



**ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ**

Катедра за енергетске претвараче и погоне

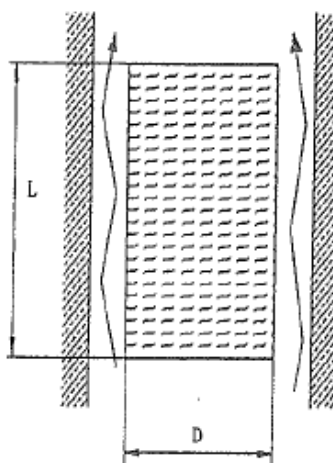
Термички процеси у електроенергетици

**Материјали за рачунске вежбе
(Други колоквијум)**

Децембар 2023.

Задатак 1 – Загревање ваздуха у цеви

45. U jednu cev od svetlog materijala slabe toplotne provodnosti, dobro toplotno izolovanu od okoline, postavljen je cilindrični elektrootporni izvor toplote manjeg prečnika, kao na slici 45.1. Snaga ovog izvora toplote je $P = 1000 \text{ W}$. Dimenzije cilindra su $D = 0,15 \text{ m}$ i $L = 0,45 \text{ m}$.



Slika 45.1

Kroz slobodan prostor između izvora toplote i zidova cevi struji vazduh protokom $Q = 0,02 \text{ m}^3/\text{s}$. Specifični zapreminski toplotni kapacitet vazduha iznosi $c_v = 1040 \text{ J}/(\text{m}^3 \text{ K})$. Temperatura ulaznog vazduha je $\vartheta_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Pri rešavanju zadatka usvojiti aproksimaciju da je koeficijent prelaska toplote strujanjem sa izvora toplote na vazduh konstantan i da iznosi $\alpha = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$.

Zbog slabe toplotne provodnosti materijala od koga je sačinjeno telo grejača se može smatrati da je površinska gustina snage kojom se energija predaje vazduhu konstantna po visini omotača cilindra. Prelazak toplote sa bazisa cilindričnog grejača na vazduh se može zanemariti.

Odrediti izraz za raspodelu temperature po omotaču grejača. Koliko iznosi temperatura izlaznog vazduha, a koliko grejača na njegovom početku i kraju?

Решење

Za rešavanje postavljenog problema se mogu usvojiti iste aproksimacije za razmenu energije zračenjem između izvora toplote i spoljašnje cevi (ona se zanemaruje) i temperaturu vazduha po poprečnom preseku (ona je konstantna), kao u zadatku 11.

Za razliku od zadatka 11, u kome je bila konstantna temperatura unutrašnje cevi, ovde je konstantna površinska gustina snage koja se strujanjem odvodi sa omotača cilindričnog grejača. Može se napisati sledeća jednačina energetskog bilansa za deo cilindričnog preseka

dužine dx koji se nalazi na rastojanju x od bazisa grejača na koji dolazi vazduh temperature $20\text{ }^{\circ}\text{C}$:

$$q_s D \pi dx = c_v Q d\vartheta_v, \quad (45.1)$$

gde je q_s konstantna površinska gustina snage koja se prenosi strujanjem sa površi grejača na vazduh, koja iznosi

$$q_s = \frac{P}{D \pi L} = 4,72 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}. \quad (45.2)$$

Rešenje jednačine (45.1), za granični uslov $\vartheta_v(x=0) = \vartheta_0$ glasi

$$\vartheta_v(x) = \vartheta_0 + \frac{q_s D \pi}{c_v Q} x, \quad (45.3)$$

odnosno, za rastojanje x izraženo u metrima,

$$\vartheta_v(x) = 20 + 106,9 x \text{ (}^{\circ}\text{C)}. \quad (45.4)$$

Temperatura vazduha na kraju grejača (za $x = L = 0,45$ m) iznosi $\vartheta_v = 68,1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Temperatura površi grejača se određuje iz zakona prelaska toplote strujanjem i uslova da je površinska gustina snage koja se odvodi sa omotača grejača konstantna:

$$\alpha (\vartheta_{gr} - \vartheta_v) = q_s \quad (45.5)$$

$$\vartheta_{gr}(x) = \vartheta_v(x) + \frac{q_s}{\alpha} \quad (45.6)$$

Posle zamene svih brojnih vrednosti, uključujući i izraz za raspodelu temperature vazduha, u izraz (45.6), za raspodelu temperature po dužini cilindra elektotopnog izvora toplote se dobija

$$\vartheta_{gr}(x) = 256 + 106,9 x. \quad (45.7)$$

Temperature izvora na "početku" i na "kraju" se dobijaju iz prethodnog izraza:

- na početku (za $x = 0$) $\vartheta_{gr p} = 256\text{ }^{\circ}\text{C}$
- na kraju (za $x = 0,45$ m) $\vartheta_{gr k} = 304,1\text{ }^{\circ}\text{C}$

Do vrednosti temperature vazduha na izlazu se moglo doći i preko integralnog energetskog bilansa. Ukupna energija grejača se prenosi na vazduh snagom P . Odatle se može dobiti priraštaj temperature vazduha na izlazu (kraju) u odnosu na ulaz (početak):

$$\Delta \theta_v = \theta_{vk} - \theta_{vp} = \frac{P}{Q c_v} = 48,1 K, \quad (45.8)$$

odnosno temperatura vazduha na izlazu $\theta_{vk} = 68,1 \text{ } ^\circ\text{C}$.

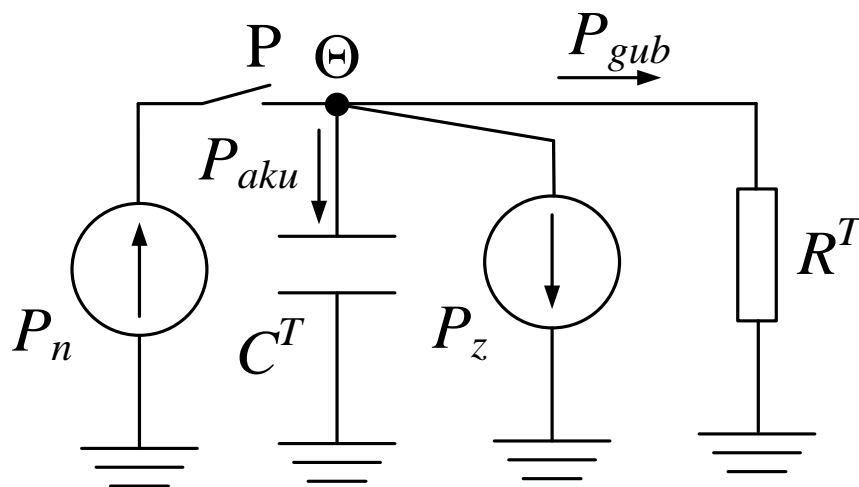
Što se tiče određivanja temperature površi grejača, treba reći da koeficijent prelaska toplote α nema konstantnu vrednost u pravcu strujanja fluida. U ulaznom delu, gde brzinski i temperaturni granični slojevi fluida (videti treću laboratorijsku vežbu) još nisu dostigli svoju ustaljenu formu, koeficijent lokalnog prelaska toplote ima veću vrednost nego kasnije, za potpuno razvijene granične slojeve. Zbog toga bi tačno određivanje razlike temperatura površi cilindričnog omotača elektroopornog izvora toplote zahtevalo primenu teorije graničnog sloja (konvektivnog prenosa toplote) [3, 35].

Задатак 2 – ТА пећ

Термоакумулациона (ТА) пећ, инсталиране снаге $P_n = 5 \text{ kW}$, користи се за загревање једне просторије. Пећ ради у циклусима од 24 часа. Грејач се укључује на почетку циклуса (0:00h), а искључује се након што пораст температуре изотермичког језгра пећи (шамотно језгро и грејач) достигне $\theta_{max} = 700 \text{ K}$ и остаје искључен до поноћи (24:00h). Снага којом се енергија троши, издувавањем ваздуха из пећи, је константна током целог циклуса и износи $P_z = 1,2 \text{ kW}$. Колико времена ће грејач бити укључен током једног дана? Познате су вредности топлотног капацитета изотермичког језгра пећи $C^T = 1,6 \cdot 10^5 \text{ J/K}$ и топлотног отпора преносу топлоте од изотермичког језгра до амбијента $R^T = 3,5 \text{ K/W}$. Сматрати да пећ ради у квазистационарном режиму, тако да је температура изотермичког језгра на почетку и на крају циклуса (у поноћ претходног и текућег дана) једнака. Како се у времену мења температура на спољашњој површи пећи ако је њена површина $S = 2 \text{ m}^2$, а коефицијент преласка топлоте струјањем са површи пећи на ваздух $\alpha = 5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$.

Решење

Топлотна шема која описује процес загревања пећи приказана је на слици 2.1.



Слика 2.1.

Прекидач P је затворен током периода загревања пећи, док је у остатку циклуса отворен.

На почетку циклуса (0:00h) пораст температуре изотермичког језгра је θ_x , у том тренутку грејач се укључује и остаје укључен x сати. У тренутку искључења грејача пораст температуре изотермичког језгра је $\theta_{max} = 700$ K. Након тог тренутка, до краја посматраног циклуса (24 – x сати), температура језгра опада тако да је на крају циклуса (24:00 h) пораст температуре поново једнак θ_x .

Једначина биланса снага за топлотну шему на слици 2.1. гласи:

$$P_n = P_{akum} + P_z + P_{gub}, \quad (2.1)$$

где је

$$P_{akum} = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt}, \quad (2.2)$$

$$P_{gub} = \frac{\theta}{R^T}. \quad (2.3)$$

Заменом (2.2) и (2.3) у (2.1) и једноставним трансформисањем добијеног израза добија се диференцијална једначина која описује промену температуре изотермичког језгра:

$$P_n - P_z = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R^T}, \quad (2.4)$$

$$P_g = C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{R^T}, \quad (2.5)$$

$$P_g R^T = R^T C^T \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta, \quad (2.6)$$

где је $P_g = 5000 - 1200 = 3800$ W када је прекидач P затворен, а $P_g = -1200$ W када је отворен. Решење диференцијалне једначине (2.6) има облик

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (2.7)$$

где је $\tau = R^T C^T = 156,56\text{h}$, а $\theta_\infty = P_g R^T$ тј. у случају када је прекидач Р затворен $\theta_\infty^1 = 13300\text{ K}$, а у случају када је отворен $\theta_\infty^2 = -4200\text{ K}$ (НАПОМЕНА: ове вредности имају чисто математички карактер и нису физички утемељене).

Пораст температуре на крају првог периода дана, када је грејач укључен тј. прекидач Р на слици 2.1 затворен, одређује се из следећег израза:

$$\theta_{max} = \theta_x \cdot e^{-\frac{x}{\tau}} + \theta_\infty^1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{x}{\tau}}\right), \quad (2.8)$$

а на крају другог периода тј. на крају дана

$$\theta_x = \theta_{max} \cdot e^{-\frac{(24-x)}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{(24-x)}{\tau}}\right). \quad (2.9)$$

Заменом израза (2.9) у (2.8) добија се

$$\theta_{max} = \left(\theta_{max} \cdot e^{-\frac{(24-x)}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{(24-x)}{\tau}}\right) \right) \cdot e^{-\frac{x}{\tau}} + \theta_\infty^1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{x}{\tau}}\right), \quad (2.10)$$

$$\theta_{max} = \theta_{max} \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{x}{\tau}} - \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^1 - \theta_\infty^1 \cdot e^{-\frac{x}{\tau}}, \quad (2.11)$$

$$\theta_{max} - \theta_{max} \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} - \theta_\infty^1 = (\theta_\infty^2 - \theta_\infty^1) \cdot e^{-\frac{x}{\tau}}, \quad (2.12)$$

$$e^{-\frac{x}{\tau}} = \frac{\theta_{max} - \theta_{max} \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} - \theta_\infty^1}{\theta_\infty^2 - \theta_\infty^1}, \quad (2.13)$$

$$x = -\tau \cdot \ln \frac{\theta_{max} - \theta_{max} \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} + \theta_\infty^2 \cdot e^{-\frac{24}{\tau}} - \theta_\infty^1}{\theta_\infty^2 - \theta_\infty^1}. \quad (2.14)$$

Из израза (2.14) добија се тражено време рада грејача које износи 6,36h.

Да би се одредила временска промена температуре на површини пећи, топлотна отпорност R^T мора да се раздвоји на компоненту која потиче од одвођења топлоте струјањем ваздуха $R_\alpha^T = 1/(\alpha S) = 0,1\text{ K/W}$ и компоненту која је последица провођења топлоте кроз слојеве изолације $R_\lambda^T = R^T - R_\alpha^T = 3,4\text{ K/W}$. Пораст температуре спољашње површи пећи одређује се као

$$\theta_{sp}(t) = \theta(t) \frac{R_\alpha^T}{R^T}, \quad (2.15)$$

где је $\theta(t)$ промена пораста температуре језгра одређена по изразу (2.7). У случају када пораст температуре језгра достиже максималну вредност $\theta_{max} = 700\text{ K}$, пораст температуре спољашње површи пећи је $\theta_{sp,max} = 20\text{ K}$.

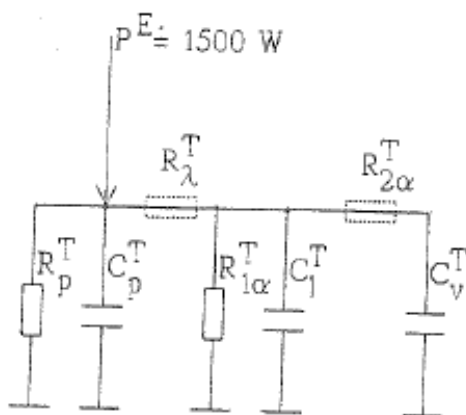
Задатак 3 – Грејна плоча

51. Na jednu okruglu elektrootpornu grejnu ploču prečnika $D = 0,15$ m, instalisane električne snage $P_{inst} = 1500$ W, toplotnog kapaciteta $C_p^T = 1800$ J/K i toplotnog otpora prenosu toplote provodjenjem kroz oslonac, prema okolini, $R_p^T = 0,5$ K/W, postavljena je posuda u kojoj se zagreva 5 l vode. Prelaz toplote provodjenjem sa ploče na posudu, istog pečnika i ravnog dna, je dobar ($R_\lambda^T \approx 0$), a takodje se može zanemariti i toplotni otpor prelasku toplote strujanjem sa posude na vodu ($R_{2\alpha}^T \approx 0$). Toplotni kapacitet posude iznosi $C_l^T = 700$ J/K, a toplotni otpor prenosu toplote strujanjem sa posude na okolni vazduh $R_{1\alpha}^T = 1$ K/W. Specifični zapremiski toplotni kapacitet vode iznosi $c_v = 4100$ kJ/m³·K.

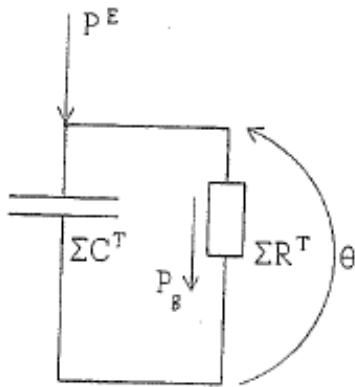
Izračunati stepen energetskog iskorišćenja elektrotermičkog procesa zagrevanja vode u posudi, od temperature 20 °C do trenutka ključanja. Početne temperature vode i grejne ploče, pre uključanja, su jednake temperaturi okoline, koja iznosi 20°C.

Решење

Prateći tok energije, može se nacrtati toplotna šema opisanog sistema. Električna energija se pretvara u toplotnu u elektrootpornom izvoru toplote. U njemu dolazi i do akumulisanja toplote (C_p^T). Energija koja se sa njega prenosi manjim delom se odvodi provodjenjem u okolinu kroz oslonac (R_p^T), a većim delom ka sudu (R_λ^T). Kontaktni toplotni otpor R_λ^T se, prema uslovu zadatka, može zanemariti. Preko ovog toplotnog otpora se, od čvora u šemi koji odgovara izvoru toplote, dolazi do čvora koji odgovara sudu. U masi suda dolazi do akumulisanja energije (C_l^T). Deo energije se sa suda odvodi prirodnim strujanjem ka okolini ($R_{1\alpha}^T$), a deo prema vodi u sudu ($R_{2\alpha}^T$). Prema uslovu zadatka, zbog velike vrednosti koeficijenta prelaska toplote sa suda na vodu, toplotni otpor $R_{2\alpha}^T$ se može zanemariti. Konačno, energija koja sa suda prelazi na vodu se troši na povećanje njene unutrašnje energije (C_v^T). Toplotni kapacitet vode u posudi iznosi $C_v^T = 20500$ J/K.



Toplotna šema opisanog sistema je data na slici 51.1. Pri njenom postavljanju je pretpostavljeno da svi delovi toplotnog sistema (grejna ploča, posuda i voda) predstavljaju izotermičke zapremine.



Slika 51.2

Zanemarenjem toplotnih otpora R_{λ}^T i $R_{2\alpha}^T$, toplotna šema se svodi na sasvim jednostavan oblik, prikazan na slici 51.2. U tom slučaju grejna ploča, posuda i voda u posudi imaju jednaku temperaturu. Otpor ΣR^T predstavlja ekvivalentni otpor paralelne veze otpora R_p^T i $R_{l\alpha}^T$ i iznosi 0,33 K/W. Kapacitet ΣC^T predstavlja ekvivalentnu kapacitivnost paralelne veze kapaciteta C_p^T , C_l^T i C_v^T (njihov zbir) i iznosi 23000 J/K. Vrednost toplotne vremenske konstante τ^T se određuje kao proizvod ΣR^T i ΣC^T i iznosi 7590 s.

Iz vremenske zavisnosti porasta temperature grejne ploče, suda i vode, u odnosu na okolinu, koja glasi

$$\theta(t) = P \cdot \Sigma R^T \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau^T}} \right), \quad (51.1)$$

određuje se potrebno vreme da voda proključa (porast temperature od $\theta^* = 80$ K). Ono se izračunava iz izraza

$$t^* = -\tau^T \ln \left(1 - \frac{\theta^*}{R^T P} \right) \quad (51.2)$$

i iznosi

$$t^* = 1341 \text{ s.} \quad (51.3)$$

Stepen energetskog iskorišćenja procesa zagrevanja vode od temperature okoline do tačke ključanja se računa kao odnos energije akumulirane u vodi i energije uzete iz električne mreže:

$$\eta = \frac{C_v^T \theta^*}{P^E t^*} \quad (51.4)$$

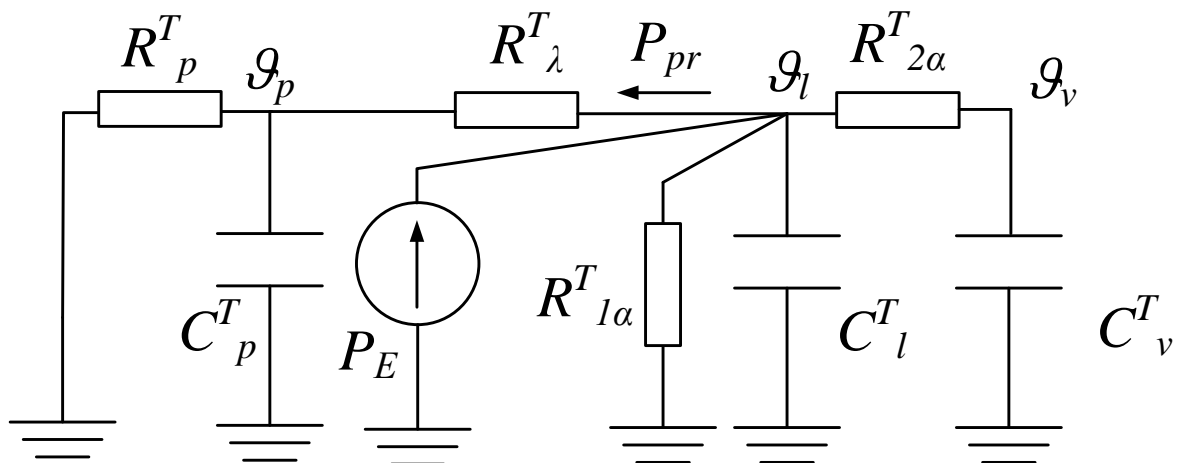
Izračunata, njegova vrednost iznosi

$$\eta = \frac{1,64 \text{ MJ}}{2,01 \text{ MJ}} = 0,816. \quad (51.5)$$

ДОДАТАК: Toplotna šema na slici 51.1 важи за „класичну“ конструкцију рингле. У случају шпорета стакло-керамичком плочом постоји разлика у дизајну саме површине рингле. У оба случаја грејна жица је смештена у кућиште од електроизолационог

материјала, при чему је код класичног шпорета рингла масивнија. Рингла код шпорета са стакло-керамичком плочом има мало кућиште у које је смештена грејна спирала, које је отворена са горње стране и са које се снага се доминантно зрачењем преноси на део стакло-керамичке плоче на коју се ставља шерпа. Последица масивније конструкције класичне рингле него стакло-керамичке је да је топлотни капацитет C_p^T много већи у случају класичне рингле него у случају шпорета са стакло-керамичком плочом. Због тога је време потребно за загревање (и хлађење) класичне рингле значајно дуже него у случају стакло-керамике.

Код индукционог шпорета снага загревања се индукује директно у дну шерпе. На тај начин, добија се бржи и ефикаснији процес загревања јер није потребно губити енергију и време на загревање саме масе рингле. У простору испод плоче се налази индукциони грејач, али у њему нема значајних губитака и акумулисане топлоте. Топлотна шема за овај случај приказана је на слици 51.3. Пошто се топла шерпа налази на површини шпорета, део енергије ће се, преко контактнoг отпора, преносити ка њој, а затим ће се провођењем кроз остатак плоче губити ка околини.



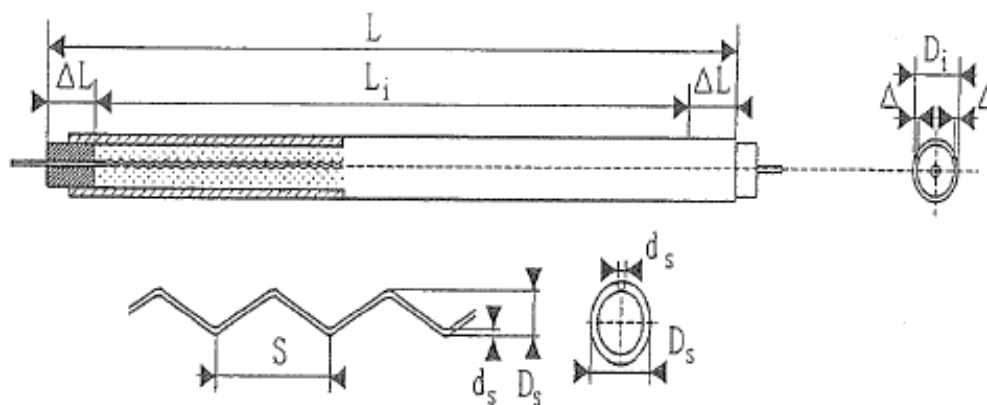
Слика 51.3

Задатак 4 – Димензионисање грејача

59. U primeru se odredjuju dimenzije i ostali konstruktivni podaci jednog cevnog elektrootpornog izvora toplote koji se koristi za zagrevanje čovečijeg tela toplotnim zračenjem, električne snage $P = 1000 \text{ W}$, pri naponu od $U = 220 \text{ V}$.

Cevni elektrootporni izvori toplote se izradjuju tako što se unutar jedne cevi, od temperaturno postojanog materijala, postavi spirala motana od okrugle elektrootporne žice, potrebnog prečnika i dužine. Slobodan prostor u cevi se popunjava magnezijumoksidom (MgO), koji se nalazi i između spirale i zida cevi i predstavlja električni, toplotno postojani, izolator.

Izgled jednog takvog izvora je prikazan na slici 59.1.



Slika 59.1

Решење

Materijal od koga je izradjena cev je obično NIKROTHAL R. Može se usvojiti cev spoljašnjeg prečnika $D_i = 8,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ i debljine zida $\Delta = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$. Koeficijent sivoće materijala od koga je cev izradjena iznosi $\varepsilon = 0,85$.

Vrednost specifične toplotne provodnosti magnezijumoksida iznosi $\lambda_{MgO} = 0,5 \text{ W/(m K)}$.

Brojni podaci u proračunima koji slede će se uzeti iz kataloga nekog proizvođača, na primer firme KANTHAL [20].

Konstrukcija počinje sa odredjivanjem dužine grejača.

Može se smatrati da se prenos celokupne električne energije u okolinu vrši zračenjem. Drugim rečima, može se zanemariti snaga prenosa toplote provodjenjem preko držača, kao i snaga prenosa toplote strujanjem (ona je znatno manja od snage prenosa toplote zračenjem zbog visokih temperatura). Snaga prenosa energije toplotnim zračenjem sa ovakvog izvora toplote - q i apsolutna temperatura cevi (izvora) - T_i su približno povezani jednakošću (izraz za zračenje u slobodan prostor)

$$q = \varepsilon C_e \left(\frac{T_i}{100} \right)^4 D_i \pi L_i, \quad (59.1)$$

gde su: ε koeficijent sivoće cevi, D_i (m) spoljašnji prečnik cevi i L_i (m) aktivna dužina cevi.

Nepoznate veličine u ovoj jednačini su temperatura T_i i dužina L_i . Transformacijom jednačine (59.1) se dobija

$$\left(\frac{T_i}{100} \right)^4 L_i = \frac{q}{\varepsilon C_e \pi D_i}, \quad (59.2)$$

odakle se, po zameni brojnih vrednosti, dobija

$$\left(\frac{T_i}{100} \right)^4 L_i = 7590 K^4 m, \quad (59.3)$$

Temperatura cevnog elektrootpornog izvora toplote određiće se prema njegovoj nameni (zagrevanje čovečijeg tela toplotnim zračenjem). Potrebno je da ona bude jednaka temperaturi pri kojoj je talasna dužina za koju se dostiže maksimum monohromatske snage zračenja jednaka talasnoj dužini za koju je apsorpciona moć čovekove kože najveća. Najveću apsorpcionu moć čovekova koža ima za talasnu dužinu $\lambda_m = 3 \mu\text{m}$. Koristeći se *Wien*-ovim zakonom, koji je iskazan izrazom

$$\lambda_m = \frac{2,898}{T_i} 10^{-3}, \quad (59.4)$$

gde su: λ_m (m) talasna dužina kojoj odgovara maksimum monohromatske snage zračenja i T_i (K) temperatura izvora, određiće se temperatura spoljašnje površi cevi. Izračunata, ona iznosi

$$T_i = \frac{2,898 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-6}} = 966 K, \quad (59.5)$$

odnosno $\vartheta_i \approx 700 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Zamenom ove vrednosti u izraz (59.3), određuje se dužina izvora:

$$L_i = \frac{7590}{9,66^4} = 0,87 m \approx 0,9 m \quad (59.6)$$

Usvojiće se cev dužine $L = 1$ m, jer će se na oba kraja, zbog izvodjenja priključaka, pojaviti neaktivni delovi od po 50 mm (označeni sa $\Delta L = 50$ mm na slici 59.1).

Za izradu grejne spirale usvojiće se okrugla žica od KANTHAL-a DSD, jer se procenjuje, prema temperaturi cevi od $\vartheta_i = 700 \text{ }^{\circ}\text{C}$, da će njena radna temperatura biti oko $1000 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Brojni podaci (karakteristike) za ovu žicu i sve preporuke za konstrukciju su sadržani u katalogu proizvođača žice [20].

Preporučuje se motanje ove žice preko trna prečnika D_s koji je određen izrazom

$$D_s = (4 + 10) d_s, \quad (59.7)$$

gde je d_s prečnik žice.

Unutrašnji prečnik cevi od NIKROTHAL-a R iznosi $D_i - 2 \Delta = 8 \text{ mm}$. U ovu dimenziju je porebno smestiti spiralu i sloj MgO. Sloj MgO, kao električni izolator, treba da bude dovoljne debljine, kako bi imao zadovoljavajuća elektroizolaciona svojstva. Može se usvojiti debljina sloja od 1,5 mm. U preostalih 5 mm bi se smestila spirala motana od žice $d_s = 0,5 \text{ mm}$ na trn prečnika $D_s = 4 \text{ mm}$. U kasnijoj fazi proračuna će se proveriti ispravnost izbora prečnika, odnosno preseka okrugle elektrootporne žice.

Na trn prečnika 4 mm, prema preporukama proizvođača (izraz (59.7)), može se namotavati žica čiji je prečnik u opsegu $0,4 \text{ mm} < d_s < 1 \text{ mm}$, što ispunjava žica prečnika 0,5 mm.

Žica prečnika 0,5 mm ima podužni električni otpor na temperaturi od $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ [20] $R_{l,20} = 6,876 \text{ } \Omega/\text{m}$.

Potreban električni otpor spirale na pretpostavljenoj radnoj temperaturi od $1000 \text{ }^{\circ}\text{C}$ je određen izrazom

$$R_{1000} = \frac{U_n^2}{P_n}. \quad (59.8)$$

Zamenom zadatih brojnih vrednosti se dobija $R_{1000} = 48,4 \text{ } \Omega$.

Na temperaturi od $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, ovaj otpor će imati vrednost koja je određena izrazom

$$R_{20} = \frac{R_{1000}}{C_{1000}}, \quad (59.9)$$

gde je C_{1000} temperaturni koeficijent otpora. U katalogu se daju vrednosti temperaturnih koeficijenata otpora za niz temperatura. Dakle, preko temperaturnog koeficijenta otpora se izražava promena otpora sa temperaturom. Iz kataloga proizvođača [20] se dobija $C_{1000} = 1,068$. Zamenom brojnih vrednosti u izraz (59.9) i izračunavanjem, dobija se $R_{20} = 45,32 \text{ } \Omega$.

Potrebna dužina okrugle žice usvojenog prečnika se određuje kao odnos izračunatog i podužnog otpora na 20 °C:

$$L_s = \frac{R_{20}}{R_{i,20}} \quad (59.10)$$

Zamenom brojnih vrednosti se dobija $L_s = 6,6$ m.

Broj potrebnih navojaka žice n , dužine određene prema srednjem prečniku navojka, izračunava se prema izrazu

$$n = \frac{L_s}{\pi (D_s + d_s)} \quad (59.11)$$

Zamenom brojnih vrednosti, dobija se

$$n = \frac{6,6}{\pi (4 + 0,5) \cdot 10^{-3}} = 467. \quad (59.12)$$

Dužina namotane spirale, navoj uz navoj, za žicu prečnika d_s je određena izrazom

$$L_{sn} = n d_s \quad (59.13)$$

Izračunata, ona iznosi $L_{sn} = 0,234$ m.

Prema aktivnoj dužini cevi $L_i = 0,9$ m i izračunatoj dužini "zbijene" spirale se izračunava korak spirale, kao

$$s = \frac{L_i}{L_{sn}} \quad (59.14)$$

Zamenom brojnih vrednosti se dobija $s = 3,85$. Vrednost s , određena izrazom (59.14), predstavlja "relativnu" dužinu spirale, tj. odnos dužinskog koraka spirale (na slici 59.1 označenog sa S) i prečnika žice. Upravo za "relativnu" dužinu spirale se daju preporuke od strane proizvođača žice. Preporučene granice u katalogu proizvođača [20] su $s = (2 - 4)$.

Približna provera stvarne temperature žice se može izvršiti iz izraza za snagu prenosa energije toplotnim provodjenjem kroz zidove šupljeg cilindra od MgO (30.6). Taj izraz, za vrednost unutrašnjeg prečnika $D_s + 2 d_s$ i spoljašnjeg $D_i - 2 \Delta$, dužinu cevi L_i i temperature unutrašnje i spoljašnje površi izmedju kojih se toplota prenosi provodjenjem ϑ i ϑ_i glasi

$$q = 2 \pi \lambda L_s \frac{\vartheta - \vartheta_i}{\ln \frac{D_i - 2 \Delta}{D_s + 2 d_s}} \quad (59.15)$$

Rešavanjem ove jednačine po ϑ i zamenom brojnih vrednosti, dobija se

$$\vartheta = \frac{1000}{2 \pi \cdot 0,5 \cdot 0,9} \ln \frac{8 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} + 700 = 866^\circ\text{C}. \quad (59.16)$$

Ova temperatura je niža od dozvoljene vrednosti, koja iznosi 1200°C [20].

Sada bi bilo korektno ponoviti proračun dužine žice L_s , s obzirom da se dobijena temperatura žice (866°C) razlikuje od procenjene temperature od 1000°C , prema kojoj je izvršen proračun L_s . Dakle, izvršeni proračun je predstavljao prvu iteraciju. Za potreban otpor na 20°C , prema (59.9), otporu R_{866} i korekcionom faktorom za 866°C se dobija vrednost

$$R_{20} = \frac{48,4}{1,064} = 45,49 \Omega. \quad (59.17)$$

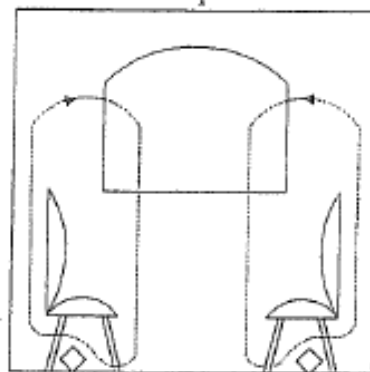
Prema izrazu (59.10) se dobija dužina žice $L_s = 6,61$ m, a prema (59.11) broj navojaka $n = 468$. Vidi se da greška pri proceni temperature žice, zbog male varijacije temperaturnog korekcionog faktora otpora, ne utiče značajno na izbor dužine žice, odnosno broj navojaka.

U proračunu nije bilo neophodno procenjivati temperaturu žice, jer je ona odmah mogla da se izračuna iz zakona prenosa toplote provodjenjem od površi omotača spirale, kroz sloj MgO, do unutrašnje površi cevi. U korišćenom izrazu (59.15) ne figuriše broj navojaka, jer je usvojeno da nezavisno od njega cilindrična površ prečnika $D_s + 2 d_s$ predstavlja površ konstantne temperature. Na taj način bi se izbegao iterativni postupak proračuna.

Задатак 5 – Димензионисање грејача

60. Odeljci u starijim tipovima železničkih putničkih vagona se zagrevaju pojedinačnim (visokonaponskim) elektrootpornim izvorima toplote ("električnim grejalicama"). Koriste se dva izvora, po jedan ispod svakog sedišta. Zbog toga su sedišta bila konstruisana tako da je iza naslona ostavljen prostor za slobodno strujanje toplog vazduha, kao što je prikazano na slici 60.1. Ovo strujanje je prirodno, izazvano vertikalnim razlikama temperatura vazduha u odeljku. Za konstrukciju ovih izvora postavljeni su sledeći uslovi:

- 1 - Razmena toplote između izvora (grejalice) i okolnog vazduha mora biti prirodnim strujanjem;
- 2 - Temperatura spoljašnje površi grejalice ne sme biti veća od $\vartheta_m = 120\text{ }^{\circ}\text{C}$ (zbog gorenja prašine i stvaranja neprijatnog mirisa);
- 3 - Raspoloživ prostor za smeštaj izvora ispod sedišta je dimenzija $(0,2 \times 0,2 \times 1,2)$ m;



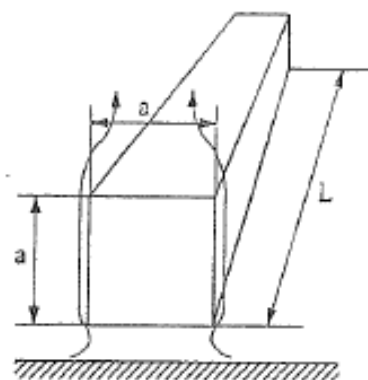
Slika 60.1

- 4 - Potrebna snaga za zagrevanje odeljka, za održavanje njegove temperature na $\vartheta_d = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, iznosi $P_g = 2000\text{ W}$ (ovaj podatak je dobijen toplotnim proračunom odeljka, odnosno vagona, prema najnepovoljnijim spoljašnjim uslovima: najniža pretpostavljena temperatura ambijenta, dejstvo vetra i odsustvo zagrevanja usled apsorpcije sunčevog zračenja);
- 5 - Masa izvora, odnosno njegov toplotni kapacitet, treba da budu mali, da bi se od momenta uključivanja što pre počeo zagrevati okolni vazduh (ovaj zahtev proizilazi iz ograničenog vremena predgrevanja vagona od $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $18\text{ }^{\circ}\text{C}$);
- 6 - Izvor mora da izdrži preopterećenje po snazi od 69 % (ovaj uslov je postavljen jer su u mreži iz koje se električnom energijom napaja vagon moguće znatne varijacije napona oko nominalne vrednosti) i
- 7 - Vagon je predviđen za upotrebu u međunarodnom saobraćaju, zbog čega napon napajanja može imati nominalne vrednosti 1000 V, 1500 V i 3000 V. Zagrevanje snagom od 2000 W treba ostvariti za sva tri navedena naponska nivoa.

Решење

Prvo treba odrediti potrebnu površinu dodirne površi izvora za prenos toplote prirodnim strujanjem sa nje na okolni vazduh. Pretpostavimo paralelopipedni oblik ove površi (slika 60.2). Površina omotača paralelopipida iznosi $S = 4 a L + 2 a^2$.

Koeficijent prelaska toplote prirodnim strujanjem sa vertikalnih i gornje horizontalne površi zavisi od razlike temperatura površi sa koje se odvodi toplota (ϑ_g) i fluida kojim se ona odvodi (ϑ_v) i približno je odredjen izrazom



Slika 60.2

$$\alpha_1 = 2,5 (\vartheta_g - \vartheta_v)^{0,25}, \quad (60.1)$$

za $\vartheta_g \in (15, 150) ^\circ\text{C}$, a sa donje horizontalne površi izrazom

$$\alpha_2 = 1,3 (\vartheta_g - \vartheta_v)^{0,25}, \quad (60.2)$$

za $\vartheta_g \in (15, 150) ^\circ\text{C}$. Izračunate vrednosti, za temperature $\vartheta_g = 120 ^\circ\text{C}$ i $\vartheta_v = 20 ^\circ\text{C}$, iznose $\alpha_1 \approx 8 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ i $\alpha_2 = 4 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$.

S obzirom da je dodirna površ izradjena od metala, može se smatrati da ima konstantnu temperaturu u svim tačkama. Potrebna površina površi se odredjuje iz uslova da njena temperatura ne predje maksimalno dozvoljenu vrednost (ϑ_m). Iz zakona prenosa toplote strujanjem (III.1) se može napisati jednačina (površina osnova paralelopipeda $2 a^2$ se može zanemariti)

$$(\alpha_1 3 a L + \alpha_2 a L) (\vartheta_m - \vartheta_v) = \frac{P_g}{2}. \quad (60.3)$$

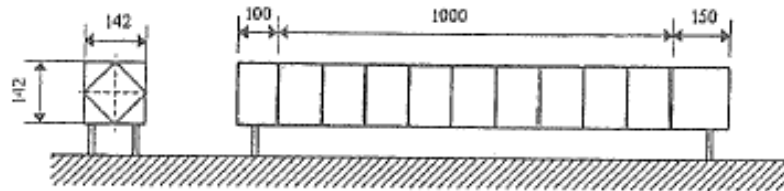
Iz jednačine (60.3) se dobija vrednost proizvoda $a L$

$$a L = \frac{1000}{100 (8 \cdot 3 + 4)} = 0,36 \text{ m}^2, \quad (60.4)$$

odnosno ukupna površina $4 a L = 1,44 \text{ m}^2$.

U raspoloživom prostoru ispod sedišta (dimenzija $0,2 \times 0,2 \times 1,2 \text{ m}$), najveća površina koja se može iskoristiti za odvodjenje toplote strujanjem iznosi $4 a L$, odnosno $0,8 \cdot 1,2 \text{ m}^2 = 0,96 \text{ m}^2$. To znači da se mora usvojiti složeniji oblik površi. Njime će se postići efekat povećanja površine površi sa koje se odvodi toplota, ali i povećanje samog

koeficijenta prelaska toplote prirodnim strujanjem. Iz navedenih razloga je usvojen oblik izvora prikazan na slici 60.3.



Slika 60.3

Površ izvora je orebrena. Usvojeno je da ona sadrži 41 rebro (odnosno 164 trougaona rebra dimenzija $71 \times 71 \times 100$ mm), na dužini od 1 m. Nešto veća dužina od 120 cm (125 cm) ne predstavlja problem u smislu smeštaja grejača, jer su delovi $10 + 15$ cm neaktivni. Sve površi grejača usvojenog oblika su približno ravnopravne u pogledu prelaska toplote prirodnim strujanjem. Površina jednog orebrenog segmenta se dobija kao zbir osmostruke površine rebra i četvorostruke površine između rebara i iznosi

$$S_r = 8 \frac{0,071 \cdot 0,071}{2} + 4 (0,1 \cdot 0,025) = 0,03 \text{ m}^2. \quad (60.5)$$

Ukupna površina (pri zanemarenim površinama krajnjih rebara prema neaktivnim delovima) je 40 puta veća od površine jednog orebrenog segmenta i iznosi

$$S = 40 \cdot 0,03 = 1,2 \text{ m}^2. \quad (60.6)$$

Za usvojenu složenu (orebrenu) površ i koeficijent prelaska toplote prirodnim strujanjem će biti nešto veći. Može se usvojiti da on ima vrednost $\alpha = 12 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Pri takvim uslovima odvodjenja toplote strujanjem, temperatura površi izvora (ϑ_g) se određuje iz jednačine

$$\alpha S (\vartheta_g - \vartheta_v) = \frac{P_g}{2}. \quad (60.7)$$

Njenim rešavanjem po ϑ_g i zamenom brojnih vrednosti, dobija se

$$\vartheta_g = \frac{1000}{1,2 \cdot 12} + 20 = 90^\circ\text{C}. \quad (60.8)$$

Na ovaj način je zadovoljen postavljeni uslov 2. Da bi se zadovoljio i uslov 5, usvaja se sledeće konstruktivno rešenje grejača. Unutar izradjenog kućišta se postavljaju 3 prava cevna izvora oslonjena na električne izolatore. Karakteristike svakog grejača su:

- spoljašnji prečnik cevi 8,7 mm,
- dužina grejača (50 + 1000 + 50) mm; 50 mm su neaktivni delovi na krajevima (nalaze se izvan orebrenog dela),
- snaga 333 W i
- koeficijent sivoće $\varepsilon = 0,85$.

Usvojena su tri grejača (svaki za napon 500 V), zbog potrebe redno-paralelnog vezivanja na vagonu, gde se javljaju tri moguća napona (1000 V, 1500 V i 3000 V). Redno-paralelno vezivanje se vrši na grejačima u jednom odeljku (ukupno šest grejača, po tri u svakoj od grejalica).

Sa cevnih izvora toplota će se prenositi pretežno zračenjem na unutrašnju površ kućišta. Pošto su cevni izvori ravnomerno raspoređeni po unutrašnjem prostoru kućišta i male su površine, može se zanemariti njihov međusobni uticaj, odnosno svaki od njih se u prostoru kućišta može posmatrati nezavisno od ostalih. Snaga prenosa toplote zračenjem se određuje iz izraza za razmenu energije između dva tela, od kojih je jedno obuhvaćeno drugim, koji je izveden u zadatku 16 i glasi

$$q = \frac{C_c}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right) S_1, \quad (60.9)$$

gde su: q (W) snaga prenosa toplote zračenjem, T_1 (K) apsolutna temperatura cevnog izvora, T_2 (K) apsolutna temperatura kućišta, S_1 (m^2) površina cevnog izvora, S_2 (m^2) površina unutrašnje granične površi kućišta, ε_1 koeficijent sivoće cevnog izvora, ε_2 koeficijent sivoće unutrašnje površi kućišta i C_c konstanta zračenja crnog tela $C_c = 5,67 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$.

Površina aktivne površi cevnog izvora ($D = 8,7 \text{ mm}$, $L = 1000 \text{ mm}$) iznosi $S_1 = 0,0273 \text{ m}^2$. Površina aktivnog dela unutrašnje granične površi kućišta iznosi $S_2 = 4 \cdot 0,1 \cdot 1 = 0,4 \text{ m}^2$.

Apsolutna temperatura kućišta ima vrednost $T_2 = 90 + 273 = 363 \text{ K}$. Za njegov koeficijent sivoće se može usvojiti vrednost $\varepsilon_2 = 0,7$.

Radna temperatura cevnog izvora T_1 pri snazi prenosa toplote zračenjem od 333 W se određuje iz jednačine (60.9). Dobija se

$$\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 = 3,63^4 + \frac{333 \cdot 1,2}{5,67 \cdot 0,0273} = 2755,2 K^4, \quad (60.10)$$

odnosno $T_1 = 724,5 \text{ K}$ ($\vartheta_1 = 451 \text{ }^\circ\text{C}$).

Ova temperatura je značajno niža od predviđene vrednosti za ovakve grejače. Medjutim, izvor mora izdržati i preopterećenje po snazi od 69 %. Tada će temperatura kućišta, prema (60.7), iznositi

$$\vartheta_2' = \frac{1,69 \cdot 1000}{1,2 \cdot 12} + 20 = 137^\circ\text{C}, \quad (60.11)$$

odnosno $T_2' = 410 \text{ K}$, a temperatura cevnog izvora, prema (60.9),

$$\left(\frac{T_1'}{100}\right)^4 = 4,1^4 + \frac{1,69 \cdot 333 \cdot 1,2}{5,67 \cdot 0,0273} = 4645,4 K^4, \quad (60.12)$$

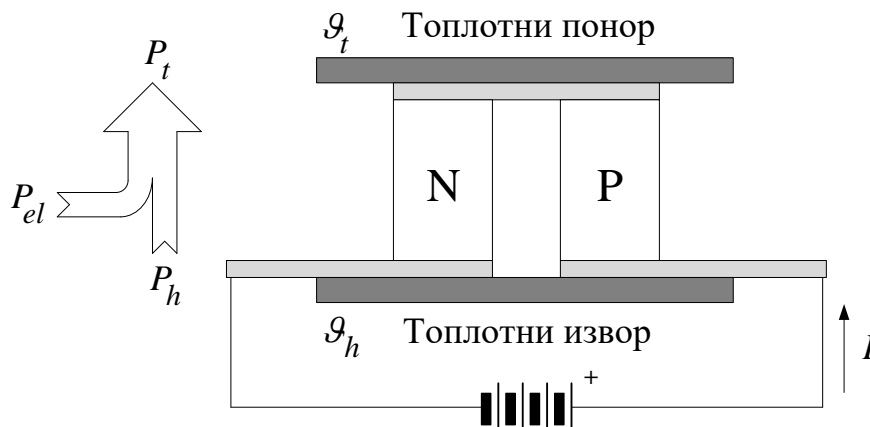
odnosno $T_1' = 825,6 \text{ K}$ ($\vartheta_1' = 552 \text{ }^\circ\text{C}$). Vidi se da je i ova vrednost prihvatljiva za upotrebljeni tip izvora (radi se o istoj konstrukciji cevnog izvora kao u zadatku 59, gde je temperatura spoljašnje površi izvora iznosila 966 K).

Ovo je uprošćena verzija proračuna koji je vršen prilikom konstrukcije pojedinačnih elektrootpornih izvora toplote za zagrevanje odeljaka železničkih putničkih vagona. Merenjem na prototipu dobijeni su sledeći rezultati:

- za $P = 1000 \text{ W}$ $T_1 = 723 \text{ K}$ $T_2 = 360 \text{ K}$
- za $P' = 1,69 P$ $T_1' = 853 \text{ K}$ $T_2' = 400 \text{ K}$

Задатак 6 – Модел топлотне пумпе базиране на Пелтијеовој електромоторној сили – Лабораторијска вежба бр. 2

У задатку ће бити изведен модел који описује функционисање модула из лабораторијске вежбе бр. 2 који ради у режиму топлотне пумпе. Модул је димензија $60 \times 48 \text{ mm}$, има $N = 126$ *pn* спојева (шематски приказ једног од њих дат је на слици 6.1) и однос пресека кроз који протиче струја и дебљине елемента је $S/L = 1,5 \text{ mm}$.



Слика 6.1 – Шематски приказ топлотне пумпе

Решење

Поред Пелтијеових електромоторних сила и снаге Џулових губитака, у описаном склопу долази до појаве преноса топлоте провођењем кроз елементе чије се површи налазе на различитим температурама.

Означимо са λ специфичну топлотну проводност, са ρ специфични електрични отпор и са α Зебеков коефицијент; коефицијент a представља разлику Зебекових коефицијената за p и n материјал; Зебеков коефицијент за p материјал је позитиван, а за n материјал негативан; у реалном случају, да Зебекови коефицијенти за p и n материјале имају исте апсолутне вредности, важи да је $a = 2\alpha$. Параметри λ , ρ и a (α) су температурно зависни, а њихове вредности при температури од 296 K , за бизмут-телурид *pn* спојеве износе $\alpha = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ V/K}$, $\rho = 1,0 \cdot 10^{-3} \Omega \text{ cm}$, $\lambda = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ W/(cm}\cdot\text{K)}$; температурна зависност параметара се може исказати преко полиномних форми другог реда:

$$a = 2\alpha = 2(22224 + 930,6 \cdot T_{sr} - 0,9905 \cdot T_{sr}^2) \cdot 10^{-9}, \quad (6.1)$$

$$\rho = (5112 + 163,4 \cdot T_{sr} + 0,6279 \cdot T_{sr}^2) \cdot 10^{-8}, \quad (6.2)$$

$$\lambda = (62605 - 277,7 \cdot T_{sr} + 0,4131 \cdot T_{sr}^2) \cdot 10^{-6}, \quad (6.3)$$

где T_{sr} (K) означава средњу вредност температуре топле и хладне стране *pn* спојева.

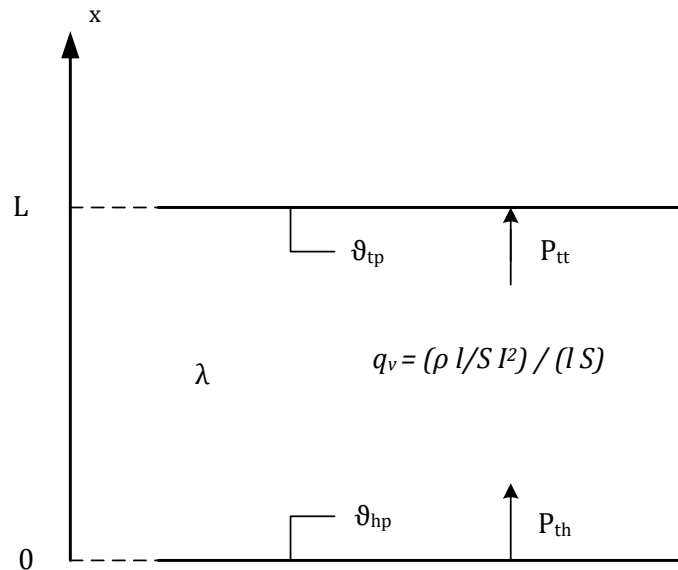
Услед протицања струје I кроз електропроводну средину специфичног електричног отпора ρ , попречног пресека S и дужине L , јавиће се губици снаге (отпорност протицању струје кроз p слој $R_{el,p}$ и отпорност протицању струје кроз n слој $R_{el,n}$)

$$P_J = N(R_{el,p} + R_{el,n})I^2. \quad (6.4)$$

У простору p и n елемената одиграваће се процес генерисања топлоте, уз дефинисане температуре граничних површи. Ове температуре су блиске, али не и једнаке

температури спољашњих површи керамичких електроизолационих плочица (керамика је често коришћени материјал, али је могућа примена и других материјала, који имају добра електроизолациона, топлопроводна и механичка својства).

Температуре p и n спојева ћемо означити са ϑ_{tp} и ϑ_{np} . Спровођењем теорије преноса топлоте провођењем, односно решавањем опште температурне једначине у правоугаоном координатном систему (постављање и решавање опште температурне једначине обрађено је на предмету Пренос топлоте – поглавље 5 у тексту предавања и задатак 8 са вежби), у коме се пренос топлоте врши само по једној координати (x) - видети слику 6.2, долази се до:



Слика 6.2 – Шематски приказ загревања по запремини pn елемената

$$\lambda \cdot \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} + q_v = 0, \quad (6.5)$$

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = -\frac{q_v}{\lambda}, \quad (6.6)$$

где се приближно може сматрати да топлотна проводност λ има константну вредност по запремини; генерисање топлоте је такође равномерно по запремини, и једнако

$$q_v = \frac{RI^2}{V} = \frac{2N\rho \frac{L}{S} I^2}{2NSL} = \rho \left(\frac{I}{S}\right)^2, \quad (6.7)$$

(параметри ρ и λ се израчунавају према средњој вредности температура ϑ_{tp} и ϑ_{np}). Решење диференцијалне једначине (6.6) има облик

$$\vartheta(x) = -\frac{q_v \cdot x^2}{2 \cdot \lambda} + C_1 \cdot x + C_2. \quad (6.8)$$

Интеграционе константе које фигуришу у претходној једначини се одређују полазећи од вредности температуре на координати $x = 0$: $\vartheta(x = 0) = \vartheta_{np}$ и на координати $x = L$: $\vartheta(x = L) = \vartheta_{tp}$:

$$C_2 = \vartheta_{hp}, \quad (6.9)$$

$$\vartheta_{tp} = -\frac{q_v \cdot L^2}{2 \cdot \lambda} + C_1 \cdot L + \vartheta_{hp}, \quad (6.10)$$

$$C_1 = \frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda}, \quad (6.11)$$

$$\vartheta(x) = -\frac{q_v \cdot x^2}{2 \cdot \lambda} + \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right) \cdot x + \vartheta_{hp}. \quad (6.12)$$

Снага (P_{th}) којом се енергија преноси провођењем од површи са хладним pn спојевима (температуре ϑ_{hp}) једнака је

$$P_{th} = -\lambda \cdot 2NS \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = -2\lambda NS \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right), \quad (6.13)$$

а снага (P_{tt}) којом се енергија преноси провођењем ка површи са топлим pn спојевима (температуре ϑ_{tp}) једнака је

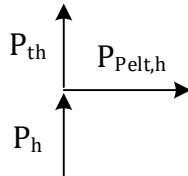
$$P_{tt} = -\lambda \cdot 2NS \cdot \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=L} = 2\lambda NS \frac{q_v \cdot L}{\lambda} - 2\lambda NS \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right). \quad (6.14)$$

На хладним pn спојевима топлота се генерише, а на топлим pn спојевима постоји понор топлоте

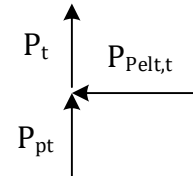
$$P_{Pelt,h} = NaT_{hp}I, \quad (6.15)$$

$$P_{Pelt,t} = NaT_{tp}I. \quad (6.16)$$

Биланс снага за хладну страну приказан је на слици 6.3, а за топлу на слици 6.4.



Слика 6.3 – Енергетски биланс за хладну страну



Слика 6.4 – Енергетски биланс за топлу страну

Из биланса снага на слици 6.3 долази се до снаге којом се енергија преноси од тела наслоњеног на хладне pn спојеве

$$P_h = P_{th} + P_{Pelt,h}, \quad (6.17)$$

$$P_h = NaT_{hp}I - 2\lambda NS \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right), \quad (6.18)$$

$$P_h = NaT_{hp}I - 2\lambda NS \frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} - NS\rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 L. \quad (6.19)$$

Слично, из енергетског биланса за топлу страну (слика 6.4) долази се до снаге којом се енергија преноси ка телу које је наслоњено на топле pn спојеве

$$P_t = P_{tt} + P_{Pelt,t}, \quad (6.20)$$

$$P_t = NaT_{tp}I + 2\lambda NS \frac{q_v \cdot L}{\lambda} - 2\lambda NS \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{q_v \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right), \quad (6.21)$$

$$P_t = NaT_{tp}I + 2NS\rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 L - 2\lambda NS \left(\frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} + \frac{\rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 \cdot L}{2 \cdot \lambda} \right), \quad (6.22)$$

$$P_t = NaT_{tp}I + 2NS\rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 L - 2\lambda NS \frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L} - NS\rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 L, \quad (6.23)$$

$$P_t = NaT_{tp}I + NS\rho \left(\frac{I}{S} \right)^2 L - 2\lambda NS \frac{\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}}{L}. \quad (6.24)$$

Дакле, у случају рада склопа као топлотне пумпе, хладна страна ће из околине преузимати енергију снагом

$$P_h = NaT_{hp}I - \frac{1}{2} 2N\rho \frac{L}{S} I^2 - \frac{2\lambda NS}{L} (\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}), \quad (6.25)$$

а са топле стране енергију предавати околини снагом

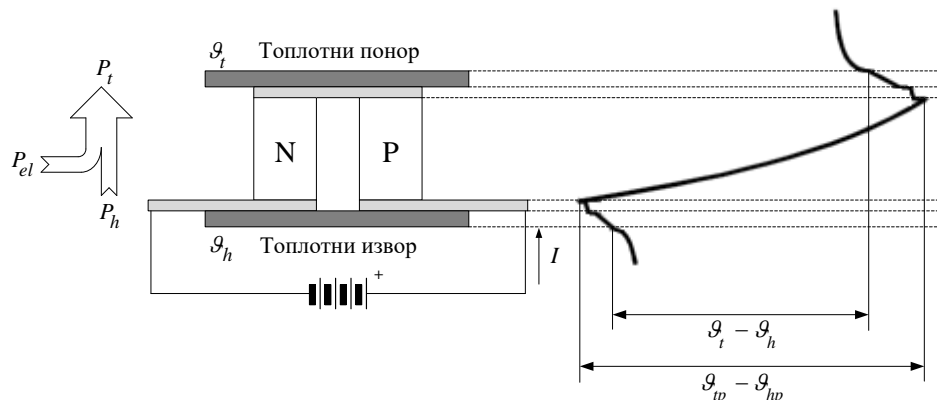
$$P_t = NaT_{tp}I + \frac{1}{2} 2N\rho \frac{L}{S} I^2 - \frac{2\lambda NS}{L} (\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}). \quad (6.26)$$

Температуре на самим pn спојевима (ϑ_{tp} и ϑ_{hp}) се разликују од температура са спољашње стране електроизолационих (керамичких) плочица, које су у контакту са површима тела са којима склоп размењује енергију (топла страна ϑ_t и хладна страна ϑ_h). Разлика температуре pn спојева и спољашње стране керамичких плочица је једнака паду температуре који ствара снага преноса топлоте на топлотном отпору провођењу топлоте кроз керамику и на контактном топлотном отпору између спољашње површи керамике и површи тела (контактни отпор са унутрашње стране керамике се може занемарити). Увођењем коефицијента проласка топлоте помножене са површином плочица кроз које се преноси топлота, као вредности реципрочне топлотном отпору, долази се до:

$$P_t = k_p S_p (\vartheta_{tp} - \vartheta_t), \quad (6.27)$$

$$P_h = k_p S_p (\vartheta_h - \vartheta_{hp}). \quad (6.28)$$

Поступак прорачуна се мора извршити итеративно, или се мора решити систем једначина. Наиме, познате су температуре ϑ_t и ϑ_h , за одређивање температура ϑ_{tp} и ϑ_{hp} потребно је познавати снаге P_t и P_h , а оне се израчунавају управо на основу температура ϑ_{tp} и ϑ_{hp} .



Слика 6.5 – Скица промене температуре дуж термоелектричног модула за режим топлотне пумпе

Напон на прикључним контактима, потребан да би се остварио режим топлотне пумпе са струјом I , добија се као вредност резултујуће Пелтијеове електромоторне силе (разлике на топлим и на хладним pn спојевима) увећане за пад напона на унутрашњој омској отпорности p и n елемената:

$$U = Na(\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}) + 2N\rho \frac{L}{S} I. \quad (6.29)$$

Наведени изрази представљају основу за анализе различитих могућности примене склопова pn спојева; полазећи од димензија S и L појединих елемената, као и броја елемената у склопу, могуће је израчунати ниво снаге који се може пренети конкретним елементом при фиксираним температурама, минималну температуру хладне стране која се може остварити при фиксираној температури топле стране, однос снаге хлађења хладније стране и снаге утрошене електричне енергије, оптималну струју итд.

Оглед 1

У првом огледу уређај ради у празном ходу тј. када је струја кроз модул једнака нули. На основу мерења у овом огледу може се одредити збир топлотног отпора провођењу топлоте кроз електроизолациони слој и контактеног топлотног отпора (карактерисан коефицијентом k_p). Кроз горњи измењивач се пропушта вода из бојлера, а кроз доњи вода из водовода. На канал 1 инструмента је прикључен термопар којим се мери температура горњег измењивача, а на канал 2 доњег. Мери се Пелтијеова електромоторна сила на крајевима плочице са термопаровима. У овом огледу, снаге P_t и P_h су последица преноса топлоте услед постојања разлике температура. Њихова вредност је једнака (уведимо ознаку P за њихову заједничку вредност; $P = P_t = P_h$ која има референтни смер од топле ка хладној страни. Снага P може се одредити из израза (6.25) или (6.26) заменом $I = 0$:

$$P = \frac{2\lambda NS}{L} (\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp}). \quad (6.30)$$

На основу чињенице да се ова снага на топлој страни преноси од површи тела ка pn спојевима, преко збирног топлотног отпора, може се написати

$$P = k_p S_p (\vartheta_t - \vartheta_{tp}). \quad (6.31)$$

Аналогно, на хладној страни снага се преноси од pn спојева ка површи тела, преко збирног топлотног отпора (реална је претпоставка о једнакости збирних топлотних отпора на површима хладне и топле стране)

$$P = k_p S_p (\vartheta_{hp} - \vartheta_h). \quad (6.32)$$

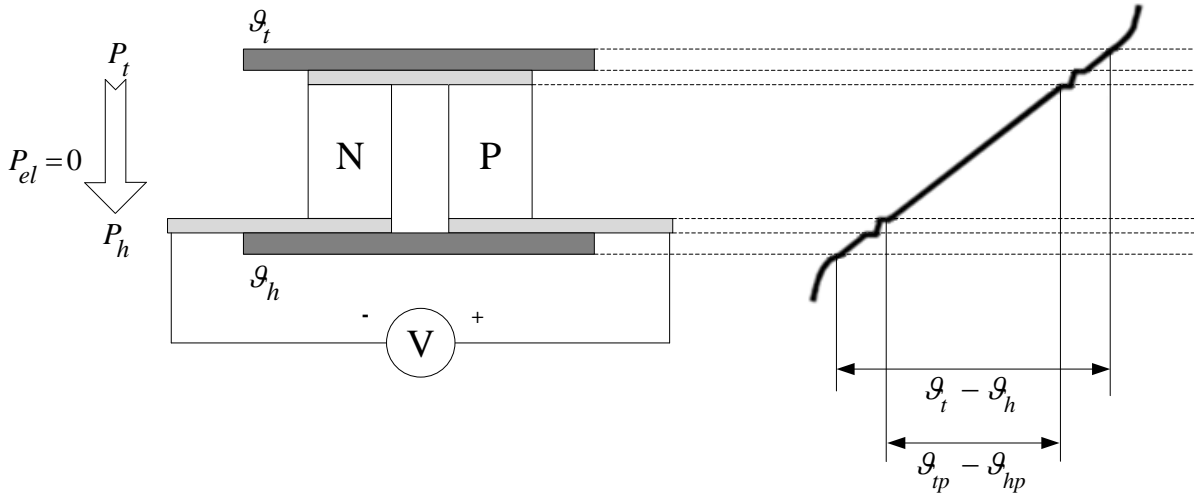
Сабирањем израза (6.31) и (6.32), а затим уврштавањем израза (6.30) долази се до

$$\vartheta_{tp} - \vartheta_{hp} = \frac{\vartheta_t - \vartheta_h}{\frac{2}{k_p S_p} \frac{2\lambda NS}{L} + 1}. \quad (6.33)$$

Уврштавањем израза (6.33) у израз (6.29), где је $I = 0$, добија се

$$U = Na \frac{\vartheta_t - \vartheta_h}{\frac{2}{k_p S_p} \frac{2\lambda NS}{L} + 1} \quad (6.34)$$

Промена температуре дуж термоелектричног модула у празном ходу приказана је на слици 6.6.



Слика 6.6 – Промена температуре дуж термоелектричног модула у празном ходу

Из израза (6.31) и (6.32) се види да је збир температура $(\vartheta_t + \vartheta_h)$ једнак збиру температура $(\vartheta_{tp} + \vartheta_{hp})$, односно да су једнаки и $(\vartheta_t + \vartheta_h) / 2 = (\vartheta_{tp} + \vartheta_{hp}) / 2$; њихови полузбирови; $(\vartheta_{tp} + \vartheta_{hp}) / 2$ представља средњу температуру pn елемената, односно температуру према којој се одређује вредност њихових параметара a и λ . Дакле, параметри се могу одредити на основу средње вредности температура ϑ_t и ϑ_h .

Током огледа празног хода измерене су следеће вредности: $\vartheta_{t0} = 40,6^\circ\text{C}$, $\vartheta_{h0} = 17,9^\circ\text{C}$ и $U_0 = 1,078 \text{ V}$.

Средња температура pn спојева је

$$T_{sr0} = 273,15 + \frac{\vartheta_{t0} - \vartheta_{h0}}{2} = 302,4 \text{ K}. \quad (6.35)$$

Параметри pn спојева, одређени према средњој вредности температуре, су

$$a_0 = 2(22224 + 930,6 \cdot T_{sr0} - 0,9905 \cdot T_{sr0}^2) \cdot 10^{-9} = 4,2612 \cdot 10^{-4} \text{ V/K}, \quad (6.36)$$

$$\rho_0 = (5112 + 163,4 \cdot T_{sr0} + 0,6279 \cdot T_{sr0}^2) \cdot 10^{-8} = 1,1194 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{cm}, \quad (6.37)$$

$$\lambda_0 = (62605 - 277,7 \cdot T_{sr0} + 0,4131 \cdot T_{sr0}^2) \cdot 10^{-6} = 1,6405 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{cmK}}. \quad (6.38)$$

Сада је помоћу израза (6.34) могуће одредити вредност k_p :

$$k_p = \frac{U_0 \frac{2}{S_p} \frac{2\lambda_0 NS}{L}}{Na_0(\vartheta_t - \vartheta_h) - U_0} = 0,3297 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2\text{K}}. \quad (6.39)$$

Заменом израза (6.29) за $I = 0$ у израз (6.30) добија се

$$P = \frac{2\lambda NS}{L} \frac{U_0}{Na_0} = 12,45 \text{ W}. \quad (6.40)$$

Сада је помоћу израза (6.31) и (6.32) могуће одредити и температуре на површини *pn* спојева $\vartheta_{tp0} = 39,3^\circ\text{C}$, $\vartheta_{hp0} = 19,2^\circ\text{C}$.

Оглед 3

У режиму топлотне пумпе, када вода протиче кроз цеви и на топлој и на хладној страни, топлота се одузима од хладне воде и предаје топлој води. Температура се мери у 6 тачака – температуре размењивача (бакарних плоча) непосредно изнад површина плочице (канал 1 и 2), температуре флуида на улазу и излазу из размењивача за хладну воду (канал 3 и 4) и температуре флуида на улазу и излазу из размењивача за топлу воду (канал 5 и 6). Протоци се подешавају тако да се постигне приметан пораст температуре топле воде од улаза ка излазу, односно приметно снижење температуре хладне воде од улаза ка излазу.

Измерене су следеће вредности:

$$\vartheta_t = 50,7^\circ\text{C} \text{ и } \vartheta_h = 13,2^\circ\text{C};$$

$$\vartheta_{hul} = 15,9^\circ\text{C} \text{ и } \vartheta_{hiz} = 15,2^\circ\text{C};$$

$$\vartheta_{tul} = 40,2^\circ\text{C} \text{ и } \vartheta_{tiz} = 42,7^\circ\text{C}.$$

Како би се постигао приметан пораст температуре топле воде од улаза ка излазу, односно приметно снижење температуре хладне воде од улаза ка излазу подешен је минималан проток кроз оба измењивача, а струја има максималну вредност коју дозвољава огледна апаратура, што је у овом случају $I = 5,6 \text{ A}$. Измерени напон је $U = 15,16 \text{ V}$.

Како би се одредиле непознате вредности температура и снага, потребно је решити систем од четири једначине (6.25) – (6.28) са четири непознате. Пример решавања система једначина у програмском пакету *Mathcad* приказан је на слици 6.7.

Снага којом се енергија предаје околина (топлој води) на топлој страни је $P_t = 104,7 \text{ W}$, Снага којом се енергија одузима хладној води је $P_h = 21,2 \text{ W}$, температура на топлој страни *pn* споја је $\vartheta_{tp} = 61,7^\circ\text{C}$, а на хладној страни *pn* споја $\vartheta_{hp} = 10,96^\circ\text{C}$.

Снага утрошене електричне енергије је $P_e = UI = 84,9 \text{ W}$.

Према закону одржања енергије, требало би да буде испуњен услов: $P_e = P_t - P_h$. Мало одступање $P_t - P_h = 104,7 - 21,2 = 83,5 \text{ W}$ од $P_e = UI = 84,9 \text{ W}$ (одступање износи $1,4 \text{ W}$) је последица грешака у мерењу и грешке у вредностима параметара материјала.

Toplotna pumpa

$$tt := 50.7 \quad th := 13.2 \quad U := 15.16 \quad I := 5.6$$

$$tthsr := \frac{tt + th}{2}$$

$$athsr := a(tthsr + 273.16) \quad \rho thsr := \rho(tthsr + 273.16) \quad \lambda thsr := \lambda(tthsr + 273.16)$$

Pocetna vrednost za iteriranje

$$Pt := 99.6 \quad Ph := 24.6 \quad ttp := 61.2 \quad thp := 10.6$$

Given

$$Pt = N \cdot a(ttp + 273.16) \cdot (ttp + 273.16) \cdot I + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot N \cdot \rho \left(\frac{ttp + thp}{2} + 273.16 \right) \cdot \frac{I^2}{SL} - \lambda \left(\frac{ttp + thp}{2} + 273.16 \right) \cdot 2 \cdot N \cdot SL \cdot (ttp - thp)$$

$$Ph = N \cdot a(thp + 273.16) \cdot (thp + 273.16) \cdot I - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot N \cdot \rho \left(\frac{ttp + thp}{2} + 273.16 \right) \cdot \frac{I^2}{SL} - \lambda \left(\frac{ttp + thp}{2} + 273.16 \right) \cdot 2 \cdot N \cdot SL \cdot (ttp - thp)$$

$$Pt = kp \cdot Sp \cdot (ttp - tt)$$

$$Ph = kp \cdot Sp \cdot (th - thp)$$

Resenje := Find(Pt, Ph, ttp, thp)

$$\text{Resenje} = \begin{pmatrix} 104.663 \\ 21.217 \\ 61.724 \\ 10.965 \end{pmatrix}$$

$$ttphpsr := \frac{\text{Resenje}_2 + \text{Resenje}_3}{2} = 36.344 \quad tthsr = 31.95$$

$$\text{Resenje}_0 = 104.663$$

$$\text{Resenje}_0 - \text{Resenje}_1 = 83.446$$

$$U \cdot I = 84.896$$

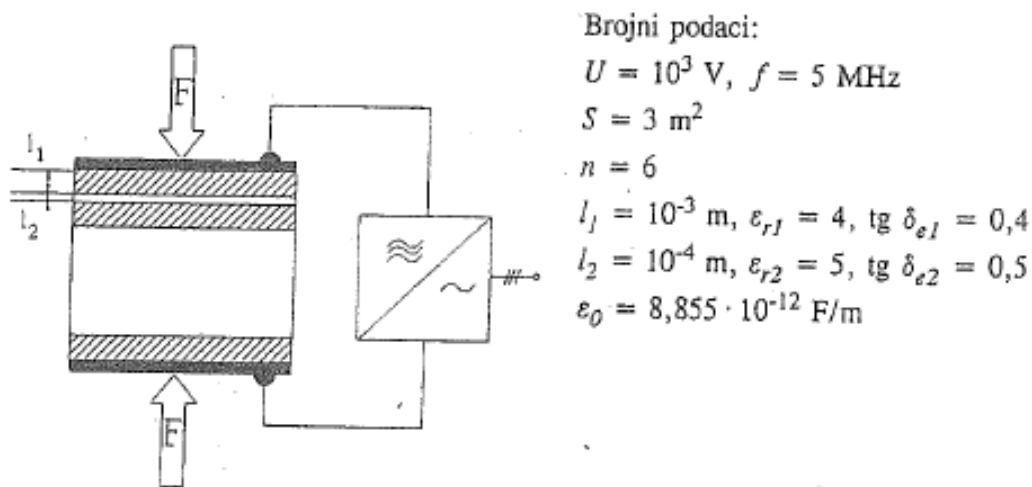
$$\text{Resenje}_0 - \text{Resenje}_1 - U \cdot I = -1.45$$

Слика 6.7 – Решавање система једначина у *Mathcad*-у

Задатак 7 – Диелектрично загревање – производња шпер плоче

64. U proizvodnji šper ploča se koristi dielektrično zagrevanje na sledeći način. Između dve metalne ploče prese, površine S , postavi se n slojeva furnira, svaki debljine l_1 i $n - 1$ sloj lepka, svaki debljine l_2 . Ovako formiran sendvič se izloži pritisku preko metalnih ploča. Metalne ploče se priključuju na krajeve izvora električne energije brzopromenljivog napona, efektivne vrednosti U i učestanosti f , kao što je prikazano na slici 64.1.

Izračunati prividnu snagu na izlazu izvora energije (pretvarača učestanosti), kao i faktor snage njegovog opterećenja.



Slika 64.1

Решење

Jačina električnog polja u slojevima drveta i lepka se može odrediti na isti način kao u prethodnom zadatku. Ovde će se ilustrovati sličan način određivanja jačine polja, zasnovan na prikazu sendviča drveta i lepka sa dva ekvivalentna kondenzatora, jedan za sve slojeve drveta, a drugi za sve slojeve lepka. Ivični efekti kod kondenzatora koga čine dve metalne ploče se mogu zanemariti (površina kondenzatora je mnogo veća od rastojanja između elektroda). Sendvič napravljen od slojeva drveta i lepka se može predstaviti rednom vezom dva kondenzatora, čiji su kapaciteti:

$$C_1 = \epsilon_1 \frac{S}{n l_1}, \quad (64.1)$$

za n slojeva drveta i

$$C_2 = \epsilon_2 \frac{S}{(n-1) l_2}, \quad (64.2)$$

za $n - 1$ slojeva lepka.

Na svakome od kondenzatora se može odrediti vrednost napona, iz jednakosti naelektrisanja na njihovim graničnim površima. Oni iznose

$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U \quad (64.3)$$

i

$$U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U. \quad (64.4)$$

Prema poznatom naponu na svakom od kondenzatora, ukupnim debljinama slojeva drveta i lepka i izraza za kapacitete (64.1) i (64.2), mogu se odrediti odgovarajuće jačine električnog polja u slojevima drveta (E_1) i slojevima lepka (E_2). Oni iznose

$$E_1 = \frac{U_1}{n l_1} = \frac{U}{n l_1 + \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} (n-1) l_2} \quad (64.5)$$

i

$$E_2 = \frac{U_2}{(n-1) l_2} = \frac{U}{(n-1) l_2 + \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} n l_1} \quad (64.6)$$

Njihove brojne vrednosti su

$$E_1 = \frac{10^3}{6 \cdot 10^{-3} + \frac{4}{5} 5 \cdot 10^{-4}} = \frac{10^6}{6,4} \frac{V}{m} \quad (64.7)$$

i

$$E_2 = \frac{10^3}{5 \cdot 10^{-4} + \frac{5}{4} 6 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^6}{8} \frac{V}{m} \quad (64.8)$$

Pri proračunu vrednosti jačina električnog polja je usvojena praktično ista aprksimacija kao u prethodnom zadatku.

Aktivna snaga dielektričnog zagrevanja u slojevima lepka i slojevima drveta se dobija iz izraza (49). Ukupna snaga zagrevanja se dobija njihovim sabiranjem, odakle se dobija

$$P = \omega \epsilon_{r1} \epsilon_0 \operatorname{tg} \delta_{e1} E_1^2 S n l_1 + \omega \epsilon_{r2} \epsilon_0 \operatorname{tg} \delta_{e2} E_2^2 S (n - 1) l_2. \quad (64.9)$$

Po zameni brojnih vrednosti i izračunavanju, dobija se da je $P = 211,79$ kW. Prvi sabirak u izrazu (64.9) predstavlja snagu zagrevanja u slojevima drveta i iznosi $P_1 = 195,5$ kW, a drugi snagu zagrevanja u slojevima lepka i iznosi $P_2 = 16,29$ kW. Snaga zagrevanja u slojevima drveta je dosta veća zbog veće zapremine drveta. Odnos snaga zagrevanja je približno jednak odnosu zapremina, tj. odnosno odnosu debljina slojeva drveta i lepka. Zapreminska gustina snage po zapremini sendviča (u slojevima drveta i lepka) je približno konstantna i iznosi $10,86$ Mw/m³.

Reaktivna snaga koja se uzima iz mreže se određuje kao zbir reaktivnih snaga kondenzatora u zamenskim šemama slojeva lepka i slojeva drveta. Dakle, može se napisati

$$Q = Q_1 + Q_2 = \omega C_1 U_1^2 + \omega C_2 U_2^2, \quad (64.10)$$

gde su U_1 i U_2 efektivne vrednosti napona na ekvivalentnim kondenzatorima ispunjenim drvetom, odnosno lepkom. Uvrštavanjem izraza za kapacitete (64.1) i (64.2) i za napon na svakom od slojeva preko jačine električnog polja u prethodni izraz, dobija se

$$Q = \omega \epsilon_{r1} \epsilon_0 E_1^2 S n l_1 + \omega \epsilon_{r2} \epsilon_0 E_2^2 S (n - 1) l_2. \quad (64.11)$$

Zamenom brojnih vrednosti i izračunavanjem, dobijaju se reaktivne snage, čije su vrednosti za sloj drveta $Q_1 = 488,75$ kVAr i sloj lepka $Q_2 = 32,58$ kVAr, odnosno ukupna reaktivna snaga koja se uzima iz mreže $Q = 521,33$ kVAr.

Prividna snaga na izlazu izvora (pretvarača učestanosti) se određuje prema izrazu

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (64.12)$$

Izračunata, njena vrednost je $S = 562,7$ kVA. Faktor snage opterećenja se određuje prema relaciji

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (64.13)$$

i iznosi $\cos \varphi = 0,376$ (kap.).

Задатак 8 – Диелектрично загревање – сушење дрвета

66. Jedna od karakterističnih primena dielektričnog zagrevanja je primena u tehnološkom procesu sušenja drveta. Pri dielektričnom zagrevanju, sušenje drveta je efikasnije nego kod ostalih postupaka zagrevanja. Sušenje drveta pomoću dielektričnog zagrevanja se obavlja u peći ili u uređajima na neprekidnoj traci.

Pod pojmom sušenje drveta se podrazumeva odstranjivanje vlage, od početne vrednosti koja iznosi oko 60 %, do krajnje koja iznosi oko 8 %. Zagrevanje u procesu sušenja se ne sme vršiti velikom gustinom snage. Jedan od uslova na osnovu koga se uspostavlja opseg gustine snage zagrevanja je da temperatura u sredini sušenih komada bude oko $100 \div 105$ °C. Time se ostvaruju pogodni uslovi za fizički proces sušenja.

Da bi sušenje bilo efikasno, drvo se mora složiti tako da sa svih strana bude slobodnog prostora za izlazak vlage. Prostor peći može biti vakuumiran ili ispunjen pregrejanim i osušenim vazduhom.

Kod sušenja drveta u pećima, gde se mogu sprečiti štetna dejstva na telekomunikacione sisteme, koriste se učestanosti od 0,3 do 0,5 MHz. Kod uređaja za sušenje (kao što je sušenje na neprekidnoj traci), gde ovu zaštitu nije moguće izvesti, koriste se učestanosti 13,56 MHz ili 27,12 MHz, koje su odobrene za tu namenu. Optimalne jačine električnog polja u drvetu su u granicama 10 do 40 kV/m. Ove i ostale praktične preporuke se mogu naći u literaturi [40]. Jačina polja u drvetu, pri zagrevanju u procesu sušenja se određuje na osnovu više faktora, vezanih za sam tehnološki proces odstranjivanja vlage, odnosno pogodne vrednosti temperature (koja zavisi od zapreminske gustine snage zagrevanja i graničnih temperaturnih uslova) i postojeće ograničavajuće faktore. Ograničavajući faktori su vrednosti jačine polja pri kojima dolazi do proboja u drvetu ili u okolnom vazduhu. Probojne jačine polja za drvo imaju relativno velike vrednosti (preko 1000 kV/m [21]), pa je najčešće kritična vrednost jačine polja u vazduhu. Kritična vrednost jačine polja u vazduhu, zbog prisustva vode koja isparava, ima manju vrednost od vrednosti koje se uobičajno daju za vazduh i iznosi $E_{prob. v} = 100$ kV/m [51].

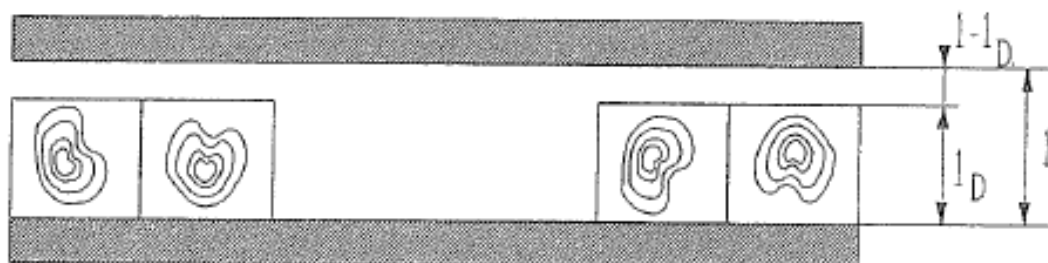
Relativna permitivnost drveta i tangens ugla gubitaka $\tan \delta$ zavise od vlažnosti drveta, temperature i učestanosti. Tako, na primer, kod 100 % - tno vlažnog drveta relativna permitivnost bi mogla da bude i $\epsilon_r = 81$ (koliko ima i voda), a kod sasvim suvog $\epsilon_r = 2$. Zbog toga je neophodno pre bilo kakvog proračuna ove vrednosti dobro proceniti. Kao ilustracija promena parametara i njihovog uticaja na relevantne karakteristike zagrevanja će se obraditi sledeći primer.

Izračunati potrebnu snagu za sušenje 20 hrastovih gredica dimenzija $0,05 \times 0,05 \times 1$ m³, složenih u jedan sloj na elektroprovodnu ploču dimenzija 1×1 m². U početku sušenja drvo sadrži oko 40 % vlage. Statička relativna permitivnost i tangens ugla

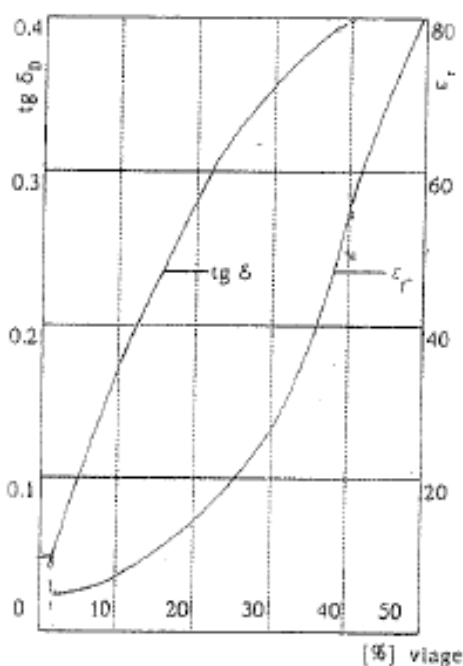
gubitaka mokrog drveta iznose $\epsilon_r = 55$ i $\text{tg } \delta = 0,4$. Ove vrednosti opadaju sa smanjenjem vlažnosti. Na kraju sušenja, kada se vlažnost smanji na svega nekoliko procenata, one iznose $\epsilon_r = 3$ i $\text{tg } \delta = 0,05$. Iznad sloja gredica, na rastojanju od 0,06 m od donje ploče, nalazi se druga elektroprovodna ploča istih dimenzija. Te dve ploče su elektrode jednog pločastog kondenzatora. Pretvarač učestanosti, iz koga se napaja ovaj kondenzator, generiše promenljivi izlazni napon u opsegu 3000 - 6000 V, sa učestanošću 0,5 MHz.

Izračunati snagu zagrevanja na početku procesa sušenja, kada je napon 6000 V, i na kraju procesa, kada je napon 3000 V.

Na slici 66.1 je data skica ovog sklopa, a na slici 66.2 grafici promene vrednosti statičke relativne permitivnosti i tangensa ugla gubitaka za hrastovo drvo, koje važe za učestanost 0,5 MHz i temperaturu od 100 °C.



Slika 66.1



Slika 66.2

Решење

Da bi se odredile snage zagrevanja na početku i na kraju procesa, potrebno je izračunati odgovarajuće vrednosti jačine električnog polja u drvetu. Jačina električnog polja u drvetu, određena pomoću uprošćene ekvivalentne šeme, prikazane na slici 66.3, određena je izrazom

$$E_D = \frac{U}{l_D + \varepsilon_r (l - l_D)} \quad (66.1)$$

Primetimo da sloj koji sačinjava 20 gredica dimenzija poprečnog preseka $5 \times 5 \text{ cm}^2$ i dužine 1 m u potpunosti pokriva površ ploče dimenzija $(1 \times 1 \text{ m}^2)$. Ako se u izraz (66.1) uvrste sledeće brojne vrednosti:

$$l_D = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$l = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

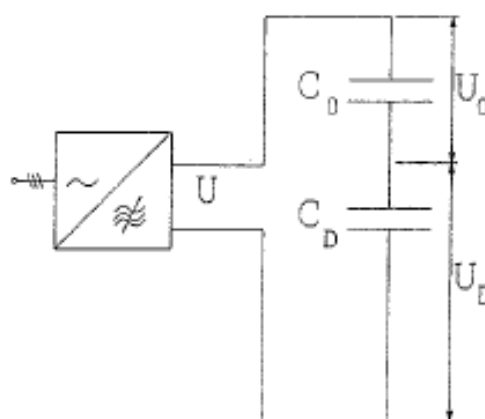
$$U = 6000 \text{ V i } \varepsilon_{rD} = 55, \text{ za početak sušenja i}$$

$$U = 3000 \text{ V i } \varepsilon_{rD} = 3, \text{ za kraj sušenja,}$$

dobijaju se vrednosti za jačinu polja

$$\text{na početku sušenja} \quad E_D = 10 \text{ kV/m i}$$

$$\text{na kraju sušenja} \quad E_D = 37,5 \text{ kV/m.}$$



Slika 66.3

Zapreminska gustina snage zagrevanja se izračunava prema izrazu (50),

$$P_V = \omega \varepsilon_r \varepsilon_0 \operatorname{tg} \delta E_D^2 \quad (66.2)$$

Posle zamene odgovarajućih vrednosti za tangens ugla gubitaka,

$$\operatorname{tg} \delta = 0,4 \text{ na početku sušenja i}$$

$$\operatorname{tg} \delta = 0,05 \text{ na kraju sušenja,}$$

i ostalih, već navedenih vrednosti, dobijaju se odgovarajuće gustine snaga

$$\text{na početku sušenja } P_V = 6,12 \cdot 10^4 \text{ W/m}^3 \text{ i}$$

$$\text{na kraju sušenja } P_V = 0,59 \cdot 10^4 \text{ W/m}^3.$$

Ukupna snaga zagrevanja u zapremini $V = 5 \cdot 10^{-2} \times 5 \cdot 10^{-2} \times 1 \times 20 = 0,05 \text{ m}^3$ iznosi

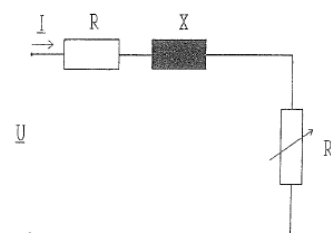
$$\text{na početku sušenja } P = 6,12 \cdot 10^4 \cdot 0,05 = 3,05 \text{ kW i}$$

$$\text{na kraju sušenja } P = 0,59 \cdot 10^4 \cdot 0,05 = 0,295 \text{ kW.}$$

Задатак 9 – Електрични лук

69. Koliki su maksimalni stepen iskorišćenja i maksimalna korisna snaga električnog luka, prema ekvivalentnom linearnom kolu, za koji su poznati podaci iz oglеda kratkog spoja: struja $I_{ks} = 15 \text{ A}$ i snaga $P_{ks} = 600 \text{ W}$, pri naponu $U_{ks} = U = 220 \text{ V}$? Poznato je da minimalna struja gorenja luka (najmanja vrednost struje pri kojoj on stabilno gori) iznosi $I_g = 6,5 \text{ A}$.

Koristiti trivijalnu predstavu električnog luka preko promenljivog električnog otpora. Mreža sa elementima za priključenje na nju se može ekvivalentirati rednom vezom otpora i induktivnosti, odnosno može se zanemariti struja praznog hoda transformatora (slika 68.1).



Slika 68.1

Решење

Prema ekvivalentnoj šemi prikazanoj na slici 68.1 se dolazi do izraza za stepen iskorišćenja, čija je definicija

$$\eta = \frac{P_k}{P}, \quad (69.1)$$

i korisne snage električnog luka, koja je određena izrazom

$$P_k = R_l I^2. \quad (69.2)$$

Uvrštavanjem izraza za ukupnu aktivnu snagu

$$P = (R + R_l) I^2 \quad (69.3)$$

i korisnu snagu električnog luka (69.2) u izraz (69.1), za stepen iskorišćenja se dolazi do izraza

$$\eta = \frac{R_l I^2}{(R_l + R) I^2} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_l}}. \quad (69.4)$$

Za korisnu snagu se, po uvrštavanju izraza za struju (68.2) u izraz (69.2), dolazi do

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R + R_l)^2 + X^2}} \quad \leftarrow \quad P_k = U^2 \frac{R_l}{(R_l + R)^2 + X^2}. \quad (69.5)$$

Funkcija stepena iskorišćenja luka od otpora luka $\eta (R_l)$ je rastuća funkcija, pa se njen maksimum postiže za maksimalnu vrednost nezavisno promenljive R_l . Maksimalna vrednost otpora luka ($R_{l \max}$), koja se ima pri najvećem rastojanju između elektroda luka, se određuje na osnovu poznate minimalne struje gorenja luka. Veza između minimalne struje gorenja

luka i maksimalnog otpora luka, prema (68.2) glasi

$$I_g = \frac{U}{\sqrt{(R_{I_{max}} + R)^2 + X^2}}. \quad (69.6)$$

Iz prethodnog izraza se dobija maksimalna vrednost otpora luka, izražena preko minimalne struje gorenja luka

$$R_{I_{max}} = \sqrt{\left(\frac{U}{I_g}\right)^2 - X^2} - R. \quad (69.7)$$

Impedansa (Z), odnosno otpor (R) i reaktansa (X) električnog kola od vrhova elektroda do mesta priključka na krut napon se određuju na osnovu podataka iz oglada kratkog spoja (kada se smatra da je mreža kruta), prema izrazima (68.9), (68.10) i (68.11). Izračunate, njihove vrednosti iznose

$$Z = \frac{U}{I_k}, \quad R = \frac{P_k}{I_k^2}, \quad X = \sqrt{Z^2 - R^2} \quad Z = 14,67 \, \Omega, \quad R = 2,67 \, \Omega \quad i \quad X = 14,42 \, \Omega. \quad (69.8)$$

Prema izrazu (69.7) se izračunava maksimalna vrednost otpora luka

$$R_{I_{max}} = 27,95 \, \Omega, \quad (69.9)$$

a prema izrazu (69.4) i maksimalna vrednost stepena iskorišćenja

$$\eta_{max} = \eta(R_{I_{max}}) = 91,28 \%. \quad (69.10)$$

Maksimum korisne snage se, prema (68.5), postiže za vrednost otpora luka koji je jednak impedansi mreže ($R_l^* = Z$). Dakle, maksimalna korisna snaga se određuje prema izrazu

$$P_{kmax} = P_k(R_l = Z) = U^2 \frac{Z}{(Z + R)^2 + X^2}. \quad (69.11)$$

Izračunata, ona iznosi

$$P_{kmax} = 1396 \, W. \quad (69.12)$$

Stepen iskorišćenja pri maksimalnoj korisnoj snazi iznosi $\eta(R_l = Z) = 0,846$.

Задатак 10 – Електрични лук – Електролучна пећ

70. Jedna trofazna elektrolučna peć kapaciteta 3 t ima pećni transformator snage $S = 1,25$ MVA. Primarni napon pećnog transformatora (njegova linijska vrednost) iznosi 10 kV, a najveći sekundarni (linijski u praznom hodu) 225 V. Relativni napon kratkog spoja transformatora je 6 %, ali mu se u prvoj tehnološkoj fazi (fazi topljenja), kada su česti kratki spojevi, dodaje u primar prigušnica iste snage i relativnog napona kratkog spoja 20 %. Po završetku faze topljenja, isključuje se prigušnica i prevezivanjem primara transformatora iz trougla u zvezdu postrojenje se pripremi za režim rada sa smanjenom snagom.

Nacrtati kružne dijagrame za ova dva režima rada peći i analitički odrediti najveće vrednosti aktivne korisne snage u oba režima rada. Na regulatoru napona je u oba slučaja postavljen izvod kome odgovara maksimalni sekundarni napon. Mreža 10 kV, na koju se priključuje pećni transformator se može smatrati krutom.

Impedansa sekundarnog kola pećnog transformatora, od priključaka na transformator do vrhova elektroda po fazi iznosi $Z = (2,25 + j 0,85)$ m Ω .

Решење

Vrednost rasipne reaktanse transformatora, svedena na napon primara, određuje se prema izrazu

$$X_T = \frac{u_{k\%}}{100} \frac{U_p^2}{S_n} \quad (70.1)$$

Ova vrednost predstavlja fizičku reaktansu rasipanja, zavisnu samo od broja navojaka namotaja višeg i nižeg napona i geometrije aktivnog dela transformatora na jednom stubu i ne zavisi od sprege transformatora. Do izraza (70.1) se može jednostavno doći ako se podje od fizičke definicije impedanse kratkog spoja (približno jednake reaktansi rasipanja), kao odnosa napona na namotaju i struje kroz njega, kada je transformator u kratkom spoju:

$$Z_f = \frac{U_f}{I_f} \quad (70.2)$$

U slučaju sprege namotaja primara u zvezdu, linijski napon treba da bude $\sqrt{3}$ puta veći od faznog napona pri kome kroz namotaj i linijske (mrežne) vodove, pri transformatoru u kratkom spoju protiče nominalna struja. Dakle, dobija se

$$Z_f = \frac{U_{ll}}{\sqrt{3} I_{fn}} \quad (70.3)$$

$$Z_f = \frac{U_{11}^2}{\sqrt{3} U_{11} I_{fn}} = \frac{U_{11}^2}{S_n} \quad (70.4)$$

U slučaju sprege namotaja primara u trougao, linijska struja je $\sqrt{3}$ puta veća od nominalne fazne, dok je linijski napon jednak faznom pri kome, kod transformatora u kratkom spoju, kroz namotaj protiče nominalna struja. Dakle, u tom slučaju važi

$$Z_f = \frac{U_{12}}{\frac{I_1}{\sqrt{3}}}, \quad (70.5)$$

odnosno

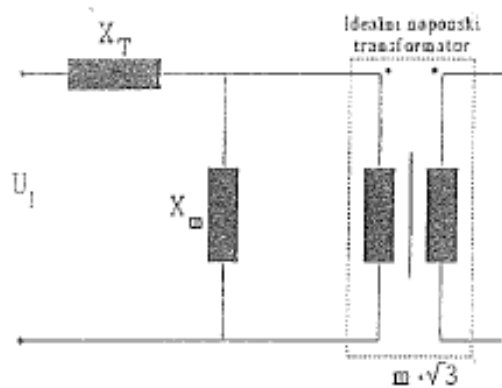
$$Z_f = \sqrt{3} \frac{\sqrt{3} U_2^2}{\sqrt{3} U_2 I_1} = \frac{3 U_2^2}{S_n} \quad (70.6)$$

S obzirom da je napon U_{12} $\sqrt{3}$ puta manji od napona U_{11} , preko izraza (70.4) i (70.6) se dolazi do iste vrednosti za efektivnu vrednost impedanse Z_f .

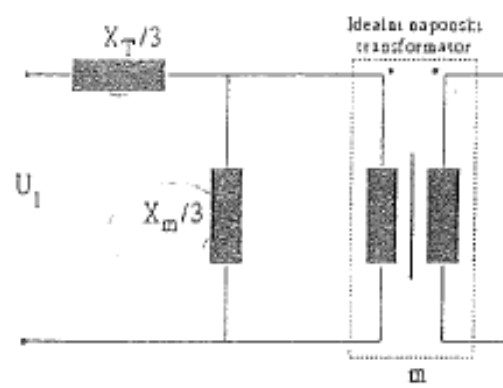
Ekvivalentna šema transformatora po fazi, za spregu primara u zvezdu ima izgled na slici 70.1, a za spregu primara u trougao na slici 70.2. X_T predstavlja rasipnu reaktansu transformatora (svedenu na visoki napon), a X_m reaktansu magnećenja. Aktivni delovi impedanse kratkog spoja i impedanse magnećenja su zanemareni. U_1 predstavlja fazni napon mreže iz koje se napaja transformator, koji se određuje kao nominalna vrednost napona mreže (uvek se daje njegova linijska vrednost, podeljena sa $\sqrt{3}$). Osim prikazanih impedansi (odnosno reaktansi kratkog spoja i magnećenja) i idealnog naponskog transformatora, u šemi postoji i element za fazno pomeranje napona za $\pi/6$, ukoliko se razlikuju sprege na primaru i sekundaru transformatora [52]. Uvodjenje tog elementa je od interesa samo u elektroenergetskom sistemu, dok je za elektrolučnu peć, koja predstavlja završni potrošač mreže, to beznačajno. Parametar m se određuje kao odnos linijskih napona primara i sekundara za spregu namotaja primara u trougao i ima vrednost

$$m = \frac{10000}{225} = 44,44. \quad (70.7)$$

Šeme su prikazane za svodjenje na napon primara; impedanse na sekundaru se preslikavaju preko idealnog naponskog transformatora (koeficijent svodjenja m^2 , za spregu primara u trougao, odnosno $3 m^2$, za spregu primara u zvezdu).



Slika 70.1



Slika 70.2

Vrednosti reaktansi kratkog spoja transformatora i prigušnice, svedene na naponski nivo primara iznose

$$X_T = 0,06 \frac{10000^2}{1,25 \cdot 10^6} = 4,8 \Omega \quad (70.8)$$

i

$$X_{PR} = 0,2 \frac{10000^2}{1,25 \cdot 10^6} = 16 \Omega. \quad (70.9)$$

Ukupna reaktansa i moduo impedanse koji ograničavaju struju pri kratkom spoju elektroda peći preko šarže, pri zanemarenoj grani magnetećenja transformatora, za spregu transformatora u zvezdu, imaju vrednosti

$$\sum X = X_T + 0,85 \cdot 10^{-3} (\sqrt{3} 44,44)^2 = 9,84 \Omega \quad (70.10)$$

i

$$Z = \sqrt{(2,25 \cdot 10^{-3} (\sqrt{3} 44,44)^2)^2 + 9,84^2} = 16,57 \Omega, \quad (70.11)$$

a za spregu transformatora u trougao

$$\sum X = \frac{X_T}{3} + X_{PR} + 0,85 \cdot 10^{-3} 44,44^2 = 19,28 \Omega \quad (70.12)$$

i

$$Z = \sqrt{(2,25 \cdot 10^{-3} 44,44^2)^2 + 19,28^2} = 19,78 \Omega. \quad (70.13)$$

Snage idealnog i realnog kratkog spoja luka elektrolučne peći, za spegu primara transformatora u zvezdu, imaju vrednosti

$$S_{ikzz} = 3 \frac{\left(\frac{10000}{\sqrt{3}}\right)^2}{9,84} = 10,16 MVA \quad (70.14)$$

i

$$S_{kzz} = 3 \frac{\left(\frac{10000}{\sqrt{3}}\right)^2}{16,57} = 6,04 MVA, \quad (70.15)$$

a za spregu transformatora u trougao

$$S_{ikst} = 3 \frac{\left(\frac{10000}{\sqrt{3}}\right)^2}{19,28} = 5,19 MVA \quad (70.16)$$

i

$$S_{kst} = 3 \frac{\left(\frac{10000}{\sqrt{3}}\right)^2}{19,78} = 5,06 MVA. \quad (70.17)$$

Odgovarajuće vrednosti po fazi su tri puta manje od ukupnih prividnih snaga idealnog kratkog spoja i realnog kratkog spoja i iznose, za zvezdu, 3,39 MVA i 2,01 MVA i, za trougao, 1,73 MVA i 1,69 MVA.

Maksimalne korisne snage, određene prema odgovarajućim ekvivalentnim šemama pri vrednostima otpora luka jednakim modulima impedansi kratkog spoja ($R_l^* = Z$), iznose

$$P_{kmaxz} = 3 \frac{16,57 \left(\frac{10000}{\sqrt{3}}\right)^2}{\sqrt{(16,57 + 2,25 \cdot 10^{-3} (\sqrt{3} 44,44)^2)^2 + 9,84^2}} = 1,67 MVA, \quad (70.18)$$

za spregu transformatora u zvezdu i

$$P_{kmaxt} = 3 \frac{19,78 \left(\frac{10000}{\sqrt{3}}\right)^2}{\sqrt{(19,78 + 2,25 \cdot 10^{-3} 44,44^2)^2 + 19,28^2}} = 2,06 MVA, \quad (70.19)$$

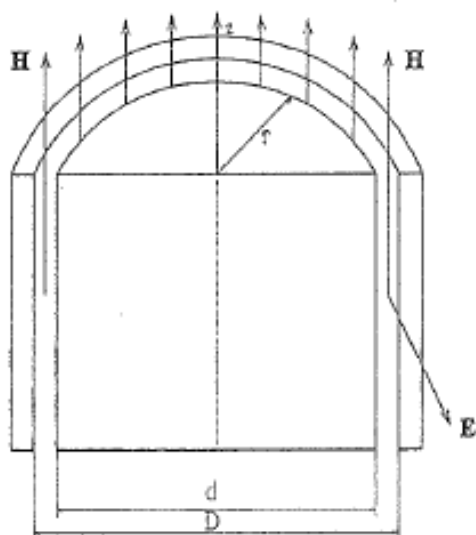
za spregu transformatora u trougao.

Задатак 11 – Индукционо загревање – Бакарни цилиндар

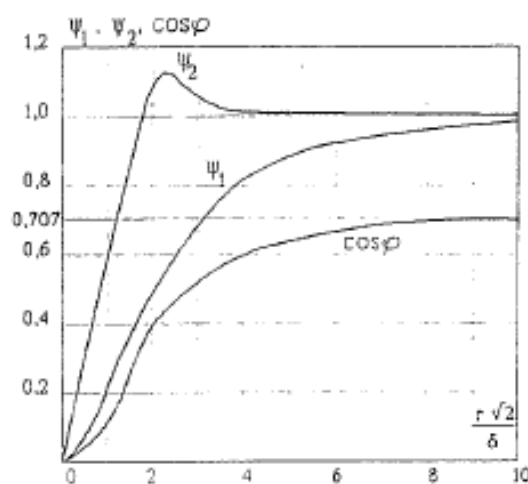
74. Odrediti odnos aktivnih i reaktivnih snaga koje se predaju cilindričnom bakarnom induktu elektrotermičkog elektroindukcionog uređaja, prikazanog na slici 74.1, čiji je prečnik

- a) $d = 4,7$ cm i
- b) $d = 10$ cm.

Odnose snaga odrediti za slučajeve indukcionog zagrevanja pri učestanosti električnih veličine $f_1 = 50$ Hz i $f_2 = 3$ kHz. Specifična električna provodnost bakra iznosi $\sigma = 57 \cdot 10^6$ S/m. Zavisnost faktora koji figurišu u izrazima za površinske gustine aktivne i reaktivne snage (57) i (58), kao i faktora snage opterećenja ($\cos \varphi$), od vrednosti odnosa poluprečnika cilindra i dubine prodiranja, prikazana je na slici 74.2. Vrednosti uporediti za iste jačine magnetnog polja na površi indukta i iste temperature indukta, pri kojima specifična električna provodnost ima navedenu vrednost.



Slika 74.1



Slika 74.2

Решење

Dubina prodiranja elektromagnetnog polja, pri učestanosti $f_1 = 50$ Hz, iznosi

$$\delta_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 57 \cdot 10^6 \cdot 4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}} = 9,43 \text{ mm}, \quad (74.1)$$

a pri učestanosti $f_2 = 3$ kHz

$$\delta_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 57 \cdot 10^6 \cdot 4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 3000}} = 1,22 \text{ mm}. \quad (74.2)$$

a) Vrednost faktora ψ_1 i ψ_2 , koji figurišu u izrazima za površinske gustine aktivne i reaktivne snage, odredjuju se sa krivih prikazanih na slici 74.2. Vrednost nezavisno promenljive

funkcija ψ_1 i ψ_2 (na apcisnoj osi), pri učestanosti od 50 Hz, iznosi

$$\frac{r\sqrt{2}}{\delta_1} = \frac{47}{2} \frac{\sqrt{2}}{9,43} = 3,52, \quad (74.3)$$

a pri učestanosti 3 kHz,

$$\frac{r\sqrt{2}}{\delta_2} = \frac{47}{2} \frac{\sqrt{2}}{1,22} = 27,24. \quad (74.4)$$

Vrednosti faktora ψ_1 i ψ_2 , očitane sa krivih na slici 74.2, za zagrevanje pri učestanosti $f_1 = 50$ Hz iznose $\psi_{11} = 0,757$ i $\psi_{21} = 1,026$, a pri učestanosti od $f_2 = 3$ kHz $\psi_{12} = 1$ i $\psi_{22} = 1$. Odnos aktivnih snaga, pri zagrevanju učestanošću 3 kHz (P_{s02}) i 50 Hz (P_{s01}), određen je izrazom

$$P_{s0} = \frac{H_0^2}{2 \sigma \delta} \psi_1 \left(\frac{\Delta}{\delta} \right) \longrightarrow \frac{P_{s02}}{P_{s01}} = \frac{\frac{H_0^2}{2 \sigma \delta_2} \psi_{12} \left(\frac{r\sqrt{2}}{\delta_2} \right)}{\frac{H_0^2}{2 \sigma \delta_1} \psi_{11} \left(\frac{r\sqrt{2}}{\delta_1} \right)}, \quad (74.5)$$

odnosno

$$\frac{P_{s02}}{P_{s01}} = \frac{\psi_{12} \left(\frac{r\sqrt{2}}{\delta_2} \right)}{\psi_{11} \left(\frac{r\sqrt{2}}{\delta_1} \right)} \frac{\delta_1}{\delta_2}. \quad (74.6)$$

Izračunat, on iznosi

$$\frac{P_{s02}}{P_{s01}} = \frac{1}{0,757} \frac{9,43}{1,22} = 10,21. \quad (74.7)$$

Odnos reaktivnih snaga, pri zagrevanju učestanošću 3 kHz (Q_{s02}) i 50 Hz (Q_{s01}), određen je izrazom

$$Q_{s0} = \frac{H_0^2}{2 \sigma \delta} \psi_2 \left(\frac{\Delta}{\delta} \right), \quad \longrightarrow \quad \frac{Q_{s02}}{Q_{s01}} = \frac{\frac{H_0^2}{2 \sigma \delta_2} \psi_{22} \left(\frac{r\sqrt{2}}{\delta_2} \right)}{\frac{H_0^2}{2 \sigma \delta_1} \psi_{21} \left(\frac{r\sqrt{2}}{\delta_1} \right)}, \quad (74.8)$$

odnosno

$$\frac{Q_{s02}}{Q_{s01}} = \frac{\psi_{22} \left(\frac{r\sqrt{2}}{\delta_2} \right) \delta_1}{\psi_{21} \left(\frac{r\sqrt{2}}{\delta_1} \right) \delta_2}. \quad (74.9)$$

Izračunat, on iznosi

$$\frac{Q_{s02}}{Q_{s01}} = \frac{1}{1,026} \frac{9,43}{1,22} = 7,534. \quad (74.10)$$

b) Vrednost nezavisno promenljive, prema kojoj se određuju faktori ψ_1 i ψ_2 , pri učestanosti od 50 Hz, iznosi

$$\frac{r\sqrt{2}}{\delta_1} = \frac{100}{2} \frac{\sqrt{2}}{9,43} = 7,50, \quad (74.11)$$

a pri učestanosti 3 kHz

$$\frac{r\sqrt{2}}{\delta_2} = \frac{100}{2} \frac{\sqrt{2}}{1,22} = 57,96. \quad (74.12)$$

Vrednosti faktora ψ_1 i ψ_2 , očitane sa krivih na slici 74.2, za zagrevanje pri učestanosti od 50 Hz iznose $\psi_{11} = 0,9526$ i $\psi_{21} = 1,007$, a pri učestanosti od 3 kHz $\psi_{12} = 1$ i $\psi_{22} = 1$. Odnos aktivnih snaga, pri zagrevanju učestanošću 3 kHz (P_{s02}) i 50 Hz (P_{s01}), određen je izrazom (74.6) i iznosi $P_{s02} / P_{s01} = (1 / 0,9526) * (9,43 / 1,22) = 8,114$. Odnos reaktivnih snaga, pri zagrevanju učestanošću 3 kHz (Q_{s02}) i 50 Hz (Q_{s01}), određen je izrazom (74.9) i iznosi $Q_{s02} / Q_{s01} = (1 / 1,007) * (9,43 / 1,22) = 7,676$.

Задатак 12 – Индукционо загревање – Бакарни проводник

75. U proizvodnji izolovanih električnih provodnika, provodnik se pre nanošenja električne izolacije u kontinualnom procesu predgreva, kako bi se omogućilo ravnomerno hlađenje nanete tople električne izolacije i time sprečilo njeno raslojavanje. To predgrevanje se najčešće vrši pomoću elektroindukcionog uređaja sa magnetnim kolom (slika 75.1).

Odrediti potrebnu jačinu struje kroz bakarni provodnik preseka $S_{Cu} = 1,5 \text{ mm}^2$, koji se na taj način zagreva od temperature ambijenta, koja iznosi 20°C do 80°C , kada se on kreće brzinom od $v = 1 \text{ m/s}$. Dužina

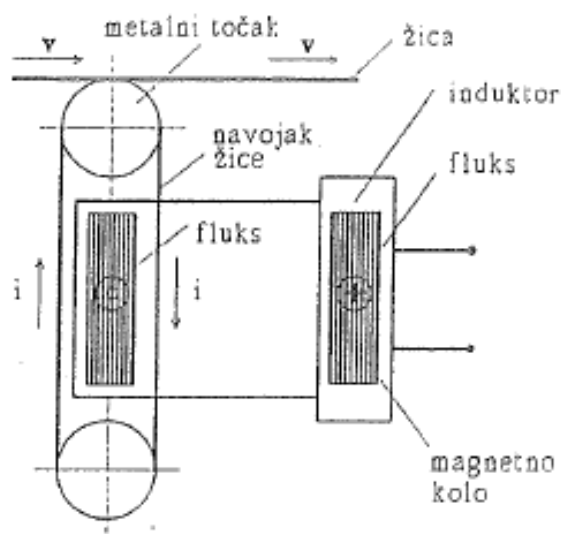
navojka u sekundaru je $L = 2 \text{ m}$. Pored jačine struje kroz zagrevani bakarni provodnik, potrebno je odrediti i broj navojaka u primaru za priključak na napon 220 V , 50 Hz .

Poznati su sledeći podaci, potrebni za proračun: toplotna provodnost $\lambda_{Cu} = 900 \text{ W/(m K)}$, specifični zapreminski toplotni kapacitet $C_{Cu} = 3,46 \cdot 10^3 \text{ kJ/(m}^3 \text{ K)}$, koeficijent prelaska toplote strujanjem sa površi provodnika na vazduh temperature ambijenta $\alpha = 10 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ i specifična električna provodnost $\sigma_{Cu} = 57 \text{ S m/mm}^2$. Može se smatrati da su ove veličine konstantne u posmatranom temperaturnom opsegu.

Pri ovom proračunu, može se zanemariti prenos toplote zračenjem u odnosu na prenos toplote strujanjem (zbog relativno niskih temperatura). Učešće odvođenja toplote strujanjem sa površi omotača provodnika u ukupnom energetskom bilansu se može zanemariti ako je njegova snaga manja od 1 % vrednosti potrebne snage akumulacije toplote. Za procenu vrednosti snage prenosa toplote strujanjem, kao merodavna temperatura se može usvojiti srednja temperatura provodnika na ulazu i izlazu. Učešće provodjenja toplote duž provodnika se može zanemariti pod istim numeričkim uslovima. Pri proceni snage provodjenja toplote, može se smatrati da temperatura duž provodnika linearno opada, odnosno da ima konstantan temperaturni gradijent.

Решење

Snaga prenosa toplote strujanjem, prema dozvoljenom uprošćenom načinu proračuna, određuje se po izrazu



Slika 75.1

$$q_a = \alpha O L (\vartheta_{sr} - \vartheta_a), \quad (75.1)$$

a za vrednosti obima $O = 4,342 \text{ mm}$ i srednje temperature $\vartheta_{sr} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ ima vrednost $q_a = 2,6 \text{ W}$.

Snaga prenosa toplote provodjenjem duž provodnika, prema dozvoljenom uprošćenom načinu proračuna, određuje se po izrazu

$$q_\lambda = \frac{\Delta \theta}{\frac{1}{\lambda_{Cu}} \frac{L}{S}}, \quad (75.2)$$

gde je $\Delta \theta = 60 \text{ K}$, i iznosi $q_\lambda = 0,0405 \text{ W}$.

Snaga akumulacije toplote se određuje po izrazu

$$q_a = \frac{m C_m \Delta \theta}{\Delta t} = \rho v S_{Cu} C_m \Delta \theta = C_{Cu} S_{Cu} v \Delta \theta. \quad (75.3)$$

Izračunata, ona iznosi $q_a = 311,4 \text{ W}$. Vidi se da je ova snaga više od 100 puta veća od snaga prenosa toplote strujanjem i provodjenjem. Zbog toga će se prenos toplote strujanjem i provodjenjem u daljim proračunima zanemarivati.

Energetski bilans se svodi na jednakost snage generisanja toplote u sekundarnom namotaju koji obrazuje navojak u kratkom spoju i snage akumulisanja toplote:

$$\frac{I^2}{\sigma_{Cu} S_{Cu}} L = C_{Cu} S_{Cu} v \Delta \theta \quad (75.4)$$

Iz ove jednačine se određuje izraz za struju bakarnog provodnika,

$$I = \sqrt{C_{Cu} S_{Cu} v \Delta \theta \frac{\sigma_{Cu} S_{Cu}}{L}}, \quad (75.5)$$

iz koga se po zameni brojnih vrednosti i izračunavanju dobija

$$I = \sqrt{3460 \cdot 10^3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 60 \frac{57 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}}{2}} = 115,4 \text{ A}. \quad (75.6)$$

Napon na sekundaru, koga čini jedan navojak u kratkom spoju se izračunava prema izrazu

$$U = RI = \sqrt{C_{Cu} v \Delta \theta \frac{L}{\sigma_{Cu}}} \quad (75.7)$$

$$U = \sqrt{3460 \cdot 10^3 \cdot 160 \frac{2}{57 \cdot 10^6}} = 2,70 \text{ V.} \quad (75.8)$$

Iz ovog podatka se određuje broj navojaka na primaru, kao odnos napona napajanja (220 V) i napona jednog navojka $N = 220 / 2,7 = 82$.

Rešavanje ovog problema, kada se snage odvodjenja toplote strujanjem sa površi omotača provodnika i provodjenja toplote duž provodnika od toplijem ka hladnijem kraju, ne mogu zanemariti se svodi na rešavanje složenije diferencijalne temperaturne jednačine. Ona se može postaviti na osnovu energetskog bilansa za elementarni deo provodnika, dužine dl . U energetskom bilansu se javljaju: a) snaga električnog rada ($I^2 dl / (S_{Cu} \sigma_{Cu})$), b) snaga razmene energije provodjenjem sa susednim elementarnim delovima provodnika ($\lambda_{Cu} S_{Cu} d^2\theta/dl^2 dl$; objašnjenje se može naći u zadatku 12), v) snaga odvodjenja toplote strujanjem sa omotača provodnika ($\alpha O \theta dl$) i g) snaga akumulisanja toplote ($C_{Cu} S_{Cu} v d\theta/dl dl$). Sa θ je označen porast temperature dela provodnika u odnosu na ambijent (20°C). Diferencijalna temperaturna jednačina tada glasi

$$\lambda_{Cu} S_{Cu} \frac{d^2\theta}{dl^2} + C_{Cu} S_{Cu} v \frac{d\theta}{dl} + \alpha O \theta = \frac{I^2}{\sigma_{Cu} S_{Cu}}. \quad (75.9)$$

Pri rešavanju ove jednačine, prvo bi se našlo njeno opšte rešenje, u kojem bi figurisale dve integracione konstante, ali i nepoznata vrednost potrebne struje kroz provodnik. Na osnovu dva granična uslova (da je $\theta(l=0) = 0$ i $\theta(l=L) = \theta_1$; L predstavlja dužinu navojka, a θ_1 porast temperature žice), dobijaju se dve algebarske jednačine sa tri nepoznate, odnosno integracione konstante se mogu izraziti preko vrednosti struje. Treća algebarska jednačina, iz koje bi se dobila vrednost struje, bi se mogla dobiti iz ukupnog energetskog bilansa - izjednačavanjem ukupne snage generisanja toplote sa zbirom snaga akumulisanja toplote, odvodjenja strujanjem i provodjenja na toplom i hladnom kraju provodnika. Ukupna snaga generisanja toplote bi se odredila prema izrazu na levoj strani jednakosti (75.4), a snaga akumulisanja prema izrazu (75.3). Gubici toplote sa površi omotača provodnika se mogu dobiti integracijom gubitaka sa elemenatrnih delova, koji se određuju prema poznatoj zakonitosti promene temperature. Snaga provodjenja toplote na toplom i hladnom kraju, sa provodnika ka okolini, se može dobiti prema izrazima $-\lambda_{Cu} S_{Cu} d\theta/dl$ ($l=0$) i $\lambda_{Cu} S_{Cu} d\theta/dl$ ($l=2m$), prema prethodno odredjenoj zakonitosti $\theta(l)$.

НАПОМЕНА: Збирка задатака

Збирка задатака из које потиче већина задатака за други колоквијум може се пронаћи на сајту <http://elektrotermija.etf.rs/>.

Пример – Пројектовање индуктора (информативно)

76. Izvršiti proračun induktora za zagrevanje predmeta toplote obrade šarže sa sledećim karakteristikama:

- materijal šarže	0,44 procentni ugljenični čelik
- produktivnost	860 kg/h
- porast temperature ($\Delta\theta$)	1260 K
- maksimalno odstupanje temperature od površi do centra zagrevane šarže ($\vartheta_s - \vartheta_c$)	83,3 K
- masa jednog komada (M)	2,395 kg
- dužina komada (l_w)	95,25 mm
- prečnik komada (d_w)	63,5 mm
- gustina materijala šarže (γ)	7834 kg/m ³
- specifična električna otpornost materijala šarže, 20-760 °C (ρ_w)	54 $\mu\Omega$ cm
- specifična električna otpornost, materijala šarže 760-1260 °C (ρ_w)	117 $\mu\Omega$ cm
- mera toplotnog kapaciteta, 20-1260 °C	4,31 kg/kWh
- mera toplotnog kapaciteta, 20-760 °C	7,26 kg/kWh
- toplotna provodnost, 20-1260 °C, λ_c	0,42 W/(cm K)

Proračun induktora (napona, struje, broja navojaka itd.) nije jednostavan. Mnoge vrednosti koje figurišu u proračunu se ne mogu egzaktno odrediti, ili to predstavlja složen zadatak, za čije rešavanje je potrebno primeniti računarske metode. Zbog toga, u metodi koja će se izložiti figurišu tablice, praktične jednačine i grafici, dobijeni složenim proračunima ili eksperimentalnim i empirijskim putem. Kompleksni proračun će biti razdeljen u 12 tačaka, svrstanih u dve celine:

- proračun veličina vezanih za indukt i
- određivanje napona, struje i broja navojaka induktora.

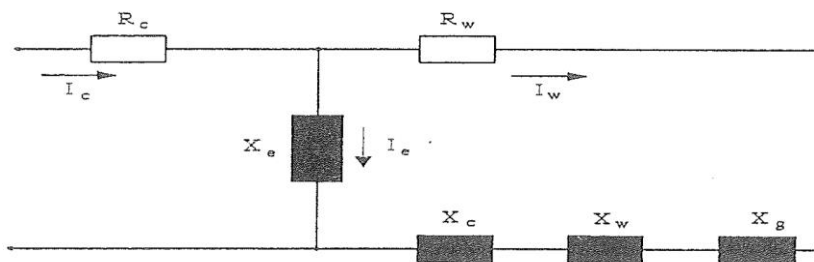
Поступак:

Поступак ће бити приказан у кратким цртама, а детаљи се могу пронаћи у збирци задатака.

1. Прорачун величина везаних за индукт:

1.1. Избор учестаности напајања индуктора и дубине продирања – на основу искуства и таблица из литературе (данас и применом софтвера базираног на методи коначних елемената).

- 1.2. Одређивање снаге губитака услед одвођења топлоте зрачењем са површи индукта (због веома високих температура одвођење топлоте зрачењем је доминантно).
- 1.3. Одређивање потребне термичке снаге за загревање индукта (тј. „корисне“ снаге потребне да се оствари задати пораст температуре).
- 1.4. Одређивање минималне дужине индукта – одређује се према критеријуму равномерности загревања по запремини шарже (исказује се камо максимална температурна разлика између површине и центра шарже).
- 1.5. Одређивање снаге предате индукту и магнетне пермеабилности.
- 1.6. Одређивање димензија индуктора.
2. Одређивање напона, струје и броја навојака индуктора:
 - 2.1. Одређивање P и Q фактора.
 - 2.2. Одређивање параметара еквивалентног кола.



R_w - otpor indukta,
 X_w - reaktansa indukta,
 R_c - otpor induktora,
 X_c - reaktansa induktora,
 X_g - reaktansa vazdušnog zazora i
 X_e - reaktansa spoljašnje putanje fluksa.

- 2.3. Одређивање степена искоришћења, фактора снаге и импедансе.
- 2.4. Одређивање активне и привидне снаге каје се узимају из мреже.
- 2.5. Одређивање напона на једном навојку и броја ампер-навојака.
- 2.6. Одређивање напона, броја навојака и струје.