

- 2) Струјање са површи ка флуиду који се креће или обрнуто (са флуида ка површи)

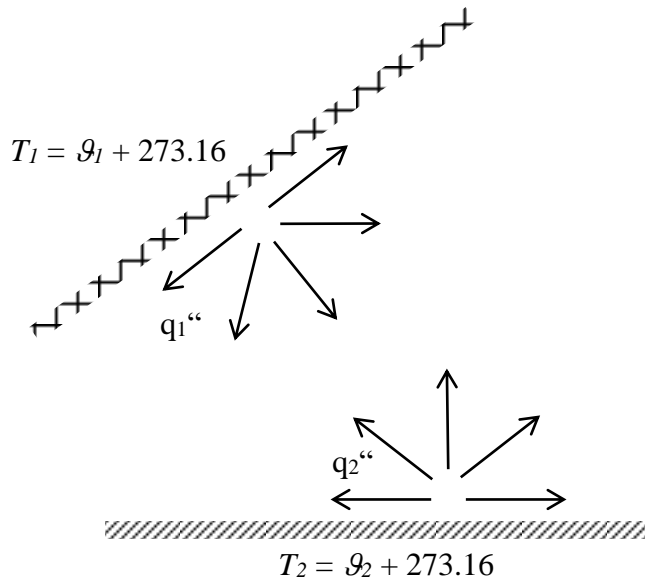


Слика 2

$$q'' = \alpha (\theta_p - \theta_f) \quad (5)$$

v_f – брзина флуида (m / s), α – коефицијент преласка топлоте струјањем ($W / m^2 K$)

3) Размена енергије између две површи зрачењем



Слика 3

$$\theta(^{\circ}C) \quad T(K)$$

Због разлике температура θ_1 и θ_2 , односно T_1 и T_2 , долази до размене топлоте зрачењем између две површи.

Снага зрачења са површи која се налази на апсолутној температури T и налази се у простору апсолутне температуре T_a :

$$q'' = \varepsilon \sigma_c (T^4 - T_a^4) \quad (6)$$

$$\sigma_c = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

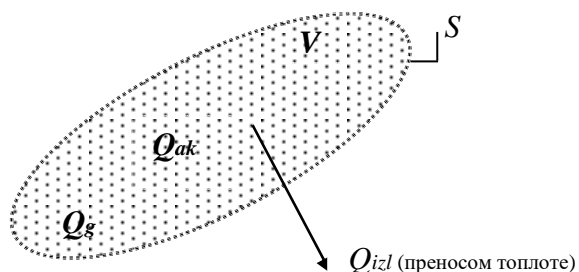
Однос „пренос топлоте“ / „термодинамика“

Термодинамика се бави равнотежним (по запремини) стањем флуида (стање: притисак, температура, запремина).

Питањем колика је пренета топлота која настаје као резултат термичке неравнотеже, односно разлике температура, а који је проткан кроз целу електро-енергетику, не бави се термодинамика већ теорија преноса топлоте.

2.1. Закон одржања енергије као базни закон преноса топлоте

2.1.1. Примена на затворен систем



Слика 4

$$t \in (t_1, t_2)$$

$$Q_g = Q_{ak} + Q_{izl} \quad (7)$$

$$t = t^*$$

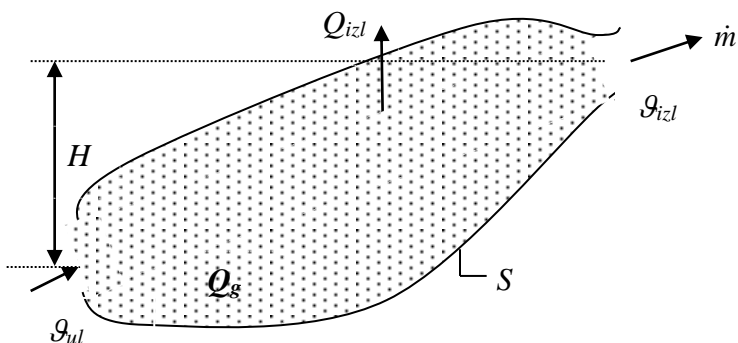
$$P_g = P_{ak} + P_{izl} \quad (8)$$

Енергија (Q (J)), односно снага промене акумулисане енергије (P (W)), може бити:

- За промену акумулисане енергије (Q_{ak}, P_{ak}) > 0 ако температура унутар запремине V расте, (Q_{ak}, P_{ak}) < 0 ако температура унутар запремине V опада
- За пренос топлоте (Q_{izl}, P_{izl}) > 0 ако се енергија преноси од запремине V ка околини, (Q_{izl}, P_{izl}) < 0 ако се енергија преноси од околине ка запремини V
- За генерисану топлоту по правилу (Q_g, P_g) > 0

$$Q_g = \pm Q_{ak} \pm Q_{izl} \quad (9)$$

2.1.2. Примена на отворен систем са константним протоком



Слика 5

\dot{m} - Масени проток флуида (kg / s)

Под условима

- некомп्रेसибилни флуид: специфични масени топлотни капацитет $c_p = c_v = c$ (J / (kg K))
- мала разлика притиска на уласку и изласку флуида ($p_{izl} \approx p_{ul}$)

- занемарљив пренос топлоте провођењем дуж смера струјања флуида (у односу на први сабирак у изразу (10))
- стационарни режим

важи:

$$\dot{m} c_p (\vartheta_{ul} - \vartheta_{izl}) + \dot{m} \left(\frac{v_{ul}^2}{2} - \frac{v_{izl}^2}{2} \right) + \dot{m} g H = P_{izl} - P_g \quad (10)$$

С обзиром на опсег реалних вредности појединих чланова у претходној једначини, она се, без значајног губитка тачности, своди на израз

$$\dot{m} c_p (\vartheta_{ul} - \vartheta_{izl}) = P_{izl} - P_g \quad (11)$$

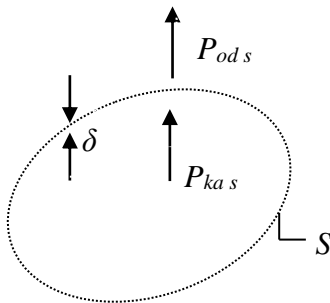
односно

$$\dot{m} c_p (\vartheta_{izl} - \vartheta_{ul}) = P_g - P_{izl} \quad (12)$$

- Конвективно-дифузна једначина којом се описује просторна и временска промена температуре флуида који се креће (за случај некомп्रेसибилног флуида, $c_p = c_v = c$, и мале разлике притиска на уласку и изласку флуида, $p_{izl} \approx p_{ul}$); t – време, X – дужинска координата, Q – снага размене енергије између флуида и околине, λ – топлотна провидност флуида

$$\rho c \frac{\partial T(t, X)}{\partial t} + \rho c u(t, X) \cdot \nabla T(t, X) + \nabla(-\lambda \nabla T(t, X)) = Q \quad (13)$$

2.1.3. Примена на површи које ограничавају затворен систем



Слика 6

$$P_{od s} = P_{kas} \quad (14)$$

Објашњење: P_g и P_{ak} у слоју јако мале дебљине δ је приближно нула

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\int_0^{\delta} P_g(x) dx \right) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\int_0^{\delta} P_{ak}(x) dx \right) = 0 \quad (15)$$

3. Пренос топлоте струјањем

У поглављу 2 (Уводни део о преносу топлоте), наведен је основни закон преноса топлоте струјањем (једначина (5)), да је површинска густина снаге преноса топлоте струјањем једнака производу коефицијента преласка топлоте струјањем (α) и разлике температура површи и флуида:

$$q'' = \alpha (\mathcal{G}_p - \mathcal{G}_f)$$

Уколико је температура површи већа од температуре флуида ($\mathcal{G}_p > \mathcal{G}_f$), топлота прелази са топлије површи на хладнији флуид и α представља коефицијент преласка топлоте струјањем са површи на флуид. Уколико је температура флуида већа од температуре површи ($\mathcal{G}_f > \mathcal{G}_p$), топлота прелази са топлијег флуида на хладнију површ и α представља коефицијент преласка топлоте струјањем са флуида на површ.

Наведени основни закон струјања је веома једноставан. Читава теорија конвективног преноса топлоте (преноса топлоте струјањем) се бави успостављањем формула за одређивање коефицијента преласка топлоте струјањем (α). Овај задатак је комплексан и за дефинисање формула се по правилу користе резултати експеримената у комбинацији са резултатима теоретских разматрања.

Флуид у непосредној близини граничне површи се налази у стању мировања, па се снага преноса топлоте од површи може израчунати преко *Fourie*-овог закона преноса топлоте провођењем кроз чврсто тело:

$$q'' = -\lambda_f \left(\frac{\partial \mathcal{G}_f}{\partial y} \right)_{y=0+} \quad (16)$$

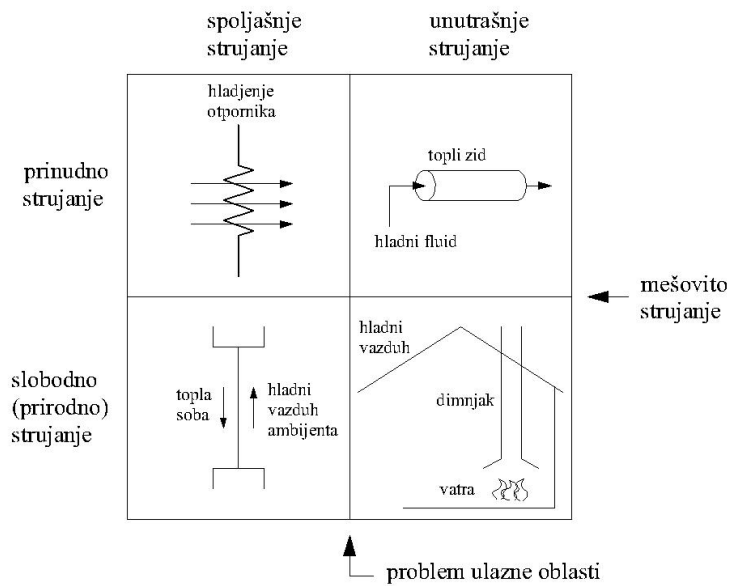
(у оса је управна на граничну површ). Из овог израза и дефиниционог израза за α (5) следи да је

$$\alpha = -\frac{\lambda_f}{\mathcal{G}_p - \mathcal{G}_f} \left(\frac{\partial \mathcal{G}_f}{\partial y} \right)_{y=0+} \quad (17)$$

Да би се из претходног израза одредила вредност коефицијента преласка топлоте струјањем α потребно је познавати расподелу температуре у слоју флуида уз граничну површ. За одређивање ове расподеле температуре потребно је решити међусобно повезана три система диференцијалних једначина: одржања масе, одржања импулса и одржања енергије. Излагање ове теорије превазилази ниво и концепт излагања предвиђених за овај курс. Данас постоје софтверски пакети који у себи садрже солвере ових једначина (уобичајени термин за овакве софтвере је CFD (Computational fluid dynamics)).

Концепт овог курса је „апликативни пренос топлоте“, што значи да се студенти упознају са формулама за коефицијент преласка топлоте струјањем које су проистекле из теоријских разматрања и експеримента, а који су у релативно једноставној форми и који се могу применити на решавање инжењерских проблема без дубоког улажења у теорију механике флуида. Постоји неколико начина преноса топлоте струјањем, за које се значајно разликују математичке форме које их могу адекватно описати.

Једна од могућих почетних класификација је приказана на слици 7.



Слика 7

Принудно струјање – покретање флуида – настаје као резултат спољашње силе која покреће флуид. Природно струјање настаје као последица загревања / хлађења флуида – флуид који се загрева се шири, има мању густину и последично се јавља сила која покреће флуид на горе; флуид који се хлади има мању густину и креће се на доле. У случају да се флуид креће у затвореној петљи, вредност протока флуида зависи од сила у зонама у којима се флуид загрева / хлади, односно од просторне расподеле снага загревања / хлађења флуида.

Проблеми „спољашњег“ и „унутрашњег“ струјања су раздвојени јер је суштински разликује природа физике процеса када је ограничен / није ограничен простор у коме се развијају профили температуре и брзине флуида поред површи са којом флуид размењује топлоту. У вези са тим, у случају унутрашњег струјања постоји улазна област, од почетка цеви до локације од које се може сматрати да су профил брзине и температуре достигли своју устаљену форму. За одређивање

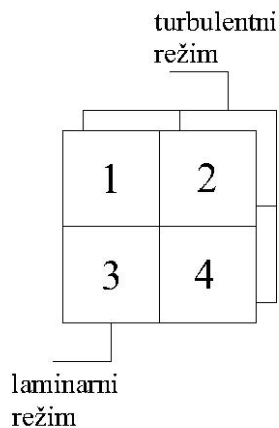
вредности коефицијента преласка топлоте струјањем у улазној области се одређују по формулама које се разликују од оних које се примењују у областима са потпуно развијеним профилом брзине и температуре.

Примера ради, у енергетском трансформатору могу се срести све наведене форме струјања.

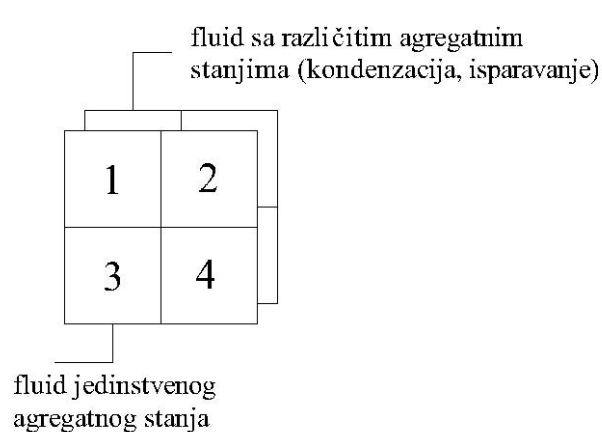
Код уља се доминантно среће унутрашње струјање – кроз канале за хлађење у намотајима и у радијаторима. Струјање ваздуха, као спољашњег расхладног флуида (на површима суда и радијатора), по правилу се може посматрати као спољашње струјање.

Струјање уља и струјање ваздуха може бити природно и принудно (принудно се одликује значајно већим вредностима коефицијента преласка топлоте струјањем – за уље у намотајима оријентациона вредност када уље струји природно је $65 \text{ W} / (\text{m}^2 \text{ K})$, а када струји принудно $300 \text{ W} / (\text{m}^2 \text{ K})$).

Класификација са претходне слике може даље да се „шири“. Прво „ширење“ на „две равни“ је тип струјања (слика 8) – ламинарно и турбулентно, код којих су вредности коефицијента α драстично различите. Друго „ширење“ је према агрегатном стању флуида (слика 9) – да ли у слоју флуида уз површ долази до промене агрегатног стања (течност – гас) или не.



Слика 8



Слика 9

Даљи суштински аспекти су:

- Да ли је површ са које се топлота преноси ка флуиду / од флуида таква да се може сматрати да је константна:
 - Температура по површи
 - Површинска густина снаге по површи
- Да ли се одређивање коефицијената преласка топлоте врши:
 - У „свакој“ тачки посебно
 - Средња вредност за читаву површ

За сваки од наведених случајева постоје специфичне форме израза за израчунавање коефицијената преласка топлоте струјањем.

Први пример је дат за спољашње природно струјање ваздуха уз вертикалну плочу – он се спроводи кроз једну од лабораторијских вежби.

Други пример ће се дати у наставку текста за случај принудног струјања (ламинарног и турбулентног) преко равне плоче.

Општи (за све случајеве струјања) израз за α , преко *Nusselt*-овог броја, гласи

$$\alpha = \frac{\lambda Nu}{L}, \quad (18)$$

где је L карактеристична димензија (карактеристична дужина). У примеру принудног струјања преко равне плоче карактеристична димензија је дужина плоче у правцу струјања флуида.

У случају принудног струјања, када се кретање флуида врши на рачун спољашње погонске силе, *Nusselt*-ов број се исказује као функција *Reynolds*-овог броја:

$$\text{Re} = \frac{u_\infty L}{\nu} \quad (19)$$

u_∞ представља брзину струјања флуида ван граничног слоја, односно довољно далеко од граничне површи тела, где се брзина и температура флуида више не мењају; L је карактеристична димензија, ν кинематска вискозност флуида. Критеријум режима струјања флуида се исказује преко вредности *Reynolds*-овог броја – уколико је он већи од граничне вредности (типично $5 \cdot 10^5$) струјање је турбулентно, а ако је мањи, струјање је ламинарно.

За принудно струјање преко равне плоче (спољашње струјање), у случају да је струјање по целој дужини плоче ламинарно, локални коефицијент преласка топлоте струјањем α_x (на растојању x од почетка плоче) израчунава се према изразу

$$\alpha_x = \frac{\lambda Nu_x}{x}, \quad (20)$$

где је

$$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}, \quad (21)$$

уз услов да је *Prandtl*-ов број (он представља карактеристику флуида) $Pr \geq 0.6$. Израз (21) је дат за случај константне температуре површи (\mathcal{G}_p). Параметри флуида су температурно зависни и одређују се за средњу вредност температуре површи и флуида далеко од површи (температуре „непоремећене масе“ флуида / температуре флуида ван граничног слоја (\mathcal{G}_f)): $(\mathcal{G}_p + \mathcal{G}_f) / 2$.

Средња вредност коефицијента α на некој деоници плоче се лако одређује из познате функције расподеле локалне вредности коефицијента преласка топлоте струјањем $\alpha_x(x)$. Примера ради, средња вредност од почетка плоче до позиције на координати x је једнака

$$\bar{\alpha}_x(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \alpha_x(x) dx = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{\lambda \left(0.332 \left(\frac{u_\infty x}{\nu} \right)^{1/2} Pr^{1/3} \right)}{x} dx = 2 \alpha_x(x) \quad (22)$$

У посматраном случају средња вредност коефицијента преласка топлоте на деоници од почетка плоче до тачке са координатом x је једнака двострукој вредности локалног коефицијента преласка топлоте у тачки са координатом x . Дакле, коефицијент преласка топлоте опада са растојањем од почетка плоче; другим речима, при константној температури плоче са повећањем растојања од почетка плоче смањује се површинска густина снаге којом се енергија са плоче преноси ка флуиду.

За турбулентно струјање *Nusselt*-ов број се може одредити из израза

$$Nu_x = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}, \quad (23)$$

који важи при $60 > Pr \geq 0.6$ и $Re_L \leq 10^7$ (израз се може применити и до $Re_L \leq 10^8$, са грешком до 15 %).

Ако флуид струји тако да постоји област ламинарног, за $x \in (0, x_c)$ и област турбулентног струјања, за $x > x_c$, средњи коефицијент преласка топлоте на плочи дужине L (α_{sr}) се израчунава према

$$\alpha_{sr} = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_c} \alpha_{lam}(x) dx + \int_{x_c}^L \alpha_{turb}(x) dx \right) \quad (24)$$

Замењујући претходно дате изразе за коефицијент преласка топлоте у области ламинарног (21) и у области турбулентног (23) струјања у претходни израз (24) долази се до

$$\alpha_{sr} = \left(\frac{\lambda}{L} \right) \left(0.332 \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{1/2} \int_0^{x_c} \frac{dx}{x^{1/2}} + 0.0296 \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{4/5} \int_{x_c}^L \frac{dx}{x^{1/5}} \right) \text{Pr}^{1/3} \quad (25)$$

$$\alpha_{sr} = \left(\frac{\lambda}{L} \right) Nu_{ekv} \quad (26)$$

$$Nu_{ekv} = \left(0.664 \text{Re}_{x_c}^{1/2} + 0.037 \left(\text{Re}_L^{4/5} - \text{Re}_{x_c}^{4/5} \right) \right) \text{Pr}^{1/3} \quad (27)$$

$$Nu_{ekv} = \left(0.037 \text{Re}_L^{4/5} - A \right) \text{Pr}^{1/3} \quad (28)$$

А представља константу која се израчунава из вредности критичног *Reynolds*-овог броја (вредности при којој долази до промене режима струјања флуида):

$$A = 0.037 \text{Re}_{x_c}^{4/5} - 0.664 \text{Re}_{x_c}^{1/2} \quad (29)$$

За $\text{Re}_{xc} = 5 \cdot 10^5$,

$$Nu_{ekv} = \left(0.037 \text{Re}_L^{4/5} - 871 \right) \text{Pr}^{1/3} \quad (30)$$

Рекапитулација: претходни израз важи за $60 > \text{Pr} \geq 0.6$ и $5 \cdot 10^5 \leq \text{Re}_L \leq 10^8$, $\text{Re}_{xc} = 5 \cdot 10^5$.

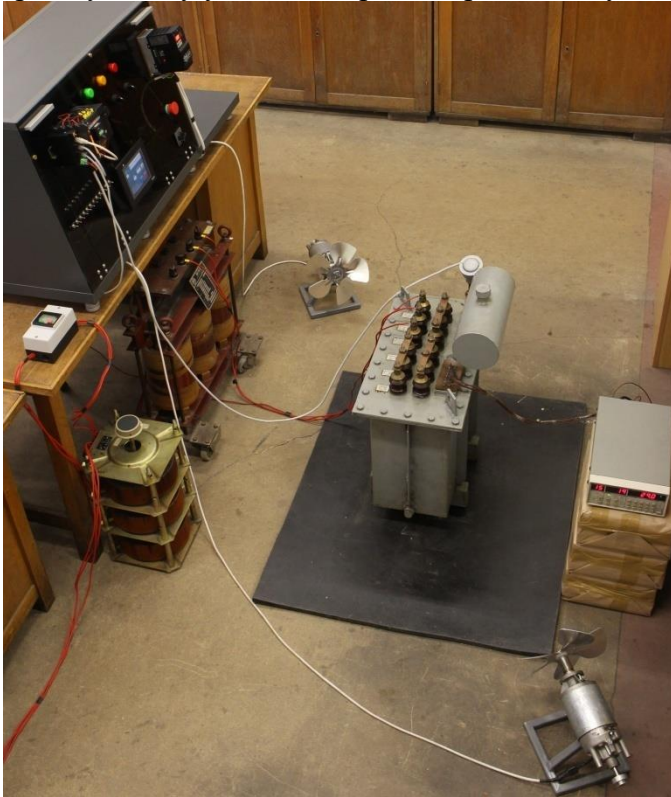
У случају да је $L \gg x_c$ ($\text{Re}_L \gg \text{Re}_{xc}$) вредност A се, због $A \ll 0.037 \text{Re}_L^{4/5}$, може занемарити. Дакле, за плоче код којих је почетни део са ламинарним струјањем много мањи од преосталог дела са турбулентним струјањем, приближно важи

$$Nu_{ekv} = 0.037 \text{Re}_L^{4/5} \text{Pr}^{1/3} \quad (31)$$

Овај израз се може користити и за **турбулентно струјање** које постоји по целој површини плоче; **оно може настати ако се помоћу одговарајуће препреке, изазивача турбулентног струјања**, код улазне ивице плоче одмах успостави турбулентно струјање; тиме се избегава почетни природни део ламинарног струјања (за $x < x_c$).

На вежбама ће бити урађен један пример који илуструје примену претходно датих израза.

Пример 1 - Промена термичких карактеристика трансформатора са променом брзине обртања вентилатора; регулација броја обртаја са циљем оптимизације снаге губитака или одржавања температуре горњег уља, чиме се избегава "дисање трансформатора" (ширење и скупљање уља, при скупљању уља се ствара подпритисак и увлачи ваздух и у њему садржана влага)



Пораст температуре горњег уља у односу на температуру амбијенталног ваздуха, при различитим брзинама обртања вентилатора

	60Hz	52.5Hz	45Hz	37.5Hz	30Hz
1.6I _n	31.1668	31.9828	35.3559	36.4301	38.1230
1.4I _n	21.1198	23.4436	24.6667	27.0316	27.9988
1.2I _n	15.3718	16.3251	18.3359	20.2059	21.0868
I _n	10.3330	11.7329	12.0629	13.4541	14.2828

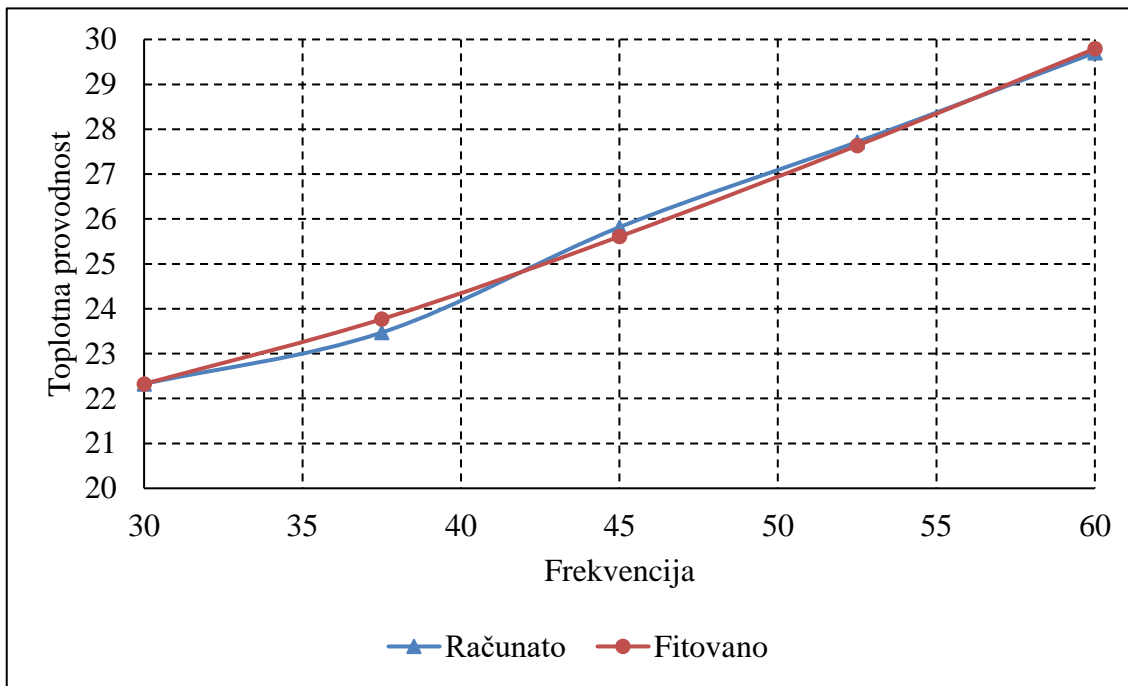
Топлотне проводности (λ_{gu}): однос укупне снаге губитака и порасте температуре горњег уља у стационарним топлотним режимима

I/I _n	60Hz	52.5Hz	45Hz	37.5Hz	30Hz
1.6	28.8986	28.1369	25.1457	23.6714	21.3954
1.4	30.5402	28.1870	26.5817	24.2051	23.6791
1.2	29.6095	27.8168	25.6041	23.0433	22.0432
1	29.7629	26.7219	25.9382	22.9640	22.1872
Усредњено	29.7028	27.7157	25.8174	23.4710	22.3262

Детаљније на

http://term-procesi.etf.rs/dokumenti/istrazivanja/paper_13.pdf

http://term-procesi.etf.rs/dokumenti/istrazivanja/paper_14.pdf



$$\lambda_{gu} = 22.3262 + 0.1324(f - 30)^{1.1857}$$

Пример 2 - Природно струјање (температура флуида ϑ_∞) уз плочу константне температуре (ϑ_s):

$$\vartheta_f = \frac{\vartheta_s + \vartheta_\infty}{2}$$

$$\alpha = \frac{\lambda Nu}{L}$$

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g \beta (\vartheta_s - \vartheta_\infty) L^3}{\nu \alpha}$$

За вертикалну плочу:

$$Nu_L = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{0.25}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16}\right]^{4/9}}, \text{ за } Ra_L \leq 10^9$$

L - висина плоче

За хоризонталну плочу:

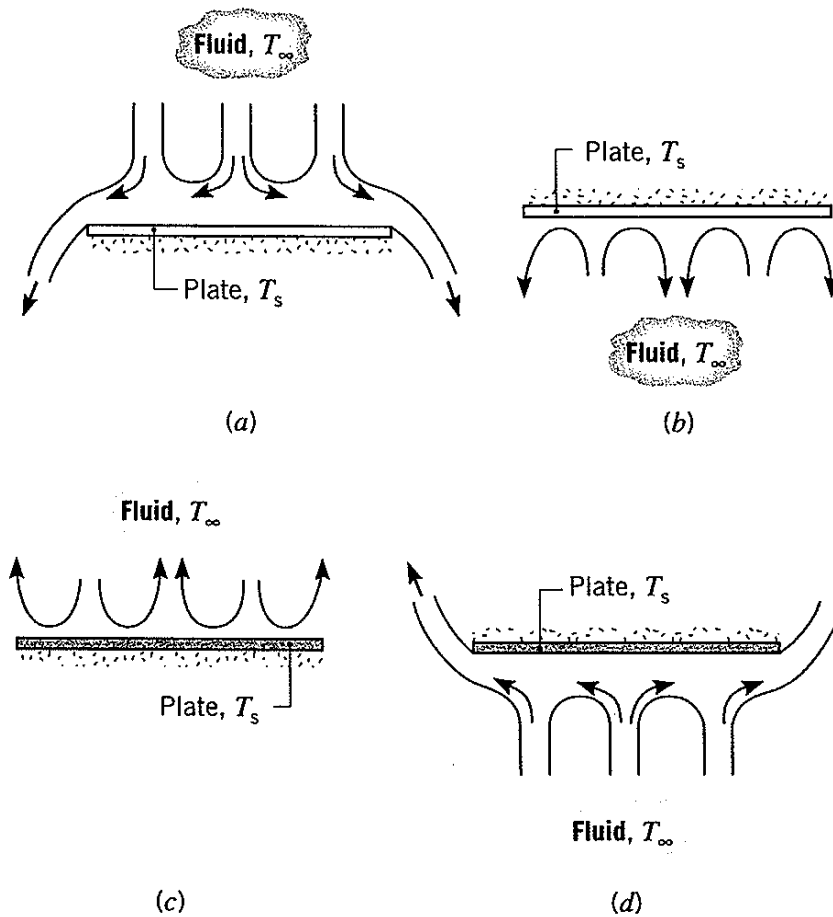


FIGURE 9.8
Buoyancy-driven flows on horizontal cold ($T_s < T_\infty$) and hot ($T_s > T_\infty$) plates: (a) top surface of cold plate, (b) bottom surface of cold plate, (c) top surface of hot plate, and (d) bottom surface of hot plate.

За површ окренуту ка горе у случају да се плоча хлади флуидом или плочу окренуту на доле у случају да се плоча загрева флуидом ((c) и (b)):

$$Nu_L = 0.54 Ra_L^{0.25}, \text{ за } 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$$

$$Nu_L = 0.15 Ra_L^{0.33}, \text{ за } 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$$

За површ окренуту ка доле у случају да се плоча хлади флуидом или плочу окренуту на горе у случају да се плоча загрева флуидом ((d) и (a)):

$$Nu_L = 0.27 Ra_L^{0.25}, \text{ за } 10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$$

L - однос површи плоче и обима линије која ограничава површ

Закључак: није свеједно како се постави површ за хлађење, било да се ради о једноставној плочи или хладњаку. На наредној слици је приказан пресек хладњака у хоризонталној равни. Хладњак се мора монтирати на начин прописан о стране произвођача, у смислу да ребра за хлађење, као и правоугаона плоча основе хладњака, буду у вертикалном положају и да испод њих постоји довољно велико растојање које омогућава несметан доток хладног ваздуха. Дакле, уколико би се плоча основе хладњака поставила хоризонтално, карактеристике хладњака би одступале од каталошки задатих.

