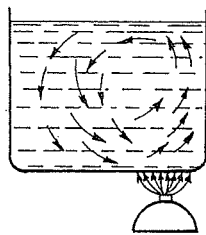


III ODREDJIVANJE KOEFICIJENTA PRELASKA TOPLOTE PRIRODNIM STRUJANJEM SA ČVRSTOG TELA NA VAZDUH

1. UVOD

Prenos toplote predstavlja razmenu energije usled temperaturne razlike. Postoje tri osnovna oblika prenosa toplote: provodjenje (kondukcija), zračenje (radijacija) i strujanje (konvekcija). Za toplotno provodjenje i strujanje je neophodno postojanje materijalne sredine. Prenos toplote se gotovo nikada ne vrši samo jednim od navedenih oblika, a najčešće su prisutna sva tri, pri čemu je jedan od njih dominantan. Pojedini oblici prenosa toplote su karakteristični za određena agregatna stanja. Na primer, prenos toplote toplotnim provodjenjem se kao dominantan oblik vrši kod čvrstih tela, dok je kod tečnosti i gasova dominantan prenos toplote strujanjem. Interesantan je slučaj odvođenja toplote sa čvrstog tela, okruženog vazduhom, na različitim temperaturama. Na nižim temperaturama prevladjuje strujanje, kao oblik prenosa toplote, a na višim zračenje.



Slika III.1

Prenos toplote strujanjem se javlja samo kod fluida (tečnosti i gasova). To je prenos toplote do koga dolazi između površi i pokretnog fluida, kada se oni nalaze na različitim temperaturama. On obuhvata dva mehanizma prenosa toplote: molekularni prenos toplote (na identičan način koji se odigrava kod konduktivnog prenosa toplote) i prenos toplote usled makroskopskog kretanja fluida. Kao dobra ilustracija prenosa toplote strujanjem može da posluži zagrevanje vode u nekoj posudi, prikazanoj na slici III.1. Desni deo posude se zagreva intenzivnije nego levi. Zbog lokalnog zagrevanja fluida (vode) raste njegova temperatura, usled čega se smanjuje gustina. Kao posledica toga nastaje uzgonska sila koja izaziva kretanje fluida, čime započinje i konvektivni prenos toplote. U konkretnom slučaju, strujanje vode se odigrava u suprotnom smeru od smera kazaljke na satu. Pojavom strujanja vode u sudu, dolazi do mešanja pojedinih njenih slojeva i zagrevanja celokupne mase vode.

Ako bi vodu zagrevali odozgo, ne bi bilo strujanja. Masa vode bi se zagrevala samo usled provodjenja toplote, pa bi njeno progrevanje, zbog male toplotne provodnosti, bilo veoma malo.

Opisani primer prenosa toplote na slici III.1 predstavlja prirodno strujanje, jer se

kretanje fluida vrši samo usled razlike gustina fluida, prouzrokovane različitim temperaturama.

Postoji i prinudno strujanje. Kretanje fluida se tada izaziva veštačkim putem (mešalicom, ventilatorom, pumpom, itd.). Pri tome bi se progrevanje celokupne mase fluida (slika III.1) odvijalo znatno brže nego pri prirodnom strujanju.

Toplotni fluks (snaga) Φ konvektivnog prenosa toplote sa površi čvrstog tela na fluid je proporcionalan površini površi na kojoj se ona razmenjuje i razlici temperatura površi i fluida. Koeficijent proporcionalnosti se naziva koeficijent prelaska toplote. Prema tome, može se napisati izraz

$$\Phi = \alpha S (\vartheta_1 - \vartheta_2), \quad (\text{III.1})$$

gde su:

| | |
|----------------------------------|--|
| Φ (W) | toplotni fluks (snaga) konvektivnog prenosa toplote, |
| α (W/(m ² °C)) | koeficijent prelaska toplote, |
| S (m ²) | površina površi sa koje se odvodi toplota konvekcijom, |
| ϑ_1 (°C) | temperatura površi tela sa koje se odvodi toplota i |
| ϑ_2 (°C) | temperatura fluida kojim se odvodi toplota. |

Na α utiču monogobrojni faktori: brzina strujanja fluida, karakter sila koje izazivaju strujanje, osobine samog fluida (gustina, viskoznost, toplotna provodnost), a pre svega režim strujanja fluida.

Reynolds je u svojim eksperimentima (1884. godine) otkrio da postoje dva osnovna tipa kretanja fluida (laminarni i turbulentni) i da se fizičke pojave pri njima kvalitativno razlikuju i opisuju različitim jednačinama. Pri laminarnom kretanju, sve čestice fluida se kreću po paralelnim trajektorijama i ne dolazi do mešanja - prelaska čestica iz jednog sloja u drugi. Pri tome se prenos toplote od jednog sloja ka drugom odvija isključivo toplotnim provodjenjem. S obzirom da je toplotna provodnost fluida mala, ovaj tip prenosa toplote se odvija slabim intenzitetom, čemu odgovara mala vrednost α . Pri turbulentnom režimu dolazi do mešanja čestica fluida između "slojeva" i prenosa toplote iz oblasti viših temperatura u oblast nižih temperatura, odnosno do prenosa toplote strujanjem. Pri tom premeštanju dolazi do neizbežnog sudaranja čestica i tada se pojačava prenos čak i toplotnim provodjenjem. Prenos toplote strujanjem se ostvaruje na račun premeštanja mase - mikro i makro čestica (vrtloga), a provodjenje na račun kretanja molekula.

2. TEORIJA GRANIČNOG SLOJA

Odredjivanje koeficijenta prelaska toplote (α) teorijskim putem, za različite fluide, oblike površi i temperature, veoma je teško zbog velikog broja faktora koji utiču na

konvektivno odvođenje toplote. Opšte prihvaćena teorija koja se bavi ovim problemima je poznata kao teorija graničnog sloja. Njome se tretiraju brzinski i temperaturni granični slojevi u fluidu, neposredno uz površ tela sa kojom se razmenjuje toplota strujanjem. Neposredno uz površ sa kojom se razmenjuje toplota, u funkciji rastojanja od nje, menja se brzina fluida i njegova temperatura. Opseg promene brzine je od nula (neposredno uz površ) do vrednosti v_{∞} , koju ima fluid dovoljno daleko od površi (takozvana "neporemećena masa fluida"). Opseg promene temperature je od temperature površi do temperature "neporemećene mase fluida".

Rezultati primene ove teorije su niz jednačina, pogodnih za praktičnu inženjersku primenu, iz kojih se može odrediti α . Konstante u jednačinama zavise od konkretne geometrije, temperaturnih uslova granične površi tela i temperature i tipa fluida. One se odredjuju eksperimentalno. Važno je istaći da se eksperimentalno dobijene konstante mogu primeniti na "slične" slučajeve. Kriterijumi sličnosti su iskazani preko brojeva sličnosti. U vežbi se na primeru vertikalne ploče, koja se hladi prirodnim strujanjem vazduha, prakazuje upotreba teorije graničnog sloja. Osim toga, daje se pregled mogućih primena ove teorije, kako bi se čitaocima ukazalo na literaturu iz ove oblasti [3, 14, 35, 36, 37].

Za vertikalnu izotermičku ploču, koja se hladi prirodnim strujanjem vazduha, važi sledeća veza [3, 14] između *Nusselt*-ovog broja (Nu_L) i srednje vrednosti α

$$Nu_L = \frac{\alpha L}{\lambda}, \quad (\text{III.2})$$

gde su:

| | |
|---------------------|---|
| λ (W/(m K)) | specifična toplotna provodnost fluida i |
| L (m) | karakteristična dužina; u ovom slučaju, to je visina ploče. |

Nusselt-ov broj se odredjuje prema izrazu

$$Nu_L = c (Gr_L Pr)^n = c Ra_L^n, \quad (\text{III.3})$$

gde su:

| | |
|--------|---|
| c, n | konstante koje zavise od režima strujanja fluida, |
| Gr_L | <i>Grashof</i> -ov broj, |
| Pr | <i>Prandtl</i> -ov broj i |
| Ra_L | <i>Rayleigh</i> -ev broj. |

Konstante c i n zavise od režima strujanja fluida. Numerički kriterijum za odredjivanje da li se radi o laminarnom ili turbulentnom strujanju se, u ovom slučaju, izražava preko *Rayleigh*-evog broja [3, 14]. Konstante c i n , koje važe za određene opsege

Rayleigh-evog broja, date su u tablici III.1.

Grashof-ov broj se izračunava prema izrazu

$$Gr_L = \frac{\beta g L^3 (\vartheta_p - \vartheta_\infty)}{\nu^2}, \quad (III.4)$$

gde su:

- β (1/K) temperaturni koeficijent zapreminskog širenja (za idealne gasove $\beta = 1/T_p$),
 T_f (K) apsolutna temperatura fluida; ona je jednaka temperaturi filma, koja predstavlja srednju vrednost temperature ploče i vazduha daleko od ploče ("neporemećenog" vazduha) - $T_f = (T_p + T_\infty)/2$,
 g (m/s²) ubzanje zemljine teže $g = 9,81$ m/s²,
 ν (m²/s) kinematska viskoznost fluida (karakteristika fluida, koja se određuje iz tablice III.2, prema temperaturi T_f),
 ϑ_p (°C) temperatura ploče i
 ϑ_∞ (°C) temperatura "neporemećenog" vazduha.

Prandtl-ov broj se najčešće daje direktno kao karakteristika fluida. Njegova vrednost se određuje prema temperaturi T_f , iz tablice III.2.

Rayleigh-ev broj se izračunava po izrazu

$$Ra_L = Gr_L Pr. \quad (III.5)$$

Tablica III.1

| Režim strujanja fluida | Opseg Ra_L | c | n |
|------------------------|---------------------|------|-----|
| Laminarni | 10^4 do 10^9 | 0,59 | 1/4 |
| Turbulentni | 10^9 do 10^{13} | 0,10 | 1/3 |

Primetimo da kod turbuluntnog strujanja srednja vrednost α ne zavisi od visine ploče, jer je Gr_L srazmeran trećem stepenu visine ploče, a α srazmeran

$$\frac{1}{L} Gr_L^{\frac{1}{3}}.$$

Postoji niz izraza za izračunavanje Nusselt-ovog broja, predloženih od različitih autora. Jedan od široko prihvaćenih, nešto složeniji, ali i tačniji od (III.3) je

$$Nu_L = \left(0,825 + \frac{0,387 Ra_L^{\frac{1}{4}}}{\left(1 + \left(\frac{0,492}{Pr} \right)^{9/16} \right)^{4/7}} \right)^2 \quad (III.6)$$

Oblast važenja ove jednačine je $10^{-1} < Ra_L < 10^{12}$. Svi ostali izrazi potrebni za izračunavanje α (III.2, III.4 i III.5) ostaju nepromenjeni.

U cilju ilustracije odredjivanja α primenom teorije graničnog sloja, daje se sledeći brojni primer.

Površ vertikalne ploče dimenzija 0,15 m x 0,3 m se održava na temperaturi od $\vartheta_p = 80$ °C. Ona se hladi prirodnim strujanjem vazduha temperature $\vartheta_\infty = 24$ °C. Uporediti snage prenosa toplote prirodnim strujanjem u slučaju kada je vertikalna dimenzija (a) 0,15 m i (b) 0,3 m.

Fizički parametri vazduha i Prandtl-ov broj pri normalnom atmosferskom pritisku i temperaturi filma od $\vartheta_f = (80 + 24)/2 = 52$ °C, odnosno $T_f = 325$ K imaju vrednosti (tablica III.2):

$\nu = 1,815 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $Pr = 0,6976$, $\lambda = 0,02844$ W/(m K), $\beta = 1/325 = 3,077 \cdot 10^{-3}$ K⁻¹.

(a) Za visinu $L = 0,15$ m, Grashof-ov broj (prema izrazu (III.4)) ima vrednost

$$Gr_{L=0,15} = \frac{3,077 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 0,15^3 (80 - 24)}{(1,815 \cdot 10^{-5})^2} = 1,732 \cdot 10^7,$$

a Rayleigh-ev (prema izrazu (III.5)) broj

$$Ra_{L=0,15} = 1,732 \cdot 10^7 \cdot 0,6976 = 1,208 \cdot 10^7.$$

Koristeći izraz (III.3) i podatke iz tablice III.1, za Nusselt-ov broj se dobija

$$Nu_{L=0,15} = 0,59 (1,208 \cdot 10^7)^{\frac{1}{4}} = 34,78.$$

Iz izraza (III.2) se dobija vrednost koeficijenta prelaska toplote

$$\alpha_{L=0,15} = \frac{0,02844}{0,15} 34,78 = 6,59 \frac{W}{m^2 K},$$

a iz (III.1) snaga prenosa toplote sa ploče na vazduh prirodnim strujanjem

$$\Phi_{L=0,15} = 6,59 (0,15 \cdot 0,3) (80 - 24) = 16,6 W.$$

Tablica III.2 - Karakteristike suvog vazduha pri $p = 101,325$ kPa

| temperatura ϑ (°C) | gustina ρ (kg/m ³) | c_p (kJ/(kg K)) | toplotna provodnost λ (mW/(m K)) | kinematska viskoznost ν (mm ² /s) | Prandtl-ov broj Pr |
|---------------------------------|--|----------------------|--|--|----------------------------|
| 0 | 1,293 | 1,005 | 24,4 | 13,28 | 0,707 |
| 10 | 1,247 | 1,005 | 25,1 | 14,16 | 0,705 |
| 20 | 1,205 | 1,005 | 25,9 | 15,06 | 0,703 |
| 30 | 1,165 | 1,005 | 26,7 | 16,00 | 0,701 |
| 40 | 1,128 | 1,005 | 27,6 | 16,96 | 0,699 |
| 50 | 1,093 | 1,005 | 28,3 | 17,95 | 0,698 |
| 60 | 1,060 | 1,005 | 29,0 | 18,97 | 0,696 |
| 70 | 1,029 | 1,009 | 29,6 | 20,02 | 0,694 |
| 80 | 1,000 | 1,009 | 30,5 | 21,09 | 0,692 |
| 90 | 0,972 | 1,009 | 31,3 | 22,10 | 0,690 |
| 100 | 0,946 | 1,009 | 32,1 | 23,13 | 0,688 |
| 120 | 0,898 | 1,009 | 33,4 | 25,45 | 0,686 |
| 140 | 0,854 | 1,013 | 34,9 | 27,80 | 0,684 |
| 160 | 0,815 | 1,017 | 36,4 | 30,09 | 0,682 |
| 180 | 0,779 | 1,022 | 37,8 | 32,49 | 0,681 |
| 200 | 0,746 | 1,026 | 39,3 | 34,85 | 0,680 |
| 250 | 0,674 | 1,038 | 42,7 | 40,61 | 0,677 |
| 300 | 0,615 | 1,047 | 46,0 | 48,33 | 0,674 |
| 350 | 0,556 | 1,059 | 49,1 | 55,46 | 0,676 |
| 400 | 0,524 | 1,068 | 52,1 | 63,09 | 0,678 |

Primenom izraza za Nusselt-ov broj (III.6) bi se dobila vrednost $Nu_{L=0,15} = 32,86$, a prema njoj $\alpha_{L=0,15} = 6,23$ W/(m² K) i $\Phi_{L=0,15} = 15,7$ W.

(b) Za visinu $L = 0,3$ m, Rayleigh-ev broj (prema izrazu (III.4)) ima vrednost

$$Ra_{L=0,3} = Ra_{L=0,15} \left(\frac{0,3}{0,15} \right)^3 = 0,9664 \cdot 10^8,$$

a Nusselt-ov broj (prema izrazu (III.3) i podacima iz tablice III.1)

$$Nu_{L=0,3} = 0,59 (0,9664 \cdot 10^8)^{\frac{1}{4}} = 58,50.$$

Iz izraza (III.2) se dobija vrednost koeficijenta prelaska toplote

$$\alpha_{L=0,3} = \frac{0,02844}{0,3} 58,5 = 5,55 \frac{W}{m^2 K},$$

a iz (III.1) snaga prenosa toplote prirodnim strujanjem

$$\Phi_{L=0,3} = 5,55 (0,15 \cdot 0,3) (80 - 24) = 13,99 W,$$

što je manje nego u slučaju kada je vertikalna dimenzija bila $L = 0,15$ m.

Izloženi izrazi za srednju vrednost α , (III.2) - (III.6), važe za slučaj konstantne temperature vertikalne ploče. U praksi postoji niz slučajeva konvektivnog odvođenja toplote sa vertikalne ploče kod kojih je potpuno neprihvatljiva pretpostavka o konstantnosti temperature po visini. Često se može usvojiti da je konstantna površinska gustina snage koja se sa površi predaje fluidu; na primer, takav slučaj se ima kada se po jedinici površine površi ploče u njoj generiše konstantna snaga, a toplotna provodnost po visini ploče ima malu vrednost. Sledi jedan od postupaka za proračun srednje vrednosti α , pri konstantnoj površinskoj gustini snage koja se strujanjem odvodi sa površi vertikalne ploče, koji se mogu naći u literaturi [14]. Nusselt-ov broj (Nu_L) se izračunava iz izraza

$$Nu_L = 0,75 (Gr_L^* Pr)^{\frac{1}{5}}, \quad (III.7)$$

za laminarno strujanje fluida i kriterijum $10^5 < Gr_L^* Pr < 10^{11}$, odnosno

$$Nu_L = 0,645 (Gr_L^* Pr)^{0,22}, \quad (III.8)$$

za turbulentno strujanje fluida i kriterijum $2 \cdot 10^{13} < Gr_L^* Pr < 10^{16}$.

Grashof-ov broj u prethodnim jednakostima se izračunava po izrazu

$$Gr_L^* = \frac{\beta g q_s L^4}{\lambda \nu^2}, \quad (\text{III.9})$$

gde je q_s površinska gustina snage odvođenja toplote strujanjem, koja ima konstantnu vrednost po površi koja se hladi prirodnim strujanjem.

α se izračunava iz *Nusselt*-ovog broja, na isti način kao za izotermičku ploču (izraz (III.2)).

Parametri fluida se određuju iz tablica, za temperaturu filma, dobijenu na isti način kao kod izotermičke ploče ($T_f = (T_p + T_\infty)/2$). Temperatura ploče nije poznata i nju je potrebno odrediti. Za nju se izvrši inicijalna pretpostavka, pa se iterativnom metodom dolazi do tačne vrednosti. Dakle, prema inicijalnoj pretpostavci za temperaturu ploče se odredi α , a prema njemu i poznatoj vrednosti površinske gustine snage odvođenja toplote strujanjem, temperatura ploče (prema izrazu (III.1)). Ukoliko izračunata vrednost odstupa od inicijalne pretpostavke, sa izračunatom vrednošću se ponavlja postupak proračuna α i temperature ploče. Postupak se ponavlja dok se za izračunatu temperaturu ploče ne dobije vrednost bliska inicijalnoj pretpostavci.

Svi do sada navedeni izrazi su se odnosili na srednje vrednosti α . Često je od interesa poznavanje njegovih lokalnih vrednosti. Tipičan slučaj je određivanje lokacije najtoplije tačke i vrednosti temperature u njoj, za neko telo sa čije se površi toplota odvodi strujanjem (namotaji transformatora, na primer). Teorija graničnog sloja tretira i problem određivanja lokalnih koeficijenata prelaska toplote. Ovdje se neće izlagati konkretni izrazi. Oni se za slučaj vertikalne ploče, hladjene prirodnim strujanjem fluida, mogu naći u [36]. Napomenimo samo da je priroda promene koeficijenta prelaska toplote fizički sasvim jasna. Ona je rezultat promena u temperaturnom i brzinskom graničnom sloju fluida u pravcu njegovog strujanja.

Kod prirodnog strujanja, uvek postoji deo na kome je strujanje fluida laminarno. Ukoliko postoje uslovi, može se dogoditi da strujanje fluida postane turbulentno. Između oblasti sa ova dva režima postoji prelazna oblast. Proračuni za srednju vrednost α se baziraju na *Rayleigh*-evom broju, izračunatom za karakterističnu dužinu površi. Dakle, iako se *Rayleigh*-ev broj izračunava u "jednoj tački", a na osnovu njega se određuje jednačina za izračunavanje *Nusselt*-ovog broja i α , ova metoda daje usrednjenu vrednost koeficijenta prelaska toplote za celu ploču.

3.2. ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA PRELASKA TOPLOTE INDIREKTNOM METODOM

Ovom metodom, u laboratorijskoj vežbi se određuje koeficijent prelaska toplote (α) sa električnog grejača, oblika ploče zanemarljivo male debljine, na vazduh. Grejač se učvrsti pomoću stalaka i priključi na izlaz regulacionog autotransformatora. U električno kolo, između autotransformatora i grejača, vezani su vatmetar, kojim se meri snaga i voltmetar, kojim se meri napon na grejaču (slika III.4).

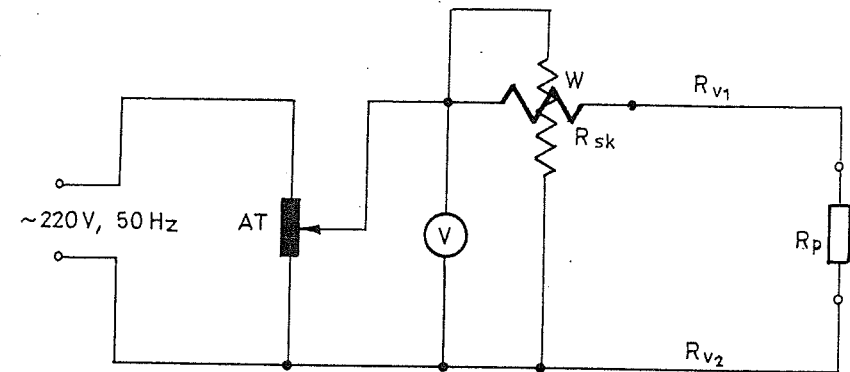
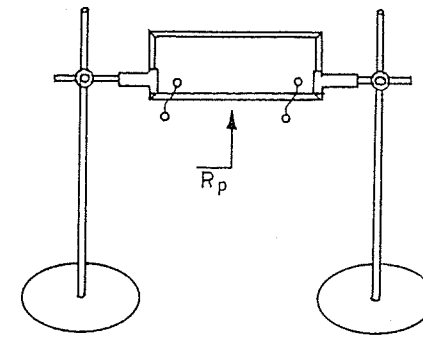
Ideja je da se indirektnim putem odredi snaga kojom se energija strujanjem vazduha odvodi sa grejača. U ustaljenom režimu, korisna električna snaga (snaga koju prima grejač) se u okolinu odvodi na dva načina: strujanjem i zračenjem. Provođenje toplote preko držača je malo, pa se može zanemariti.

Deo električne snage kojom se energija uzima iz mreže, a predaje se grejaču, nazvaćemo korisna električna snaga ($P_{el.kor.}$). Ona se određuje iz energetskog bilansa

$$P_{el.kor.} = P_w - R I^2 = P_w - R \left(\frac{P_w}{U} \right)^2, \quad (III.20)$$

gde su:

- P_w snaga koju pokazuje vatmetar,
- R otpornost veza i strujnog kola vatmetra i
- U napon koji se meri voltmetrom.



$$R = R_{sk} + R_{v1} + R_{v2}$$

Slika III.4

Da bi se odredila snaga kojom se energija odvodi zračenjem, potrebno je znati koeficijent sivoće (ε) i temperaturu grejača. Koeficijent sivoće se određuje iz izmerenih vrednosti površinske gustine ukupne snage zračenja oko neke tačke grejača (P_{zs}) i temperature u njoj (T), prema *Stefan-Boltzmann*-ovom zakonu

$$P_{zs} = \varepsilon \sigma_c \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (III.21)$$

gde su:

- P_{zs} (W/m^2) površinska gustina ukupne snage zračenja,
- ε koeficijent sivoće,
- T (K) apsolutna temperatura i

$C_c = 5,67 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$ konstanta zračenja crnog tela.

Vrednost koeficijenta sivoće treba odrediti kao aritmetičku sredinu dve vrednosti, dobijene na osnovu merenja za središnje tačke sa obe strane grejača. Meračem površinske gustine ukupne snage zračenja se mere P_{z1} i P_{z2} oko tih tačaka, a termometrom temperature T_1 i T_2 u tim tačkama, pa se na osnovu jednačine (III.21) određuju ε_1 i ε_2 .

Usvaja se da tako dobijeni koeficijent sivoće,

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}, \quad (\text{III.22})$$

važi za celu ploču.

Snaga odvodjenja toplote strujanjem (P_k) se određuje kao razlika korisne električne snage i snage odvodjenja toplote zračenjem P_z , odnosno

$$P_k = P_{el.kor.} - P_z. \quad (\text{III.23})$$

S obzirom da temperatura ploče nije konstantna, vrši se podela ploče na određeni broj delova, za koje se može usvojiti da predstavljaju izotermičke površi. U tom slučaju se snaga odvodjenja toplote zračenjem (P_z) izračunava prema izrazu

$$P_z = \varepsilon \sigma_c \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{T_i}{100} \right)^4 \frac{S_p}{n} \right), \quad (\text{III.24})$$

gde su:

n broj tačaka u kojima se meri temperatura, odnosno broj jednakih delova na koje je podeljena ploča ($n = 18$),

T_i (K) apsolutne temperature, merene u sredini svakog od n delova ploče i

S_p površina ploče (površina površi sa koje se odvodi toplota).

Koeficijent prelaska toplote sa tanke ploče (grejača) na vazduh se određuje po izrazu

$$\alpha = \frac{P_k}{S_p (\vartheta_p - \vartheta_v)}, \quad (\text{III.25})$$

gde su:

ϑ_p srednja vrednost temperatura izmerenih u n tačaka i

ϑ_v temperatura vazduha u prostoriji.

4. ZADATAK I REZULTATI

Treba izvršiti merenje svih potrebnih veličina za određivanje koeficijenta prelaska toplote sa tankog pločastog grejača na vazduh, prema indirektnoj metodi i teoriji graničnog sloja.

Za indirektnu metodu treba izmeriti snagu kojom se energija uzima iz mreže P_w , napon na grejaču U , površinske gustine snaga oko dve tačke (središnje tačke sa jedne i druge strane grejača) P_{z1} i P_{z2} i temperature grejača T_i u 18 tačaka. Pri merenju temperatura grejača ostvariti dobar termički kontakt između ploče i termometra. Otpor veza i strujnog kola vatmetra iznosi $R = 0,62 \Omega$, površina obe strane (ukupne površi sa koje se odvodi toplota) tankog pločastog grejača $S_p = 0,0972 \text{ m}^2$, a visina ploče uz koju prirodno struji vazduh $h = 13,5 \text{ cm}$.

Koeficijent prelaska toplote strujanjem treba odrediti preko teorije graničnog sloja za slučaj tankog pločastog grejača, za koji se koristila indirektna eksperimentalna metoda.

IV PRIMENA ELEKTRIČNE ANALOGIJE TOPLOTNIH PROCESA

1. O ELEKTRIČNOJ ANALOGIJI TOPLOTNIH PROCESA

Električna analogija toplotnih procesa se zasniva na sličnosti matematičkih jednačina koje opisuju električne i toplotne procese, odnosno električna i toplotna vektorska polja. Sada će biti uporedno prikazane bitne jednačine koje ih opisuju:

$$q_s = -\lambda \text{grad} T = \lambda T \quad J = -\sigma \text{grad} \varphi = \sigma E \quad (\text{IV.1})$$

$$\text{div} q_s = -\frac{\delta U_v}{\delta t} = -\rho c \frac{\delta T}{\delta t} \quad \text{div} J = -\frac{\delta q}{\delta t} = -c_v^E \frac{\delta V}{\delta t} \quad (\text{IV.2})$$

$$\frac{\delta T}{\delta t} = a \nabla^2 T; \quad a = \frac{\lambda}{c \rho} \quad \frac{\delta V}{\delta t} = \frac{1}{c_v^E} \nabla^2 V \quad (\text{IV.3})$$

Vidi se postoji analogija između sledećih veličina:

- gustine toplotnog fluksa q_s (W/m^2) i gustine struje J (A/m^2), odnosno toplotnog fluksa q (W) i jačine struje I (A);
 - specifične toplotne provodnosti λ ($\text{W}/(\text{m K})$) i specifične električne provodnosti σ (S/m);
 - temperature T (K) i električnog skalar potencijala φ (V), odnosno razlike temperatura i napona;
 - specifičnog zapreminskog toplotnog kapaciteta $c \rho$ ($\text{J}/(\text{m}^3 \text{K})$) i zapreminskog električnog kapaciteta c_v^E (F/m^3), odnosno toplotnog C^T (J/K) i električnog kapaciteta C^E (F).
- Navedene veličine q_s , J , q , I , T , V u jednačinama (IV.1) - (IV.3) su, u opštem slučaju, funkcije položaja i vremena.

Na osnovu sličnosti matematičkih jednačina koje opisuju električne i toplotne procese, odnosno analogije električnih i toplotnih veličina, proučavana toplotna pojava se može predstaviti ekvivalentnim električnim sistemom. Da bi se toplotna pojava mogla predstaviti pogodnim električnim elementima uvode se koeficijenti proporcionalnosti, odnosno svodjenja toplotnih na odgovarajuće električne veličine:

$$q_s = k_I J \quad (\text{IV.4})$$

$$T = k_U V \quad (\text{IV.5})$$

$$t^T = k_I t^E \quad (\text{IV.6})$$

$$c \rho = k_C c_v^E \quad (\text{IV.7})$$

$$\frac{1}{\lambda} = k_R \frac{1}{\sigma} \quad (\text{IV.8})$$

Tri od navedenih pet koeficijenata proporcionalnosti su bazne vrednosti i mogu se birati proizvoljno, dok preostala dva zavise od njih. Ako se za bazne koeficijente usvoje k_I , k_U i k_C , važi da je:

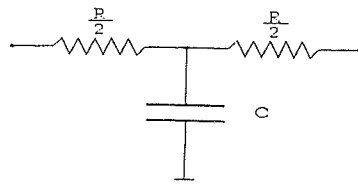
$$k_C = (k_I k_U) / k_R \quad \text{i} \quad k_R = k_U / k_I$$

S obzirom da su toplotne pojave po prirodi spore, moguće je izabrati bezdimenzionalni koeficijent k , tako da analogna električna pojava bude mnogo brža, kako bi se mogla lako pratiti. Kao što je već rečeno, kod izbora koeficijenata treba voditi računa i o veličini napona i struja koje se javljaju, kao i o veličini električnih komponenti koje se upotrebljavaju u eventualno korišćenom ekvivalentnom električnom kolu (otpori i kapaciteti), koje stoje na raspolaganju.

U slučaju jednodimenzionalnog prostiranja toplote, deo toploprovodne sredine dužine Δx i konstantnog poprečnog preseka površine S se može predstaviti toplotnim, odnosno ekvivalentnim električnim RC-T članom. Električni RC-T član je prikazan na slici IV.1. Vrednosti električnih otpora i kapaciteta se određuju prema izrazima

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{\Delta x}{S} \quad \text{i} \quad C = c_v^E S \Delta x \quad (\text{IV.9})$$

Pri ovoj predstavi, usvaja se aproksimacija da deo toploprovodne sredine dužine Δx predstavlja izotermičku zapreminu, o čemu je bilo reči u uvodnom delu poglavlja Analiza toplotnih procesa preko toplotnih šema u Zbirci zadataka.



Slika IV.1

Hladjenje strujanjem granične površi tela se u električnom sistemu predstavlja električnom otpornošću vrednosti

$$\frac{1}{k_R} \frac{1}{\alpha S}$$

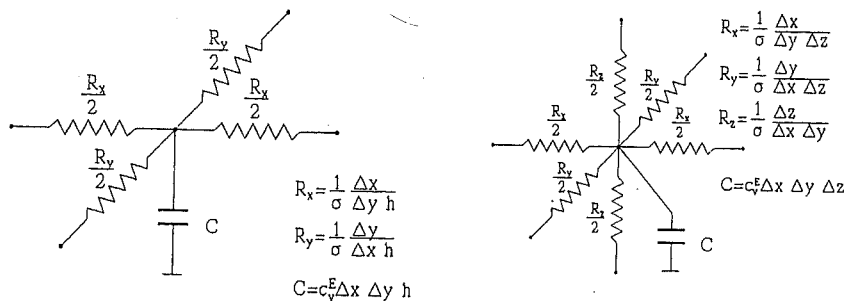
Postupak primene električne analogije u analizi nestacionarnih toplotnih procesa je sledeći:

- linearna dimenzija čiji su parametri ($1/\lambda$, c ρ) i dimenzije (l , S) poznati i kroz koju se vrši jednodimenzionalno prostiranje toplote se podeli na n elemenata (oni su najčešće jednaki; tada dužina svakog od njih iznosi $\Delta x = l/n$); kod dvodimenzionalnog prostiranja toplote, površina se deli na n delova, a kod trodimenzionalnog, zapremina;

- svakom tom elementu se pridruži odgovarajuće električno kolo sa slike IV.1 ili sa slike IV.2, u zavisnosti od dimenzije prenosa toplote. Električne otpornosti i kapaciteti se izračunavaju pomoću prethodno usvojenih koeficijenata k_R i k_C . Električna kola pojedinih elemenata se povežu na odgovarajući način. "Zatvaranje" kola prema masi zavisi od graničnih uslova;

- na električnom kolu se registruju vrednosti napona i struja koje odgovaraju vrednostima temperatura i snaga prenosa toplote čije je određivanje bilo početni zadatak;

- preko odgovarajućih koeficijenata se iz njih odrede vrednosti temperatura i snaga prenosa toplote.



Slika IV.2

Pored električnih kola sa koncentrisanim parametrima, u analizi toplotnih pojava se primenjuju i električne sredine sa raspodeljenim parametrima. To su, na primer, elektroliti u elektrolitičkoj kadi, za trodimenzionalna i elektroprovodna hartija, za dvodimenzionalna temperaturna polja.

2. ZADATAK I POSTUPAK

2.1 PRIMENA ELEKTRIČNOG KOLA SA KONCENTRISANIM PARAMETRIMA

Posmatrajmo jedan valjak dužine l i prečnika $D = 0,1$ m, koji je izradjen od teškog šamota (termičkih karakteristika c ρ i λ) i koji je po svom omotaču idealno toplotno izolovan. Jedan bazis valjka se hladi strujanjem fluida stalne temperature $\vartheta = 20$ °C. Koeficijent prelaska toplote sa bazisa na vazduh iznosi $\alpha = 20$ W/(m² K). Drugi bazis valjka je izložen dejstvu toplotnog fluksa stalne vrednosti. Njegova površinska gustina iznosi $q_s = 10^3$ W/m². Opisani valjak je prikazan na slici IV.4.

Potrebno je odrediti vremensku promenu temperature izotermičke površi koja je izložena dejstvu toplotnog fluksa. U početnom trenutku, ceo valjak se nalazio na temperaturi ambijenta od 20 °C. Za određivanje vremenske promene temperature zagrevanog bazisa treba koristiti električnu analogiju toplotnih procesa.

Za rešavanje postavljenog problema se sprovodi sledeći postupak:

- valjak se po dužini podeli na n jednakih delova (dužina svakog od njih iznosi $\Delta x = l/n$). Broj delova se određuje na osnovu željene tačnosti ili na osnovu broja raspoloživih RC kola;

- koeficijenti proporcionalnosti k_R i k_C se odrede tako da se analogne električne vrednosti toplotnih otpora i kapaciteta delova valjka dužine Δx mogu predstaviti realnim i raspoloživim električnim otporima i kapacitetima. Izborom k_R i k_C je određen koeficijent

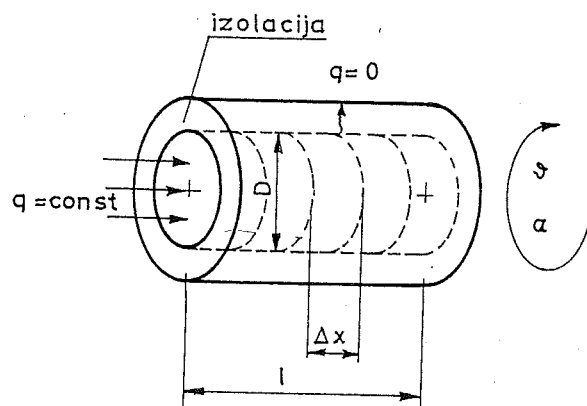
vremenske proporcionalnosti: $k_t = k_R k_C$;

- n električnih kola sa slike IV.1 se povežu na red i na jednom kraju zatvore električnim otporom $R_\alpha = 1/k_R 1/(\alpha S)$, koji simulira odvodjenje toplote strujanjem;

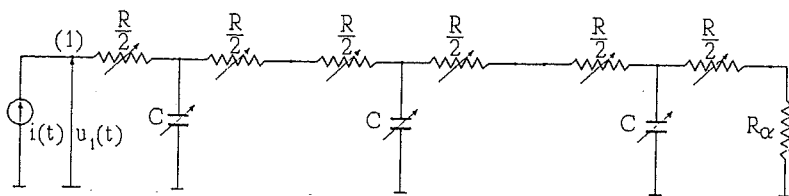
- na drugi kraj se priključuje strujni izvor, čija struja ima "sličnu" promenu u vremenu kao toplotni fluks: $q(t) = k_t i(t)$. U problemu koji se razmatra, $i(t)$ se ne menja u toku vremena (jer je $i(t) = \text{const}$) i iznosi $10 \mu\text{A}$;

- koeficijent proporcionalnosti k_t se određuje prema realnoj i raspoloživoj jačini strujnog izvora $k_t = q(t) / 10 \mu\text{A}$;

- tražena vremenska promena temperature zagrevanog bazisa se lako dobija ako se na električnom modelu snimi vremenska promena napona $u_1(t)$ - slika IV.5. Ovaj napon je odziv električnog kola na Heaviside-ov pobudni signal strujnog generatora $i(t) = I h(t)$. Koeficijent svodjenja napona na razliku temperatura k_u je određen prethodno izabranim koeficijentima k_R i k_t i iznosi $k_u = k_R k_t$. Vrednost porasta temperature u odnosu na temperaturu ambijenta u trenutku t^E ($t^E = k_t t^E$) iznosi $\theta(t^E) = k_u u_1(t^E)$. Sa t^E je obeleženo vreme u toplotnom, a sa t^E u električnom sistemu.



Slika IV.4



Slika IV.5

Коефицијенти пропорционалности k_u , k_t , k_R , ..., у конкретном случају у лабораторијској вежби се одређују на следећи начин:

Аналогна електрична шема садржи $n = 14$ RC-Т чланова, чије су вредности фиксне: $R/2 = 100\text{k}\Omega$, $C = 820\text{pF}$. Аналогни елемент тоplotном флуксу $q = q_s S = 10^3\text{W/m}^2 (0.1^2 \pi) / 4 = 7.85398\text{ W}$ у електричној шеми представља струјни извор од $i = 10 \mu\text{A}$. Фиксирањем вредности електричних отпора, капацитета и струјног извора су диктирани којефицијенти свођења тоplotног отпора, тоplotног капацитета и снаге на аналогне електричне величине: отпор, капацитет и струја струјног извора:

$$k_R = \frac{R^T}{R} = \frac{1/l/n}{\lambda S} = \frac{1/l/14}{200\text{k}\Omega}$$

$$k_C = \frac{C^T}{C} = \frac{\rho c_p (l/n)S}{C} = \frac{\rho c_p (l/14)S}{820\text{pF}}$$

$$k_i = \frac{q}{i} = \frac{q_s S}{10\mu\text{A}} = \frac{10^3 S}{10\mu\text{A}}$$

Где је

$$S = \frac{0.1^2 \pi}{4}$$

Вредности преосталих којефицијената се добијају на следећи начин:

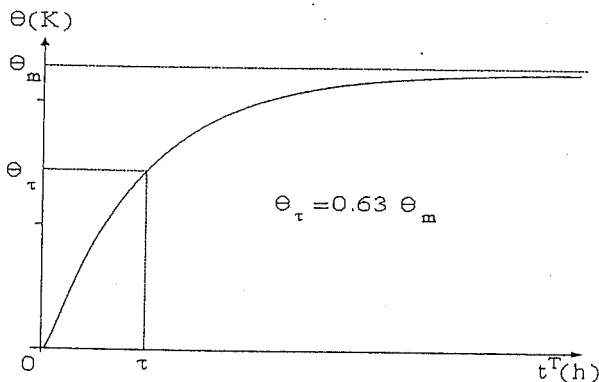
$$k_u = k_R k_t$$

$$k_t = k_R k_C$$

3. REZULTATI

3.1 ELEKTRIČNO KOLO SA KONCENTRISANIM PARAMETRIMA

U koordinatnom sistemu (t^E , U) treba nacrtati vremensku raspodelu napona u tački (1) na slici IV.5. Ova zavisnost se snima osciloskopom. Koristeći se usvojenim koeficijentima k_u i k_t , u koordinatnom sistemu (t^T , θ) treba nacrtati vremensku promenu porasta temperature zagrevanog bazisa u odnosu na temperaturu ambijenta (slika IV.8). Praktično, može se nacrtati jedinstven grafikon (snimljen na osciloskopu), a apciska i ordinatna osa označiti sa dvostukim vrednostima (iz električnog i toplotnog sistema). Za određivanje koeficijenta k_R i k_C , svaka grupa studenata dobija preostale potrebne podatke o broju delova (n), dužini valjka (l) i parametrima toplotne sredine $1/\lambda$ i $c \rho$. Na slici IV.8 treba naznačiti ekvivalentnu toplotnu vremensku konstantu. Ova vrednost predstavlja trenutak kada porast temperature dostiže 63 % vrednosti u stacionarnom stanju. Nju treba izračunati iz ekvivalentne električne vremenske konstante, koja je definisana analogno za vrednost napona.



Slika IV.8