ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Катедра за енергетске претвараче и погоне

Термички процеси у електроенергетици

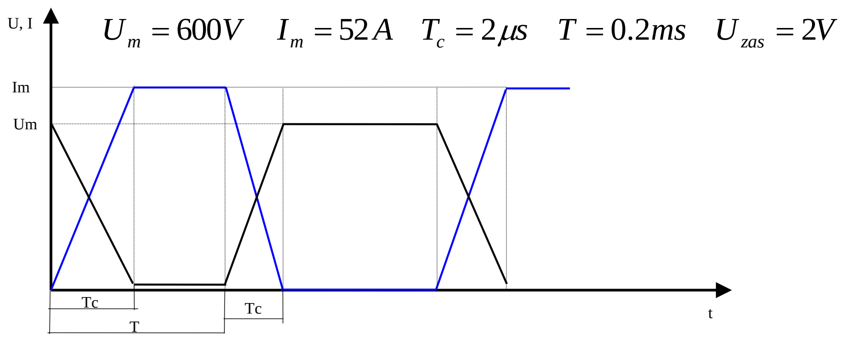
Материјали за рачунске вежбе
(Други колоквијум 1. део)

Децембар 2021.

ЗАДАТАК 1

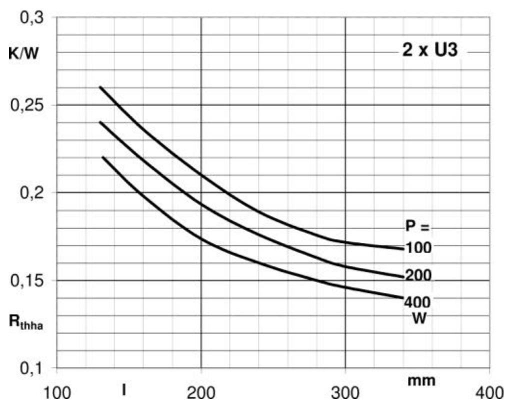
Heat sink:

Посматрајмо један IGBT који ради у неком колу на следећи начин:

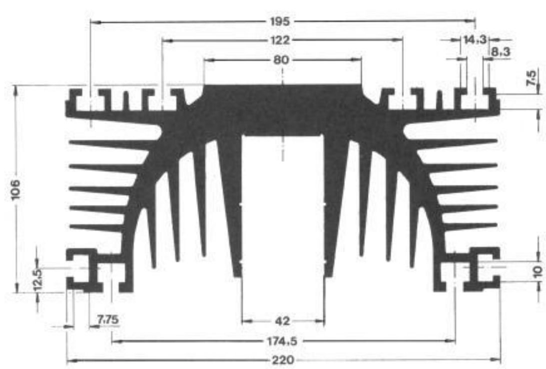


Слика 1.1

За дати режим рада и тип хладњака (слика 1.3) дужине 200 mm који се користи за хлађење IGBT-а одредити температуру места генерисања губитака у устаљеном стању ако је познато: отпор провођењу топлоте кроз транзистор је R_t = 0,4 K/W а еквивалентни отпор провођењу топлоте кроз хладњак и еквивалентни отпор преласку топлоте природним струјањем са хладњака на околни ваздух је дат на слици 1.2 као зависност $R_h(l,\ P)$. Температура амбијента је 25°C.



Слика 1.2



Слика 1.3

Решење:

Временске зависности напона и струје транзистора приказаних на графику можемо исказати аналитички:

$$U(t) = \begin{cases} U_m - \dfrac{U_m}{T_c}t;\ 0 < t \leq T_c \\ U_{zas};\ T_c < t \leq T \\ \dfrac{U_m}{T_c}(t-T);\ T < t \leq T + T_c \\ U_m;\ T + T_c < t \leq 2T \end{cases} \qquad I(t) = \begin{cases} \dfrac{I_m}{T_c}t;\ 0 < t \leq T_c \\ I_m;\ T_c < t \leq T \\ I_m - \dfrac{I_m}{T_c}(t-T);\ T < t \leq T + T_c \\ 0;\ T + T_c < t \leq 2T \end{cases} \tag{1.1}$$

Тренутна снага је дана изразом:

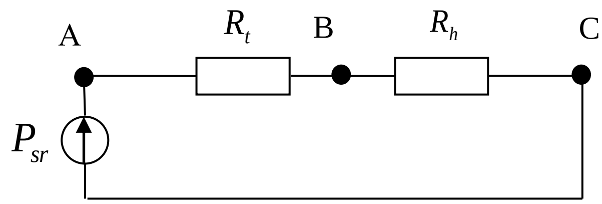
$$P(t) = U(t) \cdot I(t) \tag{1.2}$$

На основу дијаграма са слике 1.1 закључује се да су учестаности промене снаге велике, па те промене тренутне снаге неће утицати на термичке процесе. Због тога ће се у наставку посматрати средња вредност снаге:

$$P_{sr} = \frac{1}{2T}\int_0^{2T} P(t)dt \tag{1.3}$$

Када се у израз (1.3) уврсте бројне вредности добија се да је средња снага губитака у транзистору 103,5 W.

Еквивалентна термичка шема је приказана на слици 1.4.



Слика 1.4

Са слике 1.4 се види да тачка *B* представља спој хладњака и транзистора. Видимо да се са једне стране тачке *B* налази отпор провођењу топлоте кроз транзистор а са друге еквивалентни отпор провођењу топлоте кроз хладњак и отпор преносу топлоте струјањем са хладњака на околни ваздух. Тачка *C* представља околину и она се налази на референтном потенцијалу односно на температури околине. Тачка *A* представља тачку генерисања губитака. У тачку *A* се инјектира снага губитака P_{sr} и њен потенцијал, односно температура представља тражену температуру.

У устаљеном стању сва снага која се генерише у транзистору мора да се одведе са хладњака у околину. Да би се одредила температура тачке *A* треба прво одредити отпоре преносу топлоте. Отпор R_t је познат и његова вредност је дата у тексту задатка. Такође и вредност отпора R_h је дата али у графичкој форми. На основу познате вредности губитака (103,5 W) и дужине хладњака (200 mm) лако се са графика $R_h(l, P)$ одређује да је вредност отпора R_h = 0,21 K/W.

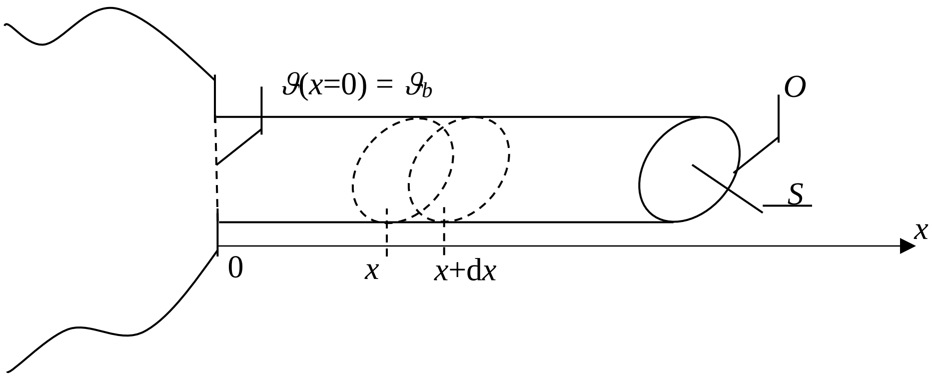
На основу тих података добија се да су падови температуре на отпорима R_h и R_t једнаки $\theta_{BC} = R_h \cdot P_{sr}$ = 21,735 K и $\theta_{AB} = R_t \cdot P_{sr}$ = 41,4 K, респективно. Тада је укупни пораст температуре тачке *A* у односу на амбијент једнак збиру те две вредности и износи 63,135 K, а температура тачке *A* је 88,135°C

ЗАДАТАК 2

Написати израз за промену температуре дуж ребра за хлађење ослоњеног на тело са кога се топлота одводи снагом *P*. Површина попречног пресека ребра износи *S*, а његов обим *O*. Дужина ребра износе *L*, а специфична топлотна проводност λ. Коефицијент преласка топлоте струјањем на омотачу ребра има вредност α_1, а на базису α_2. Користити тачан гранични услов на базису ребра који се хлади. Занемарити компоненту хлађења ребра зрачењем. Позната је вредност температуре амбијента (ваздуха) ϑ_a.

Решење

Математички исказ енергетског биланса, за елементарни део ребра, дужине dx, на растојању x од тела на које је ребро ослоњено (слика 2.1) гласи:



Слика 2.1

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{strujanja} \tag{2.1}$$

где је q_x снага којом се топлота преноси провођењем у правцу осе x (на месту x), а d$q_{strujanja}$ снага којом се топлота одводи струјањем са омотача ребра дужине dx. Зависност снаге провођења од координате x гласи:

$$q_x = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \tag{2.2}$$

па је њен диференцијал, у случају да се попречни пресек ребра не мења по координати x, једнак:

$$\Delta q_x = q_{x+dx} - q_x = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) dx = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx \tag{2.3}$$

Израз (2.3) важи само за линеарну топлопроводну средину тј. средину где је вредност топлотне проводности константна. Снага којом се енергија одводи струјањем са омотача једног делића дужине dx је

$$dq_{strujanja} = \alpha_1 \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{2.4}$$

Уврштавањем у једначину (2.1) израза за диференцијал функције (2.3) и снаге преноса топлоте струјањем (2.4), долази се до следећег израза:

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} dx = \alpha_1 \cdot O \cdot dx \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{2.5}$$

односно до диференцијалне једначине расподеле температуре дуж ребра за хлађење:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\alpha_1 \cdot O}{\lambda \cdot S} \cdot (\vartheta(x) - \vartheta_a) \tag{2.6}$$

Опште решење ове диференцијалне једначине, за случај да се коефицијент преласка топлоте не мења дуж ребра, је

$$\vartheta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \vartheta_a \tag{2.7}$$

где је m параметар одређен изразом

$$m^2 = \frac{\alpha_1 \cdot O}{\lambda \cdot S} \tag{2.8}$$

Интеграционе константе у општем решењу диференцијалних једначина се одређују на основу граничних услова за два базиса ребра за хлађење.

1. Први гранични услов се поставља за граничну површ ребра која је ослоњена на тело:

$$P = -\lambda \cdot S \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0} \tag{2.9}$$

2. Други гранични услов се поставља за други базис ребра за хлађење ($x = L$), који је у додиру са расхладним флуидом, температуре ϑ_a, при чему је коефицијент преласка топлоте струјањем са базиса на флуид α_2. Прецизан исказ другог граничног услова гласи:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=L} = \alpha_2(\vartheta(x = L) - \vartheta_a) \tag{2.10}$$

Заменом израза (2.7) у (2.9), односно (2.7) у (2.10) добија се:

$$-\lambda \cdot S \cdot (C_1 \cdot m \cdot e^{m\cdot 0} - C_2 \cdot m \cdot e^{-m\cdot 0}) = P \tag{2.11}$$

$$-\lambda \cdot (C_1 \cdot m \cdot e^{m\cdot L} - C_2 \cdot m \cdot e^{-m\cdot L}) = \alpha_2(C_1 e^{m\cdot L} + C_2 e^{-m\cdot L} + \vartheta_a - \vartheta_a) \tag{2.12}$$

Из једначине (2.11) се долази до:

$$C_2 = \frac{P}{\lambda S m} + C_1 \tag{2.13}$$

Заменом израза (2.13) у израз (2.12) добија се:

$$-\lambda m \cdot \left(C_1 e^{mL} - \frac{P}{\lambda S m} \cdot e^{-mL} - C_1 e^{-mL}\right) = \alpha_2\left(C_1 e^{mL} + \frac{P}{\lambda S m} \cdot e^{-mL} + C_1 e^{-mL}\right) \tag{2.14}$$

$$-\lambda m C_1 \cdot (e^{mL} - e^{-mL}) + \frac{P}{S} \cdot e^{-mL} = \alpha_2 C_1 \cdot (e^{mL} + e^{-mL}) + \frac{P\alpha_2}{\lambda S m} \cdot e^{-mL} \tag{2.15}$$

$$2\alpha_2 C_1 \cdot \cosh(mL) + 2\lambda m C_1 \cdot \sinh(mL) = \frac{P}{S} \cdot e^{-mL} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_2}{\lambda m}\right) \tag{2.16}$$

$$C_1 = \frac{\frac{P}{S} \cdot e^{-mL} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_2}{\lambda m}\right)}{2(\alpha_2 \cdot \cosh(mL) + \lambda m \cdot \sinh(mL))} \tag{2.17}$$

Коначно, заменом израза (2.17) у израз (2.13) добија се вредност коефицијента C_2

$$C_2 = \frac{P}{\lambda S m} + \frac{\frac{P}{S} \cdot e^{-mL} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_2}{\lambda m}\right)}{2(\alpha_2 \cdot \cosh(mL) + \lambda m \cdot \sinh(mL))} \tag{2.18}$$

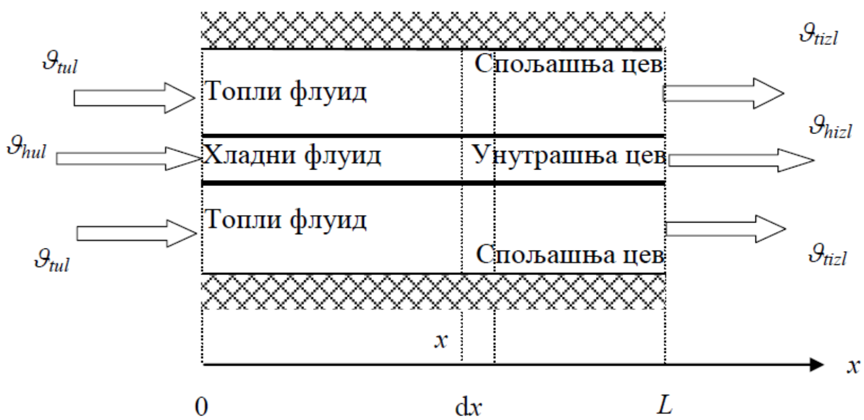
ЗАДАТАК 3

Номинални подаци чистог хладњака дужине L_c = 1,993 m: проток воде $Q_{vn} = 4{,}167\cdot 10^{-3}$ m^3/s, проток уља $Q_{un} = 22{,}2\cdot 10^{-3}$ m^3/s, температуре топлог и хладног уља: ϑ_{tun} = 72°C и ϑ_{hun} = 64°C, температуре хладне и топле воде: ϑ_{hvn} = 25°C и ϑ_{tvn} = 42°C, расхладна снага хладњака P_{hn} = 298 kW. Хладњак се може посматрати као елементарни облик хладњака дужине $2L_c$, пречника отвора унутрашње цеви, кроз коју протиче вода, d_{un} = 13 mm и дебљине цеви δ_{cv} = 1 mm, при чему су протоци воде и уља кроз сваку од N_c = 109 цеви једнаки укупним протоцима воде и уља, подељеним са N_c, респективно. Смерови струјања уља и воде су исти. Параметри воде и уља: ρ_v = 1001 kg/m^3, c_{pv} = 4209 J/(kgK), ρ_u = 895 kg/m^3, c_{pu} = 2198 J/(kgK).

Израчунати расхладну снагу и температуру уља на изласку из хладњака при номиналном протоку воде и протоку уља $Q_u = 24{,}42\cdot 10^{-3}$ m^3/s. Температура уља на уласку у хладњак износи ϑ_{tu} = 72°C, а температура воде на уласку у хладњак износи ϑ_{hv} = 25°C. Запрљање се може занемарити. Производ коефицијента преласка топлоте и додирне површи на страни уља износи 60% вредности производа коефицијента преласка топлоте и додирне површи на страни воде. Сматрати да је коефицијент преласка топлоте струјањем, у случају уља, сразмеран са $Q_u^{0,46}$. Отпор преласку топлоте провођењем кроз саму цев се може занемарити.

Решење

На слици 3.1 приказан је елементарни хладњака са потоком воде и уља у истом смеру.



Слика 3.1

Елементарна снага преноса топлоте кроз размењивач на делићу шитине dx који се налази на координати x је:

$$dq = \frac{\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)}{dR^T} \tag{3.1}$$

где је:

- $\vartheta_t\,(x)$ - температура топлог флуида на координати x,
- $\vartheta_h\,(x)$ - температура хладног флуида на координати x.

Елементарни отпор преносу топлоте кроз зид размењивача одређује као збир топлотних отпора струјању течности на обе стране унутрашње цеви и топлотног отпора провођењу кроз саму цев, који је, по тексту задатка, могуће занемарити:

$$dR^T = \frac{1}{\pi d_{sp}\alpha_u dx} + \frac{1}{\pi d_{un}\alpha_v dx} \tag{3.2}$$

где је:

- d_{un} – унутрашњи пречник цеви,
- d_{sp} – спољашњи пречник цеви,
- α_u – коефицијент преласка топлоте струјањем са топлог флуида (уља) на спољашњу површ унутрашње цеви,
- α_v – коефицијент преласка топлоте струјањем са унутрашње површи унутрашње цеви на хладни флуид (воду).

Заменом израза (3.2) у (3.1) добија се:

$$dq = \pi\, dx\, \left(\frac{1}{d_{sp}\alpha_u} + \frac{1}{d_{un}\alpha_v}\right)^{-1} \left(\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)\right) \tag{3.3}$$

$$dq = \pi\, d_{un}\, dx\, \left(\frac{d_{un}}{d_{sp}\alpha_u} + \frac{1}{\alpha_v}\right)^{-1} \left(\vartheta_t(x) - \vartheta_h(x)\right) \tag{3.4}$$

Из једначине (3.4) могуће је добити вредност јединственог коефицијента преноса топлоте:

$$k_p = \left(\frac{d_{un}}{d_{sp}\alpha_u} + \frac{1}{\alpha_v}\right)^{-1} \tag{3.5}$$

Површина унутрашње и спољашње површи цеви кроз коју тече вода (хладан флуид) рачуна се као:

$$S^{un}_{hladnjaka} = N_c \pi d_{un}\, 2\, L_c = 17{,}7442\ m^2 \tag{3.6}$$

$$S^{sp}_{hladnjaka} = N_c \pi d_{sp}\, 2\, L_c = N_c \pi (d_{un} + 2\delta_{cv}) 2\, L_c = 20{,}4741\ m^2 \tag{3.7}$$

Ако се израз (3.5) помножи изразом (3.6) добија се нова једнакост у којој се појављују топлотне отпорности преносу топлоте струјањем на обе стране унутрашње цеви:

$$k_p S^{un}_{hladnjaka} = \left(\frac{1}{\alpha_u S^{sp}_{hladnjaka}} + \frac{1}{\alpha_v S^{un}_{hladnjaka}}\right)^{-1} \tag{3.8}$$

По услову задатка важи:

$$\alpha_u S^{sp}_{hladnjaka} = 0{,}6\ \cdot \alpha_v S^{un}_{hladnjaka} \tag{3.9}$$

Заменом (3.9) у (3.8) добија се:

$$k_p S_{hladnjaka}^{un} = \left(\frac{16}{6} \cdot \frac{1}{\alpha_v S_{hladnjaka}^{un}}\right)^{-1} \quad (3.10$$

$$k_p S_{hladnjaka}^{un} = \frac{3}{8} \cdot \alpha_v S_{hladnjaka}^{un} \quad (3.11)$$

$$\alpha_v = \frac{8}{3} \cdot k_p \quad (3.12)$$

$$\alpha_u = 0{,}6 \cdot \frac{8}{3} \cdot k_p \cdot \frac{S_{hladnjaka}^{un}}{S_{hladnjaka}^{sp}} \quad (3.13)$$

Јединствени коефицијент преласка топлоте при номиналним радним условима може се одредити као:

$$k_{p,nom} = \frac{P_{hn} \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl,nom}}{\Delta\vartheta_{ul,nom}}\right)}{S_{hladnjaka}^{un}(\Delta\vartheta_{izl,nom} - \Delta\vartheta_{ul,nom})} \quad (3.14)$$

где је:

- $\Delta\vartheta_{ul,nom} = \vartheta_{tun} - \vartheta_{hvn} = 72 - 25 = 47°\mathrm{C}$,
- $\Delta\vartheta_{izl,nom} = \vartheta_{hun} - \vartheta_{tvn} = 64 - 42 = 22°\mathrm{C}$.

У изразу (3.14), као и наставку задатка, за температуре означене на слици 3.1 у користе се следеће ознаке:

- $\vartheta_{tul} = \vartheta_{tu}$
- $\vartheta_{tizl} = \vartheta_{hu}$
- $\vartheta_{hul} = \vartheta_{hv}$
- $\vartheta_{hizl} = \vartheta_{tv}$

Заменом бројних вредности добија се да јединствени коефицијент преласка топлоте струјањем при номиналним условима има вредност $k_{p,nom} = 509{,}9425\, W/(m^2K)$. Сада је могуће, помоћу израза (3.12) и (3.13), израчунати вредности коефицијента преласка топлоте струјањем при номиналним условима: $\alpha_{v,nom} = 1359{,}8466\, W/(m^2K)$ и $\alpha_{u,nom} = 707{,}1202\, W/(m^2K)$.

При новим радним условима, проток воде има номиналну вредност ($Q_v = Q_{vn}$), док је проток уља повећан. Због тога коефицијент преласка топлоте струјањем за воду остаје исти ($\alpha_v = \alpha_{v,nom}$), а за уље има вредност:

$$\alpha_u = \alpha_{u,nom} \cdot \left(\frac{Q_u}{Q_{un}}\right)^{0{,}46} = 738{,}8119\, W/(m^2K) \quad (3.15)$$

Сада је могуће прорачунати и нову вредност коефицијента преноса топлоте:

$$k_p = \left(\frac{d_{un}}{d_{sp}\alpha_u} + \frac{1}{\alpha_v}\right)^{-1} = 523{,}9905\ W/(m^2K) \tag{3.16}$$

Сва топлота која се одузме од топлог флуида (уља) преда се хладном флуиду (води), на основу овога могуће је написати следећа два израза:

$$P_h = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \tag{3.17}$$

$$P_h = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{3.18}$$

где је $\vartheta_{tu} = \vartheta_{tun} = 72°C$, $\vartheta_{hv} = \vartheta_{hvn} = 25°C$.

При новим радним условима израз (3.14) има следећи облик:

$$k_p = \frac{P_h \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{S_{hladnjaka}^{un}(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} \tag{3.19}$$

Изрази (3.17), (3.18) и (3.19) чине систем од три једначине са три непознате:

$$\vartheta_{hu} = \vartheta_{tu} - \frac{P_h}{\rho_u Q_u c_{pu}} \tag{3.20}$$

$$\vartheta_{tv} = \vartheta_{hv} + \frac{P_h}{\rho_v Q_v c_{pv}} \tag{3.21}$$

$$k_p = \frac{P_h \cdot \ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}}\right)}{S_{hladnjaka}^{un}((\vartheta_{hu} - \vartheta_{tv}) - (\vartheta_{tu} - \vartheta_{hv}))} \tag{3.22}$$

Решење овог система је:

$$\vartheta_{hu} = 65{,}52°C \tag{3.23}$$

$$\vartheta_{tv} = 42{,}74°C \tag{3.24}$$

$$P_h = 311{,}438\ kW \tag{3.25}$$

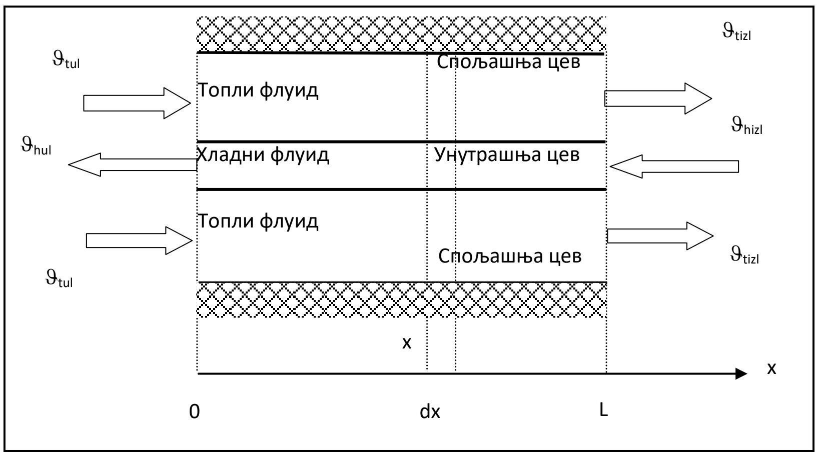
ЗАДАТАК 4

Коефицијент преласка топлоте, одређен из номиналних података хладњака, износи k_p = 455 W/(m^{2}K). Вредност фактора хладњака F је блиска јединици, због чега се хладњак може посматрати као елементарни облик хладњака дужине $2L_c$ кога сачињавају две цилиндричне коаксијалне цеви кроз које уље и вода протичу у супротним смеровима. Пречник унутрашње цеви (број цеви износи N_c = 109, а дужина L_c = 1,993 m), кроз коју протиче вода, износи d_{ucv} = 13 mm, дебљина цеви δ_{cv} = 1 mm, док је еквиваленти унутрашњи пречник цеви кроз коју протиче уље и која је идеално топлотно изолована од околине, d_{ucu} = 22 mm. Проток воде и уља кроз еквиваленти елементарни хладњак (две концентричне цеви) је N_c пута мањи од протока кроз стварни хладњак, а коефицијент проласка топлоте исти.

Током зиме, трансформатор је искључен са мреже, и поново укључен после дужег времена ван погона. У тренутку укључења, температура масе уља у суду (температура уља које улази у хладњак) износи ϑ_{tu} = -6°C. Може се сматрати да су протоци уља и воде приближни номиналним (Q_{vode} = 4,167x10^{-3} m^3/s, Q_{ulja} = 22,2x10^{-3} m^3/s) и да је коефицијент преласка топлоте једнак вредности у номиналном режиму. Параметри воде и уља: ρ_v = 1001 kg/m^3, c_{pv} = 4209 J/(kgK), ρ_u = 895 kg/m^3, c_{pu} = 2198 J/(kgK). Написати једначине из којих се може одредити минимална температура воде на уласку у хладњак при којој неће долазити до смрзавања воде у хладњаку?

Решење

На слици 4.1 приказан је елементарни хладњака са потоком воде и уља у супротном смеру.



Слика 4.1

За температуре означене на слици 4.1 у користе се следеће ознаке:

- $\vartheta_{tul} = \vartheta_{tu}$
- $\vartheta_{tizl} = \vartheta_{hu}$
- $\vartheta_{hul} = \vartheta_{tv}$
- $\vartheta_{hizl} = \vartheta_{hv}$

На основу текста задатка закључује се да су познате вредности две температуре: температуре уља на уласку у хладњак (ϑ_{tu} = -6°C) и температуре воде на изласку из хладњака (ϑ_{tv} = 0°C), а преостале две температуре је потребно одредити.

Јединствени коефицијент преласка топлоте може се одредити као:

$$k_p = \frac{P_{h,el} \cdot \ln\left(\frac{\Delta\vartheta_{izl}}{\Delta\vartheta_{ul}}\right)}{S_{hladnjaka}^{sr}(\Delta\vartheta_{izl} - \Delta\vartheta_{ul})} \tag{4.1}$$

где је:

- $\Delta\vartheta_{ul} = \vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}$,
- $\Delta\vartheta_{izl} = \vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}$,

- $S_{hladnjaka}^{sr} = d_{cvsr}\pi 2L_c = \frac{d_{ucv}+d_{scv}}{2}\pi 2L_c = \frac{d_{ucv}+(d_{ucv}+2\delta_{cv})}{2}\pi 2L_c$,
- $P_{h,el} = P_h/N_c$.

НАПОМЕНА: У задатку 3 се у изразу аналогном изразу (4.1) користи површина унутрашње површи цеви, док се у изразу (4.1) користи средња вредност површине. Ово је последица тога да је при извођењу одговарајућег израза у трећем задатку усвојена претпоставка да је референтна површ, за прорачун преноса топлоте, унутрашња површ цеви. У овом задатку је дата вредност јединственог коефицијента преноса топлоте, а није назначено у односу на коју површ, као референтну, је он прорачунат, због тога се усваја средња вредност површине спољашње и унутрашње површи.

Израз (4.1) се, заменом одговарајућих температура, трансформише у:

$$k_p = \frac{P_{h,el} \cdot \ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}\right)}{S_{hladnjaka}^{sr}(\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv} - (\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}))} \tag{4.2}$$

По тексту задатка, протоци кроз елементарни хладњак су једнаки:

$$Q_u = \frac{Q_{ulja}}{N_c} \tag{4.3}$$

$$Q_v = \frac{Q_{vode}}{N_c} \tag{4.4}$$

Сва топлота која се одузме (у овом задатку ова топлота је негативна) од топлог флуида (уља) преда се хладном флуиду (води), на основу овога могуће је написати следећа два израза:

$$P_{h,el} = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \tag{4.5}$$

$$P_{h,el} = \rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) \tag{4.6}$$

Израз (4.2) се може записати и као:

$$k_p S_{hladnjaka}^{sr}\left(\frac{\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}}{P_{h,el}} - \frac{\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}}{P_{h,el}}\right) = \ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}\right) \tag{4.7}$$

Заменом израза (4.5) и (4.6) у (4.7) добија се:

$$k_p S_{hladnjaka}^{sr}\left(\frac{1}{\rho_v Q_v c_{pv}} - \frac{1}{\rho_u Q_u c_{pu}}\right) = \ln\left(\frac{\vartheta_{hu} - \vartheta_{hv}}{\vartheta_{tu} - \vartheta_{tv}}\right) \tag{4.8}$$

Овај израз представља једну од две једначине траженог система једначина. Друга једначина добија се изједначавањем израза (4.5) и (4.6):

$$\rho_v Q_v c_{pv}(\vartheta_{tv} - \vartheta_{hv}) = \rho_u Q_u c_{pu}(\vartheta_{tu} - \vartheta_{hu}) \tag{4.5}$$

Решавам система једначина добијају се вредности температура: ϑ_{hu} = - 4,61°C и ϑ_{hv} = 3,46°C.